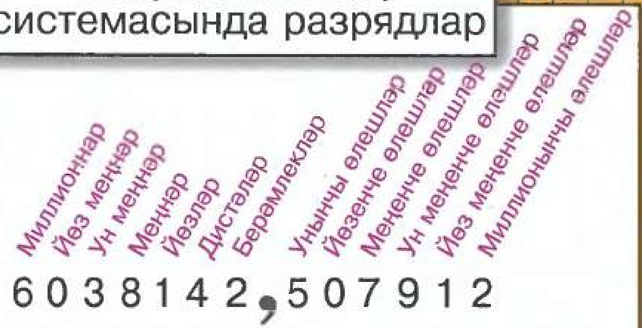
Математика

6

6
Математика

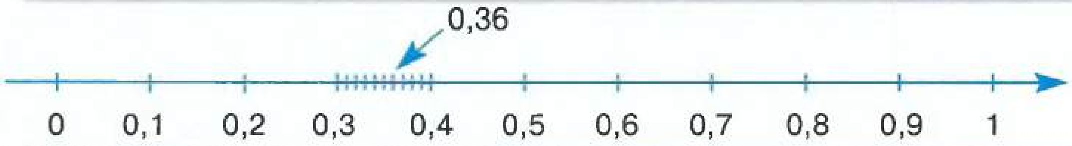
Унарлы исәпләү системасында разрядлар



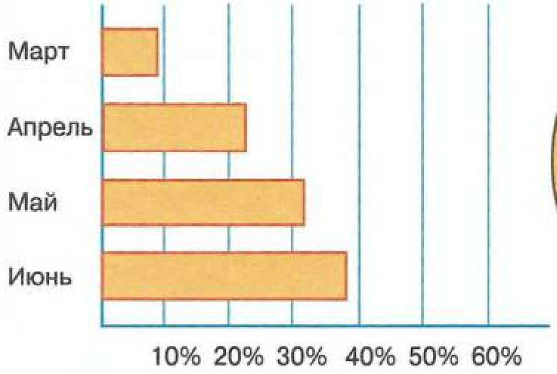
Метрик системада берәмлекләр атамалары ясалышы

Алкушымча	Алкушымчаның мәгънәсе	Мисал
деци-	10 тапкырга кимету	дециметр – метрның $\frac{1}{10}$ е
санти-	100 тапкырга кимету	сантиметр – метрның $\frac{1}{100}$ е
милли-	1000 тапкырга кимету	миллиграмм – граммның $\frac{1}{1000}$ е
дека-	10 тапкырга арттыру	декалитр – 10 литр
гекто-	100 тапкырга арттыру	гектолитр – 100 литр
кило-	1000 тапкырга арттыру	килограмм – 1000 грамм

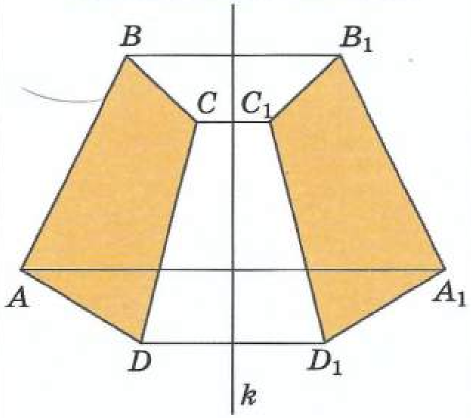
Координаталар турысында вакланманы нокта белән сурәтләү



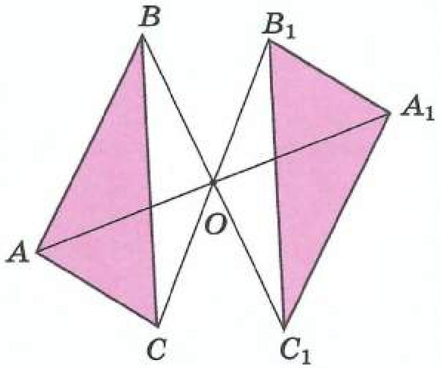
Диаграммалар



Күчәрле симметрия



Үзәкле симметрия



ФГОС

Математика

6 сыйныф

Татар телендә
гомуми белем бирү
оешмалары өчен
дәреслек

Г. В. Дорофеев, И. Ф. Шарыгин
редакциясендә

*Россия Федерациясе
Мәгариф һәм фән министрлыгы тарафыннан
тәкъдим ителгән*

Казан Татарстан китап нәшрияты
Москва «Просвещение»
2016

УДК 373.167.1:51*06
ББК 22.1я72
М30

Математика. 6 класс : учеб. для общеобразоват. организаций / [Г. В. Дорофеев, И. Ф. Шарыгин, С. Б. Суворова и др.] ; под ред. Г. В. Дорофеева, И. Ф. Шарыгина. — 4-е изд. — М. : Просвещение, 2016.

Учебник имеет положительные экспертные заключения по результатам научной (заключение РАН № 10106-5215/585 от 14.10.11), педагогической (заключения РАО № 280 от 29.01.14, №191 от 05.02.15) и общественной (заключения РКС № 312 от 07.02.14, №861 от 01.04.15) экспертиз

Переводное издание учебника выпущено в свет по Сублицензионному договору № 3/229-16 от 14.03.2016 г. Экземпляры переводного издания подлежат распространению исключительно в Республике Татарстан, а также среди татарской диаспоры на территориях других субъектов Российской Федерации.

Охраняется действующим законодательством об авторских и смежных правах (Гражданский кодекс РФ, ч. 4, гл. 70). Воспроизведение всей книги или её части на любых видах носителей запрещается без письменного разрешения издательства.

Авторлары:
Г. В. Дорофеев, И. Ф. Шарыгин, С. Б. Суворова,
Е. А. Бунимович, Л. В. Кузнецова, С. С. Минаева, Л. О. Рослова

М30 **Математика.** 6 сыйныф : татар телендә гомуми белем бирү оешмалары өчен д-лек / Г. В. Дорофеев [һ. б.]; [Г. В. Дорофеев, И. Ф. Шарыгин ред.-дә; русчадан Л. Х. Мөхәммәтҗанова, Э. Р. Гыйльманова, Ә. Ф. Кәримова тәрҗ.]. – Казан : Татар. кит. нәшр., 2016. – 287 б. : рәс. б-н.

ISBN 978-5-298-03195-0.

Дәреслекнең эчтәлеге ФГОС буенча каралган төп гомуми белем бирүдә планлаштырылган нәтиҗәләргә ирешергә мөмкинлек бирә. Аңлап укылганмы икәнен тикшерү өчен, уку тексты мәгънә ягыннан сорау фрагментларына бүленә. Элек үткәннәрне кабатлау өчен, күнегүләр системасына биремнәр төркеме өстәлгән. Биремнәргә мәгълүматларны анализлау, күзәтү һәм эксперимент, алгоритмнар төзү, закончалыкларны эзләү, тикшеренү кертелгән. Болар барысы да укучыларга актив һәм аңлы рәвештә күпкырлы уку гамәлләренә ирешергә ярдәм итә. Һәр бүлек, укучыларның база дәрәҗәсендәге белемнәрен тикшерү, катлаулырак биремнәр башкарганда үзләрен бәяләр өчен, «Сез нәрсәгә өйрәндегез» рубрикасы белән тәмамлана.

УДК 373.167.1:51*06
ББК 22.1я72

ISBN 978-5-298-03195-0

© Издательство «Просвещение», 2013
© Художественное оформление.
Издательство «Просвещение», 2013
Все права защищены
© Татарчага тәрҗемә.
Татарстан китап нәшрияты, 2016

Кереш сүз

Сезнең кулдагы 6 нчы сыйныф математика дәреслеге 5 нче сыйныф дәреслеге кебек үк төзелгән. Бу ике китап бергә бербөтенне тәшкил итә. Сез инде дәреслекнең үзенчәлекләрен беләсез, аның телен аңлыйсыз дип өметләнәбез. Иң мөһимен искә төшерәбез.

Китап **ахырындагы** эчтәлек сез быел үтәсе маршрут белән таныштыра. Ул 12 этапка — курсның 12 **бүлегенә** бүленгән. Арифметика бүлекләре геометриянекеләр белән аралашып бара. Сез аннан саннар һәм фигуралар турында күп нәрсәләр белерсез.

Бүлекләр **пунктларга** бүленәләр, һәм аларда тагын ике нумерация: нокта алдындагы сан — бу бүлеккә караган бүлекнең номерын, ә ноктадан соңгы сан пунктның үз номерын күрсәтә. Мондый нумерация уңайлы, ул еш кына фәнни әдәбиятта кулланыла. Ә инде очраклы рәвештә дәреслекнең нинди дер битен ачкансыз икән, сезгә бу битнең өстендәге бүлек исеме хәзер «кайда булуыгыз» турында ориентлашырга ярдәм итәр.

Һәр пункт аңлату текстын һәм күнегүләрне үз эченә ала. Аңлату текстын 2—3 тапкыр укырга мөмкин. Кагыйдә буларак, текст сораулар һәм биремнәр белән тәмамлана, алар аны зур булмаган фрагментларга бүләләр. Сорауларга җавап биргәч һәм биремнәрне үтәгәч, сез укыганыгыз турында уйлана, аны ничек аңлавыгызны тикшерә аласыз.

Аңларга һәм истә калдырырга тиешле иң әһәмиятле текст болай аерып бирелә:

***a* һәм *b* саннарының аермасы дип *b* саны белән суммасы *a* санын бирә торган санны атыйлар.**

Яңа терминнар **калын шрифт** белән бирелгән, игътибар ителергә тиешле кайбер сүзләр һәм фразалар *курсив* белән аерып күрсәтелгән.

Әгәр сез дәреслектә очраган берәр сүзнең нәрсә аңлатканын беләсегез яки кагыйдәнең эчтәлеген исегезгә төшерәсегез килсә, **предметлар күрсәткечен**ә мөрәҗәгать итә аласыз. Анда иң мөһим мәгълүматлар алфавит тәртибендә бирелгән һәм тиешле аңлатуларны табарга мөмкин булган битләр күрсәтелгән.

5 нче сыйныф дәреслегендәге кебек үк, пункттагы күнегүләр төркемнәргә бүленгән.

Өйрәнелә торган материалга турыдан-туры караган күнегүләр **А** һәм **Б** хәрефләре белән тамгаланган төркемнәрдә бирелгән.

Билгеле инде, иң беренче **А** төркеме биремнәрен башкарырга өйрәнергә кирәк. **Б** төркеме биремнәре авыррак, ләкин һәрберегезгә аларның кайберләрен булса да чишеп карарга тәкъдим итәбез. Мөгаен, башта авыр булып тоелганны ачыклаганнан соң, ничек яхшы булып киткәнен, хикмәтле мәсьәләнең ничек чишелгәнен аңлаганнан соң нинди җиңү хисе тоясыгызны сез инде беләсездер.

Математиканы өйрәнгәндә, үткәнне кабатлап торырга кирәк. Мәсәлән, 1.1 пунктын ачыгыз. Анда сезгә 5 нче сыйныф курсыннан билгеле булган вакланмалар турында фактлар кабатлана. Бу пункт «Вакланмалар турында нәрсә беләбез» дип атала да.

Моннан тыш, һәр пункт ахырында кабатлауга **К** хәрефеннән соң махсус биремнәр урнаштырылган.

Математиканы өйрәнгәндә, шулай ук даими рәвештә үз-үзеңне тикшереп торырга кирәк. Монда сезгә **җаваплар** бүлеге һәм бүлекне йомгаклаучы **Сез нәрсәгә өйрәндегез** бүлекчәсе ярдәм итәр. Анда әлеге бүлекне өйрәнгәндә сез үзләштерергә тиешле төп белемнәр һәм күнекмәләр тасвирланган һәм моны тикшерергә ярдәм итүче биремнәр китерелгән. Бу биремнәрне башкара белергә кирәк, шунсыз алга таба барып булмый.

Һәр ел саен сез үсә барасыз, дөнья турында, кешеләр, үзегез турында күп кенә кызыклы нәрсәләр беләсез, уйланасыз, шикләнәсез, «Ни өчен?» дигән сорауга җавап бирәсез. Башыгызга «Ә ни өчен математиканы өйрәнергә кирәк соң?» дигән сорау да киләдер, мөгаен. Җавап итеп, билгеле, хәзер кешелек эшчәнлегенең теләсә кайсы өлкәсендә билгеле бер дәрәҗәдә математик әзерлек кирәклеген дәлил итеп китерергә була, — һәм бу дөрес тә булачак.

Ләкин иң дөрес җавапны безнең бөек ватандашыбыз Михаил Васильевич Ломоносов биргән: «Математика акылны тәртипкә китерә, шуның өчен дә аны өйрәнергә кирәк». XVIII гасырда әйтелгән бу сүзләр бүген тагын да әһәмиятлерәк булып калды. Акыл — кешенең уйлана, фикер йөртә, анализлый һәм нәтиҗәләр ясый, күзәтә һәм закончалыкларны ачыклый, алгоритмнар төзи, проблемаларны чишү юлларын эзли алу сәләте ул.

Һәм шулай ук, сәламәтлек өчен физик күнегүләр кирәк булган кебек, акылга да даими күнегүләр кирәк. Математиканы өйрәнеп, математик мәсьәләләр чишеп, сез зиһенегезне ныгытасыз, үзегезнең акыл сәләтегезне үстерәсез. Ә бу һәркемгә кирәк.

Уңышлар сезгә!

Авторлар

$\frac{2}{99} = \frac{1}{66} + \frac{1}{198}$ $\frac{3}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$

1 нче БҮЛЕК

Вакланмалар һәм процентлар

Сез һәркөнне «минут» һәм «секунд» сүзләрен кулланасыз. Ә сез бу сүзләрнең мәгънәсе вакланмалар белән бәйле булуын беләсезме икән? Латин теленнән безгә күчкән «минут» сүзенең мәгънәсе «кечкенә», «кечерәйтергә» сүзләренә якын. Бу аның килеп чыгышына бәйле — минут градустан кечерәк почмакларны үлчәү берәмлеге кирәклегеннән чыга. Ә кем инглиз яки француз телен өйрәнгән, ул кешегә «секунд» атамасы аңлашыла. Ул — шулай ук латин сүзе һәм «икенче» дигәнне аңлата. Минут — кечерәйтүнең беренче адымы (градусны 60 тигез өлешкә бүлгәннәр), ә секунд — икенчесе (минутны 60 тигез өлешкә бүлгәннәр).

1.1 Вакланмалар турында нәрсә беләбез

Иң борынгы заманнардан ук кешеләрдә, предметларны санау кирәклеге белән берләттән, озынлыкларны, мәйданнарны, почмакларны һәм башка зурлыкларны үлчәү ихтыяҗы туган. Еш кына кулланылган үлчәү берәмлекләре үлчәнелә торган зурлыкка бөтен сан кадәр сыймаган. Төгәлрәк нәтиҗәләрне табу өчен, үлчәүлекләрне өлешләргә бүлә башлаганнар, ә бу — вакланмалар барлыкка килүгә китергән.

Борынгы Вавилонда б.э.к. 2000 ел элек, зурлыкларны үлчәгәндә, алтмышынчы өлешләрне кулланганнар. Вавилонлылар хәзер дә файдаланыла торган почмакларны үлчәү системасын уйлап тапканнар. Борынгы Вавилондагы галимнәр астрономиядә, архитектурада, диңгез буйлап йөзүдә, градусларны үлчәгәндә, бөтен сан белән генә чикләнергә ярамавын аңлаганнар, чөнки болай эшләгәндә, исәпләүләрнең бик төгәл булмавы килеп чыга. Шуңа күрә дә алар ваграк берәмлекләрне куллана башлаганнар. Градусны 60 тигез өлешкә бүлгәннәр — минут чыккан: градуста 60 минут, шулай итеп, 1 минут ул — градусның $\frac{1}{60}$ өлеше. Төгәлрәк булсын өчен, минутны тагын 60 өлешкә бүлгәннәр һәм секундларны тапканнар: минутта 60 секунд, шулай итеп, 1 секунд ул — минутның $\frac{1}{60}$ өлеше.

Гомумән, кешеләр практикасында беренче булып иң гади — бөтеннең бер өлешен тәшкил итүче вакланмалар $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}\right.$ h. б.$\left.\right)$

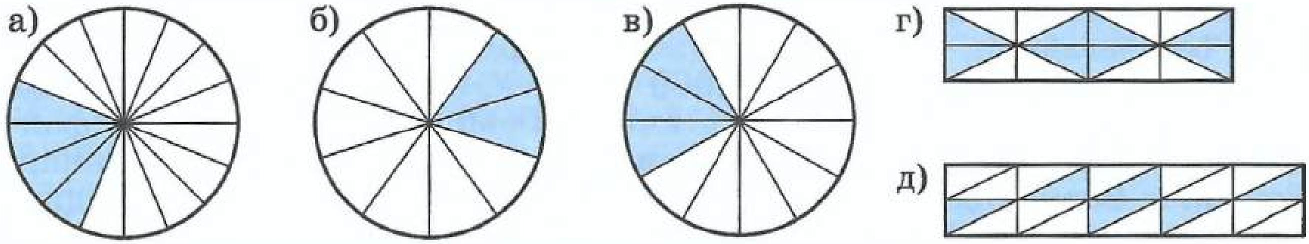
барлыкка килгән. Һәм башта исәпләүләр өчен кешеләр шундый вакланмаларны гына кулланганнар. Шактый соңрак греклар, ә аннары индуслар исәпләүләрдә башка вакланмалардан да файдалана башлаганнар.

Санаучы һәм ваклаучы ярдәмендә вакланмаларны язу Борынгы Грециядә барлыкка килгән, ләкин греклар ваклаучыны — өскә, ә санаучыны аска язганнар. Вакланмаларны беренче тапкыр без күнеккән рәвештә борынгы Һиндстанда якынча 1500 ел элек яза башлаганнар, ләкин индуслар санаучы һәм ваклаучы арасына сызык куймаганнар. Вакланманың гомумкулланыштагы сызыгы XVI гасырда гына кергән.

Сезгә билгеле булганча, вакланмаларның хәзерге язу рәвеше болай: $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{100}$, $\frac{17}{10}$. *Ваклаучы* (сызык астындагы сан) бөтен ничә тигез өлешкә бүленгәнне күрсәтә; *санаучы* (сызык өстендәге сан) шундый ничә өлеш алынганны аңлата.

Шунысы кызык: төрле халыклар телендә «вакланма» төшенчәсен белдерү өчен, сүзләр «ваклау», «вату», «сындыру» фигыльләреннән килеп чыккан. Беренче рус математика дәреслекләрендә вакланмалар «сынык саннар» дип аталганнар.

- Һәр вакланманың санаучысын һәм ваклаучысын әйтегез һәм аларның нәрсә белдергәнен сөйләгез: $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{8}{5}$.
- 1° җәелгән почмакның нинди өлешен тәшкил итә? 1 минут 1 сәгатьнең нинди өлешен тәшкил итә? 1 см 1 м ның нинди өлешен тәшкил итә? Җавапны вакланма ярдәмендә языгыз.
- Фигураның нинди өлеше буялган (рәс. 1.1, *а–д*)?



Рәс. 1.1

Һәр вакланма өчен аңа тигез булган чиксез күп вакланмалар бар. Мәсәлән: $\frac{1}{3}=\frac{2}{6}=\frac{4}{12}=\ldots$ Вакланманы аңа тигез вакланмага үзгәртергә, *вакланманың төп үзлеге* мөмкинлек бирә:

Вакланманың санаучысын һәм ваклаучысын нуль булмаган бер үк санга тапкырлаганда яки бүлгәндә, бирелгән вакланмага тигез вакланма килеп чыга.

Бу үзлекне кулланып, вакланмаларны яңа ваклаучыга китерергә, вакланмаларны кыскартырга була.

1 нче мисал. $\frac{1}{3}$ вакланмасын 36 ваклаучысына китерик.

Башта өстәмә тапкырлаучыны табыйк: $36 : 3 = 12$. Хәзер вакланманың санаучысын һәм ваклаучысын 12 гә тапкырлыйк:

$$\frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 12}{3 \cdot 12} = \frac{12}{36}.$$

$\frac{1}{3}$ вакланмасын 3 кә кабатлы булган теләсә нинди ваклаучыга китереп булуын искәрик, ягъни 6 га, 9 га, 12 гә һәм 3 кә бүленүче теләсә нинди башка санга. Ләкин бу вакламаны 10 ваклаучысына китереп булмый, чөнки 10 саны 3 кә бүленми.

2 нче мисал. $\frac{162}{270}$ вакланмасын кыскартыйк.

Кыскартуны эзлекле рәвештә башкарабыз:

$$\frac{162}{270} = \frac{81}{135} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}.$$

Башта без санаучыны һәм ваклаучыны 2 гә бүлдек. Аннары 9 га бүленүчәнлек билгесеннән файдаландык һәм табылган вакланманы 9 га кыскарттык. Һәм ниһаять, санаучыны һәм ваклаучыны 3 кә бүлдек. Кыскарту чылбырын икенче төрле итеп тә башкарырга булыр иде. Башта ук санаучының һәм ваклаучының 9 га бүленүен искәрергә мөмкин иде.

3 нче мисал. $\frac{7}{12}$ һәм $\frac{5}{9}$ вакланмаларын чагыштырыйк.

Вакланманы уртак ваклаучыга китерик. Вакланмаларның уртак ваклаучысы буларак, 12 һәм 19 ваклаучыларының тапкырчыгышын, ягъни 108 санын алып була. Ә инде без *иң кечкенә уртак ваклаучыны* табарга теләсәк, сезгә билгеле булган алым ярдәмендә эш итәрбез. Эзлекле рәвештә, зуррак ваклаучы 12 гә кабатлы саннарны сайлап чыгабыз һәм аларның 9 га бүленүен тикшерәбез. 24 саны 9 га бүленми, ә 36 бүленә. Беренче вакланмага өстәмә тапкырлаучы $36 : 12 = 3$ кә, икенче вакланмага ул $36 : 9 = 4$ кә тигез. Табабыз:

$$\frac{7}{12} = \frac{7 \cdot 3}{12 \cdot 3} = \frac{21}{36}, \quad \frac{5}{9} = \frac{5 \cdot 4}{9 \cdot 4} = \frac{20}{36}, \quad \frac{21}{36} > \frac{20}{36}, \text{ димәк, } \frac{7}{12} > \frac{5}{9}.$$

- Вакланманың төп үзлеген әйтегез һәм аны мисал ярдәмендә күрсәтегез.
- Фигураның буялган өлешен төрле ысуллар белән языгыз (рәс. 1.1 не к.).
- $\frac{8}{15}$ һәм $\frac{7}{9}$ вакланмалары мисалында, вакланмаларны иң кечкенә уртак ваклаучыга ничек китерергә икәнен аңлатыгыз.

A

1 Моделен ясыйбыз Нинди дә булса геометрик фигураны (турыпочмаклык, түгәрәк яки кисемтәне) сурәтләгез һәм аның түбәндәге вакланмага туры килгән өлешен буягыз:

а) $\frac{5}{8}$; б) $\frac{7}{9}$; в) $\frac{8}{12}$; г) $\frac{15}{25}$.

2 Алгоритм буенча эшлибез 1) Вакланмаларны ваклаучыга китерегез:

а) $\frac{4}{9}, \frac{5}{6}, \frac{7}{2}$ не 18 ваклаучысына; б) $\frac{7}{8}, \frac{5}{16}, \frac{21}{40}$ не 80 ваклаучысына.

2) Вакланмаларны иң кечкенә уртак ваклаучыга китерегез:

а) $\frac{1}{3}$ һәм $\frac{1}{4}$; б) $\frac{5}{8}$ һәм $\frac{3}{16}$; в) $\frac{5}{8}$ һәм $\frac{3}{20}$; г) $\frac{2}{9}$ һәм $\frac{7}{24}$.

3 Борынгы Римда, зурлыкларны үлчәгәндә, ваклаучысы 12 гә тигез булган вакланмаларны кулланганнар. $\frac{1}{12}$ урынына — «бер унция», $\frac{5}{12}$ урынына «биш унция» һ. б. дигәннәр. Яртыны, өчтән берне, чирекне, алтыдан бишне, дүрттән өчне унцияләрдә белдерегез.

4 Вакланмаларны кыскартыгыз:

а) $\frac{24}{30}$; б) $\frac{12}{48}$; в) $\frac{20}{36}$; г) $\frac{14}{56}$; д) $\frac{44}{100}$; е) $\frac{36}{60}$.

5 Чагыштыру ысулын эзлибез Вакланмаларны чагыштырыгыз һәм чагыштыру нәтиҗәсен >, <, = тамгалары ярдәмендә языгыз. Һәр очракта нинди ысул белән эш иткәнегезне сөйләгез.

а) $\frac{4}{5}$ һәм $\frac{7}{10}$; в) $\frac{5}{6}$ һәм $\frac{7}{8}$; д) $\frac{9}{8}$ һәм $1\frac{1}{8}$; ж) $\frac{5}{9}$ һәм $\frac{9}{5}$;

б) $\frac{5}{12}$ һәм $\frac{7}{18}$; г) $\frac{3}{8}$ һәм $\frac{6}{16}$; е) $1\frac{8}{20}$ һәм $1\frac{2}{9}$; з) $\frac{12}{11}$ һәм $\frac{11}{12}$.

6 Вакланмаларны үсә бару тәртибендә языгыз:

а) $\frac{3}{4}, \frac{11}{12}, \frac{2}{3}, \frac{5}{6}$; в) $\frac{1}{2}, \frac{17}{20}, \frac{2}{5}, \frac{3}{4}$;

б) $\frac{1}{15}, \frac{2}{5}, \frac{7}{15}, \frac{1}{3}$; г) $\frac{7}{10}, \frac{4}{5}, \frac{63}{100}, \frac{1}{2}$.

7 а) Тренировка вакытында Алия йөз метрны $\frac{1}{3}$ мин та, ә Галия $\frac{17}{60}$ мин та, Вәсилә $\frac{3}{10}$ мин та, Зилия $\frac{4}{15}$ мин та йөгереп үткән. Кызлар стартка бер үк вакытта чыккан булсалар, финишка нинди тәртиптә килеп җиткәннәр?

б) Мәктәптән стадионга кадәрге юлга Тимур һәм аның өч дусты төрле вакыт сарыф итәләр: Тимур $\frac{2}{5}$ сәг, Самат $\frac{1}{2}$ сәг, Камил $\frac{3}{10}$ сәг, Илдар $\frac{7}{12}$ сәг. Балалар мәктәптән бер үк вакытта чыкканнар. Стадионга алар нинди тәртиптә килеп җитәрләр?

Б

8 Тигезлекләрнең дөрес булуын күрсәтегез:

а) $\frac{5}{9}=\frac{55}{99}=\frac{555}{999}$; б) $\frac{13}{77}=\frac{1313}{7777}=\frac{131313}{777777}$.

Вакланманы кыскартыгыз **(9—10)**.

9 а) $\frac{78}{338}$; в) $\frac{255}{525}$;

б) $\frac{700}{840}$; г) $\frac{324}{405}$.

10 а) $\frac{84\cdot108}{48\cdot126}$; б) $\frac{96\cdot35\cdot110}{33\cdot80\cdot105}$.

11 Чишү ысулын эзлибез Түбәндәге шартны канәгатьләндергән нинди дә булса өч сан табыгыз:

а) $\frac{1}{7}$ дән зуррак, $\frac{2}{7}$ дән кечерәк; б) $\frac{5}{9}$ тән кечерәк, $\frac{4}{9}$ тән зуррак.

12 Фикер йөртәбез Вакланманы уртак ваклаучыга китермичә генә, аларның иң зурысын ачыклагыз.

а) $\frac{11}{20}$, $\frac{21}{40}$, $\frac{31}{60}$; б) $\frac{23}{48}$, $\frac{17}{36}$, $\frac{35}{72}$.

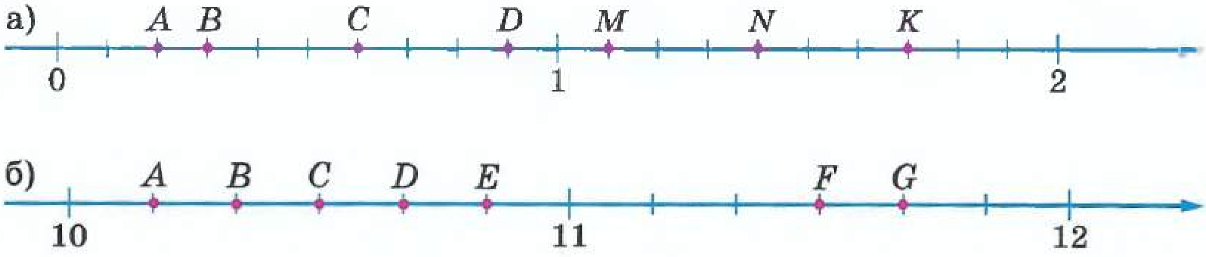
13 Тикшерәбез 1) $\frac{2}{3}$ ялгыз вакланмасы бирелгән. Аңа кире булган вакланманы языгыз. Бу вакланма ялгыз вакланмамы яки арадаш вакланмамы? Аларның кайсы 1 гә якынрак?

2) Нинди дә булса вакланма һәм аңа кире булган вакланма языгыз. Аларның кайсы 1 гә якынрак? Мондый экспериментны тагын бер тапкыр үткәрегез.

3) Вакланмаларның кайсы 1 гә якынрак: ялгыз вакланмамы яки аның арадашымы? Нәтиҗәгезне аңлатыгыз.

К

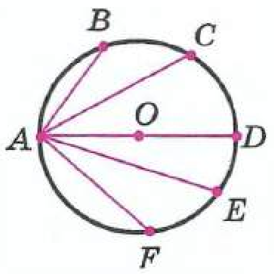
14 Координаталар турысында билгеләнгән һәр ноктаның координаталарын языгыз (рәс. 1.2).



Рәс. 1.2

15 Координаталар турысын сызыгыз (12 шакмакка тигез булган берәмлек кисемтә алыгыз). Анда саннар билгеләгез: $\frac{1}{6}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $1\frac{2}{3}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{5}{12}$, $1\frac{7}{12}$, $\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{2}$.

16 Кайсы кисемтә (рәс. 1.3) иң зур озынлыкта? Ул ничек атала? Рәсемне ясагыз (радиусын мөстәкыйль рәвештә алыгыз).



Рәс. 1.3

1.2 Вакланмалар белән исәпләүләр

5 нче сыйныфта сез вакланмаларны кушарга, алырга, тапкырларга һәм бүләргә өйрәндегез. Бу гамәлләрне башкарырга ярдәм итә торган кагыйдәләрне искә төшерик.

Ваклаучылары бертөрле булган вакланмаларның суммасын яки аермасын табу өчен, аларның санаучыларының суммасын яки аермасын табарга, ә ваклаучыны элеккесен калдырырга кирәк. Ваклаучылары төрле булган вакланмаларның суммасын яки аермасын табу өчен, бу вакланмаларны уртак ваклаучыга китерергә кирәк.

1 нче мисал. $\frac{9}{20}$ һәм $\frac{3}{16}$ вакланмаларын кушыйк.

Вакланмаларның иң кечкенә уртак ваклаучысы 80 гә тигез (аның ничек табылганын аңлатыгыз). Өстәмә тапкырлаучыларны табабыз: 80 : 16 = 5, 80 : 20 = 4. Шуңа күрә:

$$\frac{9^{\backslash 4}}{20} + \frac{3^{\backslash 5}}{16} = \frac{9 \cdot 4 + 3 \cdot 5}{80} = \frac{36 + 15}{80} = \frac{51}{80}.$$

Вакланманы вакланмага тапкырлау өчен, аларның санаучыларын һәм ваклаучыларын бер-берсенә тапкырларга кирәк һәм беренче тапкырчыгышны санаучыга, ә икенчесен ваклаучыга язарга кирәк. Бер вакланманы икенчесенә бүлү өчен, беренче вакланманы икенчесенең киресенә тапкырларга кирәк.

2 нче мисал. $\frac{9}{20} \cdot \frac{5}{12}$ тапкырчыгышын һәм $\frac{1}{2} : \frac{3}{4}$ өлешен табабыз.

$$\frac{9}{20} \cdot \frac{5}{12} = \frac{9 \cdot 5}{20 \cdot 12} = \frac{3 \cdot 1}{4 \cdot 4} = \frac{3}{16};$$

$$\frac{1}{2} : \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} = \frac{1 \cdot 4}{2 \cdot 3} = \frac{1 \cdot 2}{1 \cdot 3} = \frac{2}{3}.$$

- $\frac{3}{4}$ һәм $\frac{1}{6}$ вакланмалары мисалында төрле ваклаучылы вакланмаларны ничек кушарга һәм алырга кирәген аңлатыгыз.
- $\frac{3}{4}$ һәм $\frac{2}{3}$ мисалында вакланмаларны ничек тапкырларга һәм бүләргә кирәген аңлатыгыз.

A

17 **Кагыйдә буенча эшлибез** Сумманы яки аерманы табыгыз:

а) $\frac{5}{24}+\frac{3}{8}$; г) $\frac{2}{3}+\frac{7}{8}$; ж) $\frac{8}{25}+\frac{17}{20}$; к) $\frac{11}{15}+\frac{5}{12}$;

б) $\frac{7}{10}-\frac{2}{5}$; д) $\frac{3}{4}-\frac{1}{6}$; з) $\frac{4}{45}-\frac{1}{30}$; л) $\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$;

в) $\frac{7}{9}-\frac{5}{7}$; е) $\frac{5}{6}+\frac{1}{9}$; и) $\frac{17}{18}-\frac{11}{12}$; м) $\frac{3}{4}-\frac{2}{5}$.

18 **Фикер йөртәбез** Ике кизү торучы укучыга сыйныф бүлмәсендәге парталарны юып чыгарга кушылган булган. Алар эшне тәмамлагач, беренчесе барлык парталарның $\frac{3}{5}$ ен, ә икенчесе барлык парталарның $\frac{2}{3}$ ен юдым дигән. Аларның иптәше кемдер үзенең исәпләвендә хата җибәргәнен искәргән. Ул моны ничек белгән?

19 Исәпләүләрне башкарыгыз:

а) $4+5\frac{1}{4}$; в) $1\frac{3}{5}+2\frac{2}{3}$; д) $3-\frac{5}{7}$; ж) $3\frac{2}{5}-\frac{3}{5}$;

б) $1\frac{2}{9}+3\frac{1}{3}$; г) $5\frac{3}{4}-2$; е) $4-1\frac{7}{9}$; з) $4\frac{1}{3}-1\frac{1}{2}$.

20 **Кагыйдә буенча эшлибез** Тапкырчыгышны яки өлешне табыгыз:

а) $\frac{9}{10}\cdot\frac{5}{12}$; г) $\frac{7}{8}:\frac{7}{16}$; ж) $15\cdot\frac{5}{6}$; к) $\frac{2}{3}:18$;

б) $\frac{3}{5}:\frac{11}{15}$; д) $\frac{27}{40}:\frac{18}{35}$; з) $1:\frac{3}{7}$; л) $\frac{8}{27}\cdot 36$;

в) $\frac{9}{22}\cdot\frac{2}{3}$; е) $\frac{8}{9}:6$; и) $\frac{2}{3}\cdot 12$; м) $10:\frac{4}{15}$.

21 Бәлешне 6 тигез кисәккә бүлгәннәр. Аларның берсен тагын 3 тигез кисәккә бүлгәннәр. Бер кечкенә кисәк бәлешнең нинди өлешен тәшкил иткән? Дөрес җавапны сайлап алыгыз.

1) $\frac{1}{3}$. 2) $\frac{1}{9}$. 3) $\frac{1}{12}$. 4) $\frac{1}{18}$.

22 Исәпләгез:

а) $2\frac{7}{9}\cdot 15$; в) $1\frac{3}{5}\cdot 2\frac{1}{2}$; д) $3\frac{1}{3}:30$; ж) $1\frac{3}{4}:10\frac{1}{2}$;

б) $28\cdot 1\frac{3}{4}$; г) $3\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{5}$; е) $6:1\frac{1}{2}$; з) $5\frac{1}{5}:\frac{13}{15}$.

23 Дәрәҗәнең кыйммәтен табыгыз: $\left(\frac{3}{4}\right)^2$; $\left(\frac{2}{3}\right)^3$; $\left(1\frac{1}{2}\right)^3$; $\left(2\frac{1}{2}\right)^2$.

24 Гамәлләрне башкарыгыз:

а) $\frac{9\cdot 7\cdot 5}{10\cdot 8\cdot 6}$; в) $\frac{3}{25}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{10}{9}$; д) $\frac{3}{8}\cdot\frac{2}{15}:\frac{7}{20}$;

б) $\frac{17\cdot 26\cdot 8}{13\cdot 51\cdot 9}$; г) $8\cdot\frac{9}{16}\cdot\frac{7}{12}$; е) $\frac{4}{9}:\frac{8}{9}\cdot\frac{10}{17}$.

25 Аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

а) $25 \cdot \left(\frac{7}{10} + \frac{3}{5} + \frac{1}{2}\right)$; в) $5 : 1\frac{1}{4} + 7 : 1\frac{1}{3}$;

б) $\left(\frac{5}{12} + \frac{1}{6} + \frac{3}{8}\right) : \frac{15}{16}$; г) $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{15} - \frac{3}{10}$.

Мәсьәләне чишегез һәм үз гамәлләрегезне аңлатып бирегез **(26–27)**.

26 а) Шимбә көнне Тәлгать койманың $\frac{1}{2}$ ен буяган. Якшәмбе көнне аңа өч дусты булышкан. Тәлгать белән алар бергә койманың буялмаган өлешен тигез итеп бүлеп буяганнар. Якшәмбе көнне аларның һәрберсе койманың нинди өлешен буяган?

б) Өч мәктәп укучысы бәйрәмгә котлау открыткалары язарга булганнар. Алар бар эшне тигез итеп бүлгәннәр. Кызларның берсе – Тәлига – үзенә өч ярдәмче тапкан, эшнең үз өлешен ул алар белән тигез итеп бүлешкән. Тәлига бар эшнең күпмесен башкарган?

27 а) Айратның ике аквариумы бар. Берсенең буе, иңе һәм биеклеге $\frac{9}{10}$ м, $\frac{2}{5}$ м һәм $\frac{1}{2}$ м, икенчесенеке $\frac{4}{5}$ м, $\frac{3}{4}$ м һәм $\frac{3}{10}$ м. Кайсы аквариумга су күбрәк сыя?

б) Үлчәнешләре $\frac{4}{5}$ дм, $1\frac{1}{5}$ дм һәм $1\frac{2}{5}$ дм булган параллелепипедның каркас моделен әзерләү өчен, күпме металл чыбык кирәк булыр?

28 Мәсьәләне план буенча чишәбез а) Абыйсы түтәлне 30 мин та утый ала, ә аның сеңлесе 60 мин та. Бергә эшләгәндә, алар түтәлне ничә минутта утый алырлар?

1) Аларның һәрберсе 1 мин та түтәлнең кайсы өлешен утый?

2) Бергә эшләгәндә, алар 1 мин та түтәлнең кайсы өлешен утыйлар?

3) Бергә эшләгәндә, абыйсы белән сеңлесе түтәлне ничә минутта утыйлар?

б) Тәшке ашка әниләре бәрәңгене 16 мин та чистарта ала, ә улына бу эшкә 48 мин кирәк. Бергә эшләгәндә, барлык бәрәңгене алар ничә минутта чистартырлар?

Мәсьәләне а) мәсьәләсе белән чагыштыр һәм шул ук план буенча чиш.

Б

29 Түбәндәге сумманы үсә бару тәртибендә урнаштырыгыз:

$\frac{1}{3} + \frac{1}{8}$; $\frac{1}{4} + \frac{1}{7}$; $\frac{1}{5} + \frac{1}{6}$; $\frac{1}{2} + \frac{1}{9}$.

30 Гамәлләрне башкарыгыз:

а) $6\frac{6}{11} \cdot \frac{3}{4} : 2\frac{2}{5} \cdot 2\frac{1}{5}$; в) $9\frac{1}{3} : \frac{7}{8} \cdot \frac{9}{16} : \frac{14}{27}$;

б) $9 : 6\frac{1}{4} \cdot 2\frac{1}{2} : \frac{3}{5}$; г) $1\frac{5}{6} : 2\frac{1}{3} \cdot 3\frac{3}{4} \cdot 4\frac{1}{5}$.

31 Аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

а) $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\right)\cdot 24:5-\frac{9}{22}:\frac{15}{121}$; б) $\frac{5}{14}+\frac{18}{35}+\left(1\frac{1}{4}-\frac{5}{14}\right):\left(\frac{5}{12}\right)^2$.

32 Заводта төрле квалификацияле эшчеләр хезмәт куя. Югары разрядлы эшче заказны 12 көндә башкара ала, тәҗрибәсе азрак булган эшче — 20 көндә. Иң түбән квалификацияле эшче бу заказны 30 көндә башкара. Төрле квалификацияле өч эшчедән торган бригада бу заказны ничә көндә башкарыр?

Ярдәм. Чишү планын төзү өчен, **28** нче күнегүдә китерелгән планны карагыз.

33 Әтисе белән улы, бергә эшләп, койманы 12 сәг тә буяганнар. Әтисе койманы үзе генә буяса, бу эшне 21 сәг тә башкарыр иде. Бу койманы улы ничә сәгатьтә буяп чыгар иде?

Анализлыйбыз һәм фикер йөртәбез (34—35)

34 *MN* кисемтәсен *A* һәм *B* нокталары белән 3 тигез өлешкә, аннары *C*, *D* һәм *E* нокталары белән 4 тигез өлешкә бүлгәннәр.

а) Кисемтә ничә тигез өлешкә бүленгән? Алар арасында тигезләре бармы?

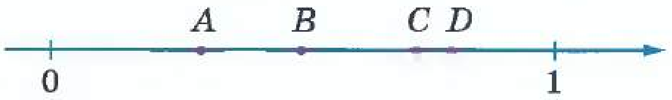
б) Табылган һәр кисәкнең озынлыгы әлеге кисемтә озынлыгының кайсы өлешен тәшкил итә?

35 Озынлыгы $\frac{2}{3}$ м булган бауның $\frac{1}{2}$ м ын кисеп алырга кирәк. Үлчәүләр башкармыйча гына, моны ничек эшләргә?

К

36 Координаталар турысын сызыгыз (2 шакмакка тигез булган берәмлек кисемтә алыгыз). Координаталар турысында $1\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$, 4, $5\frac{1}{2}$ саннарына туры килгән нокталар билгеләгез.

37 Координаталар турысында $\frac{3}{10}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{73}{100}$, $\frac{1}{2}$ саннарына туры килгән нокталар билгеләнгән (рәс. 1.4). Һәр ноктаның координаталарын билгеләгез.

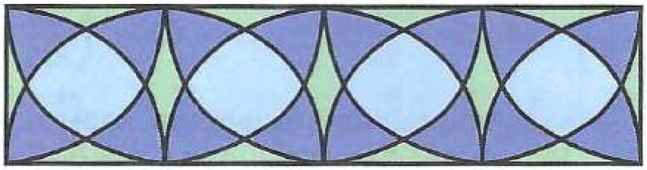


Рәс. 1.4

38 Вакланмаларны чагыштырыгыз: а) $\frac{3}{14}$ һәм $\frac{6}{21}$; б) $\frac{4}{15}$ һәм $\frac{11}{60}$;
в) $\frac{11}{20}$ һәм $\frac{8}{15}$; г) $\frac{5}{9}$ һәм $\frac{6}{7}$.

39 Вакланманы кыскартыгыз: а) $\frac{24}{60}$; б) $\frac{12}{48}$; в) $\frac{20}{36}$; г) $\frac{14}{56}$.

40 1.5 нче рәсемне дәфтәрегезгә күчерегез. Үлчәмнәрен ирекле алыгыз.



Рәс. 1.5

1.3 «Күпкатлы» вакланмалар

Сез ике натураль санның өлеше санаучысы — бүленүче, ә ваклаучысы бүлүче булган вакланмага тигез булуын беләсез инде.

Мәсәлән: $7 : 3 = \frac{7}{3}$, $10 : 14 = \frac{10}{14} = \frac{5}{7}$.

Икенче сүз белән әйткәндә, $m : n$ һәм $\frac{m}{n}$ язулары бер үк нәрсәне аңлата. Шуңа күрә *вакланма сызыгын ике натураль санның бүлү гамәле тамгаланышы дип карарга була.*

Бүлү тамгасын вакланма сызыгы белән алмаштырыгыз һәм өлешне табыгыз: а) 8 : 5; б) 6 : 15.

Математикада вакланма сызыгын катлаулырак аңлатмаларны язганда да, бүлү тамгасы буларак куллану кабул ителгән. Мәсәлән:

$$\frac{4+\frac{2}{3}}{1-\frac{4}{5}} \text{ аңлатмасы}$$

$\left(4+\frac{2}{3}\right):\left(1-\frac{4}{5}\right)$ өлешен язуның икенче төрле ысулы булып тора.

Алга таба безгә санаучылары һәм ваклаучылары натураль саннар гына түгел, ә теләсә нинди аңлатмалар булган вакланмалар очрар. Шундый «күпкатлы» вакланманың кыйммәтен исәпләгәндә, иң ахырда бүлү гамәле башкарыла: санаучыдагы аңлатма ваклаучыдагы аңлатмага бүленә.

Мисал. $\dfrac{\frac{1}{3}-\frac{1}{5}}{\frac{2}{3}-\frac{1}{2}}$ вакланмасының кыйммәтен табабыз.

1 нче ысул. Өч гамәл башкарабыз:

1) $\frac{1}{3}-\frac{1}{5}=\frac{5-3}{15}=\frac{2}{15}$;

2) $\frac{2}{3}-\frac{1}{2}=\frac{4-3}{6}=\frac{1}{6}$;

3) $\frac{2}{15}:\frac{1}{6}=\frac{2}{15}\cdot 6=\frac{2\cdot 6}{15}=\frac{4}{5}$.

Чишүнең язылышын чылбыр итеп алып барырга була:

$$\frac{\frac{1}{3}-\frac{1}{5}}{\frac{2}{3}-\frac{1}{2}}=\frac{\frac{5-3}{15}}{\frac{4-3}{6}}=\frac{\frac{2}{15}}{\frac{1}{6}}=\frac{2}{15}\cdot\frac{6}{1}=\frac{2\cdot 6}{15}=\frac{4}{5}.$$

2 нче ысул. Мәсәлән, $30\cdot\frac{2}{3}=20$ кебек гамәлләрне телдән башкара алсагыз, андый «күпкатлы» вакланмаларның рәвешен тизрәк үзгәртә аласыз.

Вакланманың санаучысын һәм ваклаучысын 30 га тапкырлыйбыз. Вакланманың кыйммәте монда үзгәрми, санаучыда һәм ваклаучыда бөтен саннар килеп чыга. Табабыз:

$$\frac{\frac{1}{3}-\frac{1}{5}}{\frac{2}{3}-\frac{1}{2}}=\frac{30\cdot\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)}{30\cdot\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{2}\right)}=\frac{30\cdot\frac{1}{3}-30\cdot\frac{1}{5}}{30\cdot\frac{2}{3}-30\cdot\frac{1}{2}}=\frac{10-6}{20-15}=\frac{4}{5}.$$

□ $\frac{5}{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}$ аңлатмасының кыйммәтен ике ысул белән табыгыз.

A

Символлар белән эшлибез (41—43)

41 Бүлү тамгасын вакланма сызыгы белән алмаштырыгыз һәм өлешне табыгыз:

а) 2 : 7, 11 : 15, 8 : 9; б) 6 : 12, 8 : 28, 10 : 35; в) 14 : 6, 15 : 9, 40 : 5.

42 Аңлатманы вакланма рәвешендә языгыз һәм бу вакланманы кыскартыгыз:

а) (21 · 18) : 14; в) (12 · 15) : 40;
б) 60 : (16 · 25); г) (4 · 24) : (42 · 8).

43 Вакланма сызыгын бүлү тамгасы белән алмаштырыгыз:

а) $\frac{1}{18\cdot 17}$; б) $\frac{15\cdot 31}{2}$; в) $\frac{100}{8\cdot 12\cdot 16}$; г) $\frac{23\cdot 16}{11\cdot 41}$.

44 Аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

а) $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}}$, $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}}$, $\frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{8}}$; б) $\frac{1}{\frac{2}{3}}$, $\frac{1}{\frac{1}{7}}$, $\frac{1}{\frac{5}{2}}$; в) $\frac{\frac{8}{4}}{5}$, $\frac{\frac{2}{3}}{4}$, $\frac{\frac{2}{5}}{2}$.

45 Исәпләгез:

а) $\frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}}$; б) $\frac{\frac{5}{8}}{\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2}}$; в) $\frac{1}{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{6}}$; г) $\frac{\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{7}}{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{14}}$.

46 Аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

а) $\dfrac{1-\frac{1}{5}}{2}$; в) $\dfrac{\frac{2}{3}+\frac{1}{6}}{3}$; д) $\dfrac{\frac{17}{100}-\frac{1}{10}}{10}$;

б) $\dfrac{6}{1-\frac{1}{3}}$; г) $\dfrac{1-\frac{1}{6}}{2+\frac{1}{6}}$; е) $\dfrac{\frac{1}{4}+\frac{2}{3}}{2-\frac{1}{6}}$.

Б

Символлар белән эшлибез (47—49)

47 $\dfrac{\frac{3}{2}}{3}$ язуы нәрсәне белдерергә мөмкин? Вакланманың һәр сызыгын чиратлап «төп» гамәл буларак кабул итегез һәм тиңдәшле вакланмаларны языгыз. Бу вакланмаларның һәрберсенең кыйммәтен табыгыз.

48 Ниндидер санны 2 гә бүлү – аны $\frac{1}{2}$ гә тапкырлауга тәңгәл ул. Шуңа күрә $\dfrac{3-\frac{1}{4}}{2}=\left(3-\frac{1}{4}\right)\cdot\frac{1}{2}$. Шулай фикер йөртеп, аңлатманы тапкырчыгыш рәвешендә күрсәтегез:

а) $\dfrac{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}{2}$; б) $\dfrac{1-\frac{5}{6}}{3}$; в) $\dfrac{\frac{4}{5}-\frac{1}{2}}{10}$; г) $\dfrac{2+\frac{5}{8}}{5}$.

49 Вакланма сызыгын кулланып, аңлатманы өлеш рәвешендә языгыз:

а) $\left(8-6\frac{1}{4}\right)\cdot\frac{1}{4}$; б) $\left(\frac{5}{6}-\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{1}{2}$; в) $\left(\frac{3}{10}+\frac{3}{100}\right)\cdot\frac{1}{100}$.

50 Аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

а) $\dfrac{6-\dfrac{1}{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}}{6+\dfrac{1}{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}}$; б) $2+\dfrac{1}{1+\dfrac{2}{1+\frac{1}{3}}}$; в) $\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{1+\frac{1}{3}}}}$.

К

51 Аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

а) $\dfrac{9\cdot5\cdot4}{20\cdot8\cdot15}$; б) $\frac{4}{9}:\frac{7}{10}:\frac{8}{3}$; в) $\frac{9}{10}\cdot\frac{5}{33}:\frac{9}{16}$.

52 Уңайлы ысул белән исәпләгез:

а) $1\frac{1}{5} + \frac{5}{9} + \frac{4}{5} + \frac{4}{9}$; в) $\frac{7}{27} \cdot 10 + 8 \cdot \frac{7}{27}$;

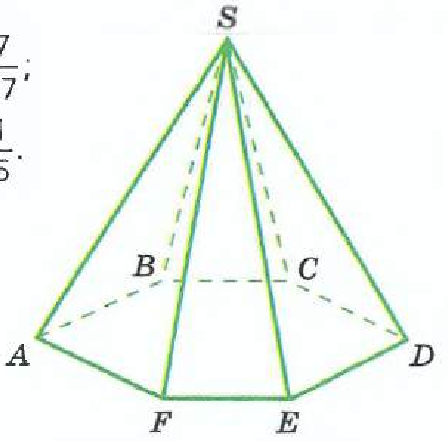
б) $\frac{2}{11} + \frac{3}{8} + \frac{4}{11} + \frac{6}{11} + \frac{5}{8}$; г) $\frac{11}{36} \cdot 17 - 5 \cdot \frac{11}{36}$.

53 Мәсьәләне чишегез.

Сыер печән чүмәләсен 3 көндә ашап бетерә, ә кәҗә шундый ук чүмәләне 6 көндә ашап бетерә ала. Шундый чүмәләне сыер белән кәҗә бергә ничә көндә ашап бетерерләр?

Ярдәм. **28** нче мәсьәлә белән чагыштыр.

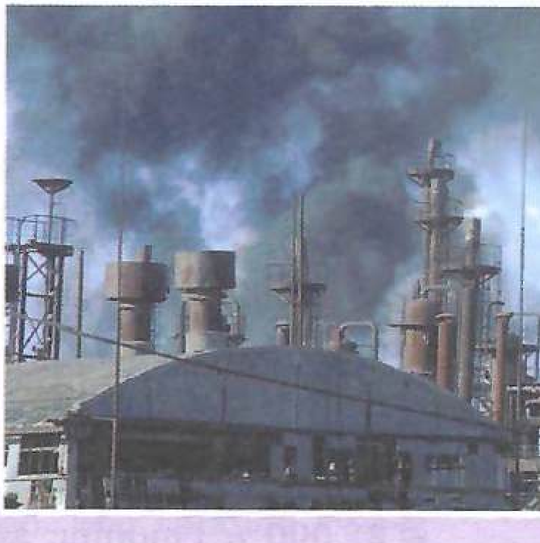
54 1.6 нчы рәсемдә сурәтләнгән күпкырлыкның исемен әйт. Күренә торган кырларның исемен әйт. Күпкырлыкны *SFE* кыры күренмәслек итеп сызыгыз.



Рәс. 1.6

1.4 Вакланмага карата төп мәсьәләләр

1 нче мисал. Янында химия заводы урнашкан Синегорск шәһәре халкы әйләнәтирә мохит пычрануына каршы актив көрәшә һәм аның $\frac{2}{5}$ се Гринпис («Зелёный мир») экологик хәрәкәтенә кушылган дип радиодан хәбәр иткәннәр дип күз алдына китерик.



Вакланмалар белән таныш кеше Гринпис хәрәкәтенә шәһәр халкының яртысыннан бераз кимрәге кушылганын аңлый. Аларның санын исәпләү өчен, Синегорскида күпме кеше яшәгәнен һәм бу санның $\frac{2}{5}$ сен таба белергә кирәк.

Шәһәрдә 80 000 кеше яшәсен, ди. 80 000 нең $\frac{2}{5}$ сен төрлечә: вакланма төшенчәсенең мәгънәсенә таянып һәм санның өлешен табу кагыйдәсе буенча табарга була.

Мәсьәләне беренче ысул белән чишик. 80 000 нең бишенче өлешен табыйк һәм нәтиҗәне 2 гә тапкырлыйк:

$$(80\,000 : 5) \cdot 2 = 32\,000 \text{ (кеше)}.$$

Хәзер шул ук мәсьәләне түбәндәге кагыйдәгә нигезләнеп чишик:

Вакланма белән билгеләнгән санның өлешен табу өчен, бу санны әлеге вакланмага тапкырларга кирәк.

80 000 не $\frac{2}{5}$ гә тапкырлап, шул ук нәтиҗәне табабыз:

$$80\,000 \cdot \frac{2}{5} = \frac{80\,000 \cdot 2}{5} = 32\,000 \text{ (кеше)}.$$

1 нче мисалдагы мәсьәләгә кире мәсьәлә чыгарга мөмкин:

2 нче мисал. Синегорск шәһәреннән 32 000 кешенең Гринпис хәрәкәтенә кушылуы билгеле булсын, бу — шәһәр халкының $\frac{2}{5}$ сен тәшкил итә. Әлеге мәгълүматны белеп, шәһәр халкының күпме булуын табарга авыр түгел.

Шарт буенча 32 000 — шәһәр халкының $\frac{2}{5}$ се ул. Барлык халык $\frac{5}{5}$ не тәшкил иткәнлектән, 32 000 не 2 гә бүләргә һәм нәтиҗәне 5 кә тапкырларга кирәк:

$$(32\,000 : 2) \cdot 5 = 80\,000 \text{ (кеше)}.$$

Бу мәсьәләне санны аның өлешләре буенча табу кагыйдәсе буенча чишәргә була:

Санны аның өлешләре буенча табу өчен, бу өлешне аңа туры килгән вакланмага бүләргә кирәк.

32 000 не $\frac{2}{5}$ гә бүлеп табабыз:

$$32\,000 : \frac{2}{5} = \frac{32\,000 \cdot 5}{2} = 80\,000 \text{ (кеше)}.$$

3 нче мисал. Өченче ситуацияне җентекләп карыйк. Журналист Синегорск шәһәрендә 80 000 кеше яшәвен һәм аларның 32 000 е Гринпис хәрәкәтенә кушылуын белде, ди. Журналистның радиодан үз хәбәрендә әлеге санның шәһәр халкының зур өлеше икәнен ассызыклап җиткерәсе килә. Моның өчен ул 32 000 кеше 80 000 нең нинди өлеше икәнен исәпләргә тиеш.

Бер кеше — шәһәр халкының $\frac{1}{80\,000}$ өлеше. Ул вакытта 32 000 кеше шәһәр халкының $\frac{32\,000}{80\,000} = \frac{32}{80} = \frac{2}{5}$ өлешен тәшкил итә.

32 000 кеше 80 000 нең нинди өлешен тәшкил итә дигән сорауга без $\frac{32\,000}{80\,000}$ вакланмасын яздык, ул 32 000 не 80 000 гә бүлүдән

чыккан өлешне белдерә. Шулай итеп, без шундый кагыйдәгә килдек:

Кечерәк сан зуррагының нинди өлешен тәшкил итүен белү өчен, беренче санны икенчесенә бүләргә кирәк.

а) 600 санының $\frac{3}{5}$ ен; б) $\frac{3}{5}$ е 18 не тәшкил иткән санны; в) 36 саны 80 нең нинди өлешен тәшкил итүен ничек табарга икәнен сөйләгез.

А

55 Җөмләләрне укыгыз һәм кирәкле сүзләрне куегыз.

а) Ниндидер санның яртысын табу өчен, бу санны ... гә бүләргә яки ... гә тапкырларга кирәк.

б) Ниндидер санның дүрттән берен табу өчен, бу санны ... кә бүләргә яки ... гә тапкырларга кирәк.

в) Ниндидер санның унынчы өлешен табу өчен, бу санны ... га бүләргә яки ... гә тапкырларга кирәк.

г) Ниндидер санның йөзенче өлешен табу өчен, бу санны ... гә бүләргә яки ... гә тапкырларга кирәк.

Зурлыкның өлешен табыгыз (**56—57**).

56 а) 8 кг ның $\frac{1}{4}$ ен; б) 12 кг ның $\frac{3}{4}$ ен; в) 18 кг ның $\frac{4}{9}$ ен; г) 20 кг ның $\frac{2}{5}$ сен.

57 а) $\frac{1}{2}$ г ның $\frac{1}{10}$ ен; б) $\frac{1}{10}$ кг ның $\frac{3}{4}$ ен; в) $\frac{1}{4}$ см ның $\frac{2}{5}$ сен; г) $\frac{3}{10}$ дм ның $\frac{4}{9}$ ен.

Санның өлешен табуга мәсьәлә чишегез (**58—59**).

58 а) Стаканга 160 г ярма сыя. Стаканның $\frac{2}{5}$ сенә ярма салганнар. Стаканга ничә грамм ярма салып куйганнар?

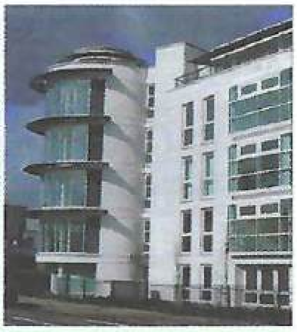
б) Юарга кирәк булган тәрәзәләрнең гомуми мәйданы 24 м^2 тәшкил итә. Бер сәгатьтә бу мәйданның $\frac{5}{8}$ ен юганнар. Бер сәгатьтә юылган тәрәзәләрнең мәйданын табыгыз.

59 а) 2 м 40 см озынлыктагы тасманың $\frac{3}{8}$ ен кисеп алганнар. Калган өлешнең озынлыгын табыгыз.

б) Мәктәптә укулар 5 сәг 30 мин дәвам итә. Тәнәфесләр бу вакытның $\frac{3}{11}$ ен алып тора. Дәресләр ничә сәгать дәвам итә?

60 Чишү өчен $300 \cdot \frac{3}{10}$ гамәлен башкарырга кирәк булган мәсьәләне төзегез.

Өлеше буенча санны табуга мәсьәлә чишегез **(61—63)**.



61 а) Макетның үлчәме йортның чын (реаль) үлчәменең $\frac{1}{12}$ ен тәшкил итә. Макетта тәрәзәнең иңе 60 мм булса, йорт тәрәзәсенең иңе күпмегә тигез?

б) Планда җир участогының үлчәме чын үлчәменең $\frac{1}{100}$ ен тәшкил итә. Планда участок ягының озынлыгы 16 см булса, участокның ягы күпмегә тигез?

62 а) Бакка 36 л су салганнар һәм күләменең $\frac{3}{4}$ е тулган. Бакка күпме су сыя?

б) Кибеткә китерелгән виноградның $\frac{2}{5}$ сен сатканнар, бу 180 кг тәшкил иткән. Кибеткә барлыгы күпме виноград китергәннәр?

63 Айрат компьютерда әдәбияттан рефератының $\frac{2}{5}$ сен $2\frac{1}{2}$ сәг тә җыйган. Ул шундый тизлек белән эшләсә, рефератны тулысынча ничә сәгатьтә җыяр? Дөрес җавапны сайлап алыгыз.

1) 1 сәг тә. 2) 5 сәг тә. 3) $6\frac{1}{4}$ сәг тә. 4) $12\frac{1}{2}$ сәг тә.

64 Чишү өчен $300 : \frac{2}{3}$ гамәлен башкарырга кирәк булган мәсьәлә төзегез.

Бер сан икенчесенең күпме өлешен тәшкил иткәнен табыгыз һәм мәсьәләне чишегез **(65—67)**.

65 а) 30 мин; 15 мин; 10 мин; 6 мин сәгатьнең күпме өлешен тәшкил итә?

б) 1 сәг; 2 сәг; $2\frac{1}{2}$ сәг; $5\frac{1}{3}$ сәг тәүлекнең күпме өлешен тәшкил итә?

66 а) Стаканга 200 г сөт керә. Стаканда 160 г сөт булсын өчен, аның күпме өлешен тутырырга кирәк? Стаканның кайсы өлеше буш кала?

б) Кеше бер тәүлектә уртача 8 сәг йоклый. Тәүлекнең күпме өлешен кеше йоклап үткәрә? Тәүлекнең күпме өлешен кеше йокламыйча үткәрә?

67 а) Товар поездының тизлеге 60 км/сәг, ә пассажир поездының тизлеге 80 км/сәг. Товар поездының тизлеге пассажир поезды тизлегенең күпме өлешен тәшкил итә? Пассажир поездының тизлеге товар поезды тизлегеннән ничә тапкырга зуррак?

б) Су белән тулган 20 литрлы бидоннан 8 л ын агызып алганнар. Анда калган су бидонның күпме өлешен тәшкил итә? Тулы бидондагы су калганына караганда ничә тапкырга күбрәк?

Мәсьәләне чишегез һәм үз гамәлләрегезгә комментарий бирегез **(68–70)**.

68 Ике өлештән торган DVDдагы фильм 126 мин дәвам итә. Беренче өлешнең озынлыгы фильмның гомуми озынлыгының $\frac{2}{3}$ сен тәшкил итә. Фильмның һәр өлеше ничә минут дәвам итә?

б) Даниянең өй эше хәзерләүгә 3 сәг 30 мин вакыты киткән, бу – Галия сарыф иткән вакытның $\frac{3}{4}$ ен тәшкил итә. Дания дәресне ничә минутка тизрәк хәзерләгән?

69 Мәктәптә 1800 укучы. Чәршәмбе көнне дәресләрдә 120 укучы булмаган. Бу көнне укуда мәктәп укучыларының күпме өлеше булган?

70 Беренче атучы оча торган мишеньга 80 тапкыр аткан һәм 60 тапкыр тидергән, икенчесе 60 тапкыр атудан 50 тапкыр тидергән. Аларның кайсысының нәтиҗәсе яхшырак?

71 **Практик ситуация** Сез, туристик слётка үзегез белән алып бару өчен, бутербродка сыр сайлыйсыз дип күз алдына китерегез. Сезгә иң түбән майлылыктагы сыр алырга кушканнар. Таблицада кибеттә булган төрле майлылыктагы сырларның массалары күрсәтелгән.

Пачканың массасы (г да)	100	150	200	500
Пачкадагы майның массасы (г да)	40	45	100	125

Сез нинди сыр сатып алырсыз?

Ярдәм. Майның массасы пачканың гомуми массасының нинди өлешен тәшкил итүен белегез.

Б

72 а) Китап 75 битле. Беренче көнне укучы китапның $\frac{3}{5}$ ен укыган, икенче көнне – калганының $\frac{2}{5}$ сен. Аңа тагын ничә бит укыйсы калган?

б) Йорт 100 фатирлы (бер, ике һәм өч бүлмәле). Бер бүлмәле фатирлар – барлык фатирларның $\frac{1}{4}$ ен, ә ике бүлмәлеләр калган фатирларның $\frac{3}{5}$ ен тәшкил итә. Бу йортта өч бүлмәле фатирлар ничә?

73 а) Бакча җир участогының $\frac{2}{5}$ сен алып тора, ә инде алмагачлар бакчаның $\frac{1}{4}$ енә утыртылган. Участокның гомуми мәйданы 10 сутый булса, алмагачлар нинди мәйданны алып тора?

б) Алтынчы сыйныфларда мәктәптәге барлык укучыларның $\frac{1}{14}$ е укый. Аларның $\frac{2}{5}$ се – кызлар. Мәктәптә барлыгы 910 укучы булса, алтынчы сыйныфларда ничә кыз укый? Алтынчы сыйныф кызлары мәктәп укучыларының күпме өлешен тәшкил итә?

74 а) Самат дәфтәренең $\frac{5}{8}$ енә язып тутырган, һәм аның 36 бите чиста калган. Дәфтәр ничә битле?

б) $\frac{1}{2}$ м тукыма өчен шундый ук $\frac{1}{3}$ м тукымага караганда 20 сумга артыграк түләгәннәр. Тукыманың бер метры күпме тора?

75 а) Ике кульязманы принтерда чыгару өчен, бер пачка кәгазь алганнар. Бер кульязмага пачканың $\frac{3}{5}$ е, ә икенчесенә калганның $\frac{2}{3}$ се киткән. 24 бит калган булса, пачкада ничә бит кәгазь булган?

б) Әнисе һәм улы җир җиләге уңышының $\frac{4}{7}$ ен җыйганнар. Малае өлешенә җыелган җиләкнең $\frac{3}{4}$ е туры килә. Әгәр улы 6 кг җиләк җыйган булса, җиләк уңышы күпме булган? Әнисе җиләк уңышының күпме өлешен җыйган?

76 Практик ситуация

а) Дусларыгызны сөтле коктейль белән сыйларга телисез дип күз алдына китерегез. Сезнең 350 г сөтегез бар. Рецепт буенча сөт — коктейль массасының $\frac{7}{10}$ сен, сироп, ванилин һәм какао тиңдәшле рәвештә коктейль массасының $\frac{3}{20}$ ен, $\frac{1}{10}$ ен һәм $\frac{1}{20}$ ен тәшкил итә. Сезгә ничә грамм сироп, ванилин һәм какао кирәклеген исәпләп чыгарыгыз.

Фикер йөртәбез **(77—80)**

77 Нәрсә зуррак:

а) яртының $\frac{1}{5}$ еме, әллә $\frac{1}{5}$ нең яртысымы; б) $\frac{2}{3}$ нең $\frac{3}{4}$ еме, әллә $\frac{3}{4}$ нең $\frac{2}{3}$ семе?

Ничек фикер йөрткәнегезне сөйләгез.

78 Укучы түгәрәкнең $\frac{3}{8}$ ен буяган, өстәвенә бу өлешнең $\frac{2}{3}$ сен зәңгәр төскә, ә калганнарын кызыл төскә буяган. Түгәрәкнең күпме өлеше зәңгәр төскә буялган? Түгәрәкнең нинди өлеше кызыл төскә буялган?

79 а) 2010 елда Псков халкы саны Смоленск халкы санының $\frac{2}{3}$ сен тәшкил иткән. Смоленскида яшәүчеләр Псковка караганда ничә тапкырга күбрәк?

б) Мәскәүдә Шухов телеманарасының биеклеге Останкино телеманарасы биеклегенең $\frac{3}{11}$ ен тәшкил итә. Останкино манарасы Шуховныкыннан ничә тапкырга биегрәк?

80 Россиядә авыл халкы барлык халыкның якынча $\frac{3}{10}$ ен тәшкил итә? Авыл халкы шәһәр халкының күпме өлешен тәшкил итә? Шәһәр халкы авыл халкына караганда ничә тапкырга күбрәк?

Шухов телеманарасы

К

81 Аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

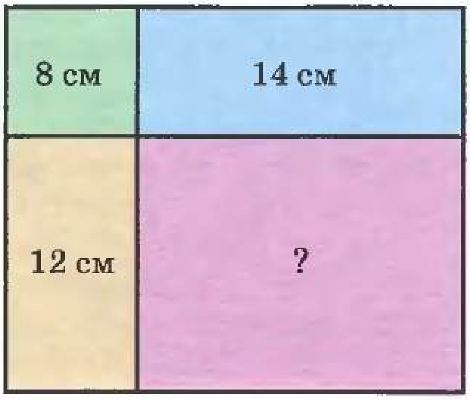
а) $\left(\frac{3}{5}-\frac{4}{15}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)$; б) $10-5\cdot1\frac{1}{5}-\frac{1}{3}$; в) $\dfrac{\frac{1}{2}+\frac{3}{4}}{\frac{1}{2}}$; г) $\dfrac{\frac{7}{10}+\frac{3}{5}}{\frac{7}{10}+\frac{1}{2}}$.

82 а) Мәктәп ашханәсендә төшке аш менюында ике беренче аш — борщ һәм бәрәңге шулпасы, һәм өч икенче аш — сосискалар, котлетлар һәм пылау бар. Төшке ашның беренче һәм икенче ашлардан торган мөмкин булган барлык вариантларын төзегез. Барлыгы шундый ничә вариант бар?

б) Мәктәп бәйрәм концертын алып бару өчен, өч кыз һәм өч малайдан бер кыз һәм бер малайны сайлап алырга кирәк. Моны ничә ысул белән эшләп була?

Ярдәм. Кодлар кертегез, мәсәлән к1, ... , м1, ... һәм мөмкин булган барлык парларны языгыз.

83 Фикер йөртәбез Турыпочмаклыкны 4 өлешкә: квадрат һәм турыпочмаклыкка бүлгәннәр (рәс. 1.7). Табылган дүрт өлешнең өчесенең периметрлары билгеле. Дүртенче өлешнең һәм бөтен турыпочмаклыкның периметрын табыгыз.



Рәс. 1.7

1.5 Нәрсә ул процент

Сезгә күп тапкырлар *процент* сүзен радиодан һәм телевидениедан ишетергә яки газеталарда очратырга туры килгәндер. Мәсәлән:

сайлауларда шәһәр халкының 67 проценты катнашты;

шәһәр транспортында йөрү бәясе 50 процентка күтәрелде;

телетапшырулар рейтингы (популярлык күрсәткече) 19 процент тәшкил итә.

«Процент» сүзе нәрсәне аңлата соң?

Һиндидер зурлыкның проценты дип аның йөздән бер өлеше атала.

Шуңа күрә, зурлыкның бер процентын табу өчен, бу зурлыкны 100 гә бүләргә кирәк.

Мәсәлән:

500 т ның 1 проценты 5 т га тигез, чөнки 500 : 100 = 5;

1 км ның 1 проценты 10 м, чөнки 1 км = 1000 м, ә 1000 : 100 = 10.

Математикада «процент» сүзе өчен махсус тамга бар: %.

$$1\,\% \text{ — зурлыкның } \frac{1}{100} \text{ е ул.}$$

Нәкъ шуның кебек: 27 % — $\frac{27}{100}$ ул, 33 % — $\frac{33}{100}$ ул һ. б.

- Процент дип нәрсә атала? «Процент» сүзеннән башка (вакланма белән алмаштырып) мондый фразаларны әйтегез: «Математика түгәрәгенә мәктәптәге барлык укучыларның 7% ы йөри»; «Тавыш бирүдә сайлаучыларның 73% ы катнашты».
- 10 × 10 шакмаклы квадрат сызыгыз һәм квадратның 18% ын буягыз. Квадратның ничә проценты буялмаган? Тагын шундый ике квадрат сызыгыз һәм аларның берсенең 50% ын һәм икенчесенең 100% ын буягыз.

Процентлы исәпләнә торган зурлык (мәсәлән, бер елда завод чыгара торган телевизорлар саны, гаилә доходы, халык саны һ. б.) йөзенче өлешләренең 100 ен тәшкил итә, ягъни 100 %.

1 нче мисал. Кышкы куртка 1200 сум тора. Яз көне бәяне киметеп сату вакытында аны 33 % ка арзанрак алып була. Шул вакытта куртка сатып алганда, күпме акчаны экономияләргә мөмкин?

Башта куртка бәясенең 1 % ын табабыз:

$$1200 : 100 = 12 \text{ (с.).}$$

Хәзер аның бәясенең 33 % ын табабыз:

$$12 \cdot 33 = 396 \text{ (с.).}$$

Димәк, бәяне киметеп сату вакытында, 396 с. ны экономияләргә була.

Икенче төрле фикер йөртергә була: зурлыкның 33 % ы — аның 33 йөзенче өлешләре ул, ягъни $\frac{33}{100}$. 1200 нең $\frac{33}{100}$ ен табу өчен, 1200 не $\frac{33}{100}$ кә тапкырларга кирәк:

$$1200 \cdot \frac{33}{100} = \frac{1200 \cdot 33}{100} = 396 \text{ (с.).}$$

- 5 тоннаның 24% ын; 2 кг ның 12% ын ничек табарга икәнен сөйләгез һәм табыгыз.

Кайвакытта зурлыкның кирәкле процент санын тагын да гадирәк табыла. Мәсәлән, 10 % ны, 25 % ны, 50 % ны табарга кирәк булганда шулай. 10 % — $\frac{10}{100}$, яки $\frac{1}{10}$ ул. Шуңа күрә ниндидер зурлыкның 10 % ын табу өчен, бу зурлыкны 10 га бүлү җитә. Мәсәлән, 1200 с. ның 10 % ы 120 с. ны тәшкил итә.

Таблицада «җиңел санала» торган кайбер процентлар һәм аларга тәңгәл килгән вакланмалар китерелгән.

10 %	20 %	25 %	50 %	75 %
$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$

2 нче мисал. Былтыр Шәһәр көненә багышланган марафонда 200 шәһәр кешесе катнашкан. Быел марафонда катнашучылар саны 20 % ка арткан. Быел марафонда ничә шәһәр кешесе катнашкан?

200 дән 20 % ны табу өчен, 200 не 100 гә бүләргә һәм нәтиҗәне 20 гә тапкырларга кирәк:

$$\underbrace{(200 : 100)}_{\text{бу } 1\%} \cdot 20 = 40 \text{ (кеше).}$$

Димәк, быел марафонда катнашучылар саны 40 кешегә арткан, һәм алар барлыгы:

$$200 + 40 = 240 \text{ (кеше).}$$

200 нең 20 % ын гадирәк тә табарга була: 20 % $\frac{1}{5}$ ул, шуңа күрә 200 не 5 кә бүлү дә җитә, шулай итеп, 200 : 5 = 40.

- Товар бәясе 800 сум. Аның бәясе 25 % ка төшерелгән. Бәя ничә сумга төшерелгән? Яңа бәя күпмегә тигез?

3 нче мисал. Туганда баланың авырлыгы 3 кг булган. Бер ел эчендә аның авырлыгы 200 % ка арткан. Балага бер яшь булганда, аның авырлыгы күпме булган?

Туганда баланың авырлыгы 100 % тәшкил итә, ягъни 3 кг — бу 100 %. Ул вакытта 200 % 6 кг ны тәшкил итә. Димәк, бер яшьтә баланың авырлыгы 3 + 6 = 9 (кг) була.

«Процент» сүзенең чыгышы латиннан: тәрҗемә иткәндә, pro centum «йөзгә» дигәнне аңлата. Сөйләгәндә еш кына «процент» урынына шул сүзне кулланалар. Мәсәлән, «Заводта һәр 100 кешегә югары белемле 12 кеше туры килә» дигән фраза заводның 12 % хезмәткәре югары белемле дигәнне аңлата.

- Баланың авырлыгы ел ахырына 200% ка арткан (3 нче мәсьәләне к.). Бер яшькә баланың авырлыгы ничә тапкыр арткан?
- «Процент» сүзен кулланып, «һәр 100 укучының 65 е спорт секцияләрендә шөгыльләнә» дигән фразаны аңлатыгыз. Шуңа охшаш төзелешле фраза уйлап табыгыз һәм аны «процент» сүзен кулланып аңлатыгыз.

A

Символлар белән эшлибез (84—86)

84 Процентларны тиешле вакланма белән алмаштырып, җөмләне укыгыз:

а) малайлар сыйныфның 60% ын тәшкил итәләр;

б) тавыш бирүдә сайлаучыларның 75% ы катнашты;

в) июльдә автомобиль бәясе 15% ка артты;

г) товарны зур партия белән сатып алганда, сатып алучыга 31% зурлыгында ташлама бирелә.

85 Китапханәдәге барлык китапларның $\frac{3}{100}$ ен, $\frac{60}{100}$ ын, $\frac{79}{100}$ ын, $\frac{50}{100}$ сен процентларда белдерегез.

86 Процентларны вакланма белән белдерегез, мөмкин булганда аны кыскартыгыз:

а) 37%, 83%, 61%; б) 15%, 50%, 60%; в) 49%, 40%, 80%.

87 **Мәгълүмат эзлибез** Массакүләм мәгълүмат чараларында (газеталар, журналлар, Интернет челтәре, телевидение һ. б.) «процент» сүзе очраган җөмләләрне табыгыз.

88 а) Сыйныфның 25% укучылары йөгерүдә ярышканнар, ә сыйныф укучыларының 75% ы алар өчен җан атарга килгәннәр. Сыйныфның барлык укучылары да ярышка килгәнме?

б) Бер атнада туристлар юлның 50% ын поездда һәм 40% ын автобуста узганнар. Туристлар бер атнада юлны тулысынча узганнармы?

89 Драмтүгәрәктәге барлык укучыларның 65% ын кызлар тәшкил итә. Малайлар драмтүгәрәккә йөргән укучыларның ничә процентын тәшкил итә?

90 Сыйныфның 40% ын кызлар тәшкил итә. Сыйныфта кемнәр күбрәк: малайлармы, кызлармы һәм ничә процентка?

91 1% ын табыгыз:

а) 100 с., 200 м, 300 км, 600 кг;

б) 1000 т, 10 000 с., 10 м, 1 ц.

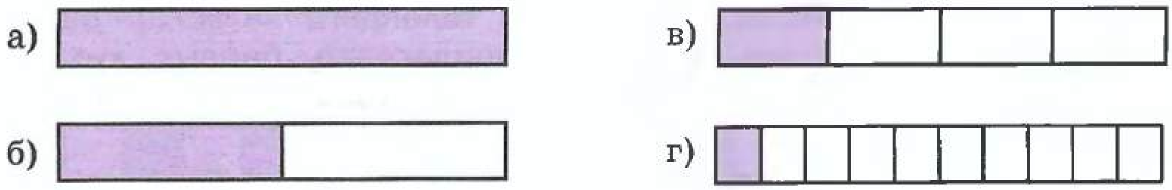
92 Табыгыз:

а) 1 м ның 1% ын, 1 м ның 7% ын, 1 м ның 25% ын;

б) 1 т ның 1% ын, 1 т ның 6% ын, 1 т ның 26% ын.

93 Мәктәптә 1500 укучы. Бу саннан ничә кеше: а) 30%; б) 40%; в) 50%; г) 55%; д) 85%; е) 100% ны тәшкил итә?

94 Процентларны вакланма белән белдерегез һәм аны кыскартыгыз: 10%, 20%, 25%, 50%, 60%, 75%, 80%. Нәтиҗәне истә калдырыгыз.



Рәс. 1.8

95 Турыпочмаклыкның нинди өлеше буялган (рәс. 1.8, *а–г*). Бу өлешне процентларда белдерегез.

96 Түгәрәк сызыгыз һәм буягыз: а) түгәрәкнең 50% ын; б) түгәрәкнең 25% ын; в) түгәрәкнең 75% ын.

97 Сул баганадагы һәр фраза өчен уң баганадагы тиешле фразаны сайлап алыгыз. (Кирәк булганда, югарыда китерелгән таблицадан файдаланыгыз.)

мәктәпнең 100% укучысы	мәктәптәге барлык укучыларның яртысы
мәктәпнең 25% укучысы	мәктәпнең барлык укучылары
мәктәпнең 10% укучысы	мәктәптәге барлык укучыларның чиреге
мәктәпнең 50% укучысы	мәктәптәге барлык укучыларның унынчы өлеше

98 Түбәндәге җөмләләрне ничек аңлыйсыз:
«Сыйныф укучыларының 100% ы контроль эшне уңышлы башкарып чыккан»,
«Сыйныф укучыларының 50% ы контроль эшне уңышлы башкарып чыккан»?
Икенче очракта контроль эшне укучыларның нинди өлеше башкара алмаган?

99 а) 70%; б) 15%; в) 30%; г) 55% яртыдан зурракмы, әллә кечерәкме?

100 Кайсы зуррак:
а) бөтен сыйныфның 60% ымы, әллә сыйныфның яртысымы;
б) эш хакының 20% ымы яки эш хакының чирегеме;
в) барлык ил халкының яртысымы яки 45% ымы?

101 Табыгыз:
а) 200 с. ның 10% ын; б) 400 км ның 20% ын; в) 800 м ның 25% ын; г) 600 кг ның 50% ын.

102 Шәһәрдә 30 000 кеше яши. Шәһәрдәге барлык халыкның 10% ы ничә кеше булуын телдән исәпләгез. Табылган нәтиҗәне шәһәр халкының 30% ын, 40% ын, 60% ын табу өчен файдаланыгыз.

Мәсьәләне чишегез һәм үз гамәлләрегезне аңлатыгыз **(103–104)**.

103 а) Сайлау округында 25 000 сайлаучы. Тавыш бирүдә сайлаучыларның 60% ы катнашкан. Ничә кеше тавыш биргән?

б) Банк һәр елны вкладка кертелгән сумманың 8% ын өстәп саный. Вкладтагы 5000 с. га бер елдан соң ничә сум өстәп саналыр?

104 а) Китапханәдә 40 000 китап. Рус телендәге китаплар барлык китапларның 75 % ын, инглиз телендәгеләр барлык китапларның 10% ын тәшкил итәләр. Китапханәдә рус телендә һәм инглиз телендә ничә китап бар?

б) Бригада 900 м юлны төзекләндерергә тиеш. Беренче көнне ул юлның 7% ын, ә икенче көнне 12% ын төзекләндергән. Беренче һәм икенче көннәрне бригада ничәшәр метр юлны төзекләндергән?

105 ПРАКТИК СИТУАЦИЯ Солы ярмасы тартмасында: аксымнар 10%, майлар 15%, углеводлар 55% дип күрсәтелгән. Массасы 80 г булган бер порция ярмада аксымнар, майлар һәм углеводлар күпме булуын исәпләгез.

106 1) Кибеттә 800 кг бәрәңге булган. 60% бәрәңгене сатканнар. Түбәндәге сорауларга җавап бирегез:
- Ничә килограмм бәрәңге сатылган?
- Кибеттә калган бәрәңге ничә процент тәшкил иткән?
- Кибеттә ничә килограмм бәрәңге калган?

Мәсьәләгә тагын берәр сорау уйлап табыгыз һәм аңа җавап бирегез.

2) Өй китапханәсендә 900 китап булган. Аларның 80% ы — рус телендәге китаплар, калганнары — инглиз телендә. Мәсьәләгә куярга мөмкин булган сорауларны әйтегез, һәм аларга җавап бирегез.

107 МӘСЬӘЛӘНЕ ПЛАН БУЕНЧА ЧИШӘБЕЗ

а) Су стаканнары җыелмасы 300 с. торган. Киметеп сату вакытында бәясен 25% ка төшергәннәр. Җыелманың яңа бәясе нинди?

1) Җыелманың бәясе ничә сумга төшкән?

2) Киметеп сату вакытында җыелманың бәясе нинди?

б) Сентябрьдә яңа төзелгән мәктәпкә 620 укучы килгән. Уку елы азагына район халкы арту хисабына укучылар саны 40% ка арткан. Уку елы азагына мәктәптә ничә укучы булган?
Ярдәм. а) мәсьәләсе белән чагыштырыгыз һәм шул ук план буенча чишегез.

108 Мәсьәләне **107** нче күнегү планына охшаш план буенча чишегез.

а) 2000 елда, бакча участогы хуҗасы, йорт төзү өчен, банктан 140 000 с. ссуда алган. Бу акчаларны ул бер елдан соң 8% өстәмә белән кайтарырга тиеш булган. Банкка ул нинди сумманы кайтарырга тиеш булган?

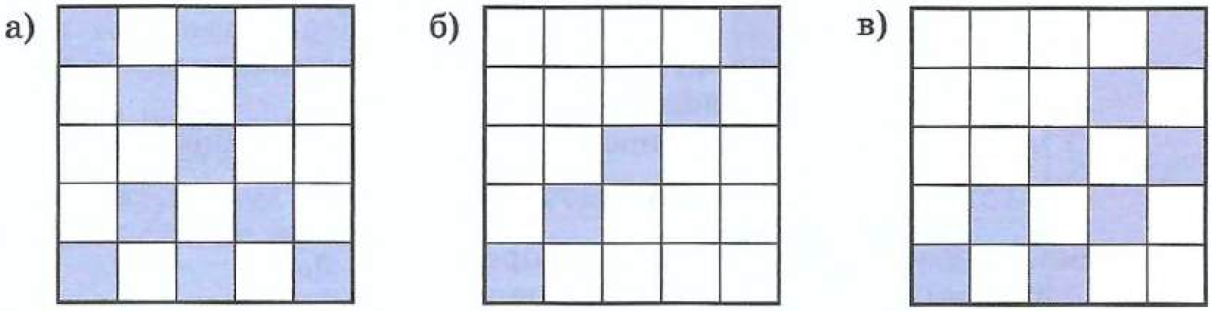
б) Сатып алучылар санын арттыру өчен, кибет, товарны алганнан соң, беренче 10 көндә аны 20% ка бәясен төшереп сата. Әйбернең бәясе 300 с.; 220 с. булса, бу вакыт эчендә аны ничә сумга сатып алырга була?

Б

109 Процентларда белдерегез:

а) барлык алма уңышының $\frac{7}{10}$ сен; б) барлык алма уңышының $\frac{3}{5}$ ен.

110 Квадрат мәйданының ничә проценты буялган (рәс. 1.9)?



Рәс. 1.9

111 Фикер йөртәбез Китапханәдәге барлык китапларның $\frac{1}{3}$ ен процентларда белдерү өчен, болай фикер йөртергә була. Китапханәнең барлык китаплары 100% ны тәшкил итә. 100% ның $\frac{1}{3}$ ен табабыз. Моның өчен 100 не $\frac{1}{3}$ гә тапкырлыйбыз:

$$100 \cdot \frac{1}{3} = \frac{100}{3} = 33\frac{1}{3}.$$

Димәк, китапханәдәге барлык китапларның $\frac{1}{3}$ е $33\frac{1}{3}$% ны тәшкил итә. Шулай ук фикер йөртеп, китапханәдәге барлык китапларның $\frac{1}{6}$ ен, $\frac{1}{7}$ ен, $\frac{2}{3}$ сен процентларда белдерегез.

112 Распродажа (товарларны сатып бетерү) вакытында бәясе 15 с. лык лимонадны 20% ка арзанрак сатканнар. Сатып алучы 120 шешәдән торган партияне сатып алса, ул күпме акча экономияләр?

113 3 сәг тә поезд 200 км юл үткән. Ул беренче сәгатьтә барлык юлның 40% ын, икенче сәгатьтә калганның 50% ын үткән. Өченче сәгатьтә поезд ничә километр юл үткән?

114 Практик ситуация Кибет, комиссия буенча сату өчен, әйберләрне мондый кагыйдәләр буенча кабул итә: әйбер 20 көн эчендә сатылмаса, аның бәясе 10% ка төшә; әгәр ул икенче 20 көн эчендә сатылмаса, аның бәясе яңа бәядән икенче тапкыр 15% ка төшә. Әйберләрнең икенче тапкыр бәясе төшерелгәннән соңгы очрак өчен таблица тутырыгыз.

Иң беренче бәясе	Беренче бәя төшерү	Беренче төшерүдән соңгы бәя	Икенче бәя төшерү	Икенче төшерүдән соңгы бәя
3000 с.				
2600 с.				
800 с.				

115 «Процент» сүзеннән файдаланып, түбәндәге раслауларны аңлатыгыз:
а) һәр 100 шәһәр кешесенең 10 сы үзенең торак шартларын яхшыртасы килә;
б) һәр 100 кешенең 43 е йолдызнамәгә ышана;
в) һәр 100 яңа туучының 52 се — малайлар;
г) шәһәрдәге һәр 100 кешенең 25 ендә йорт хайваннары бар.

Моделен ясыйбыз (116—117)

116 Белогорск шәһәреннән Черноморск шәһәренә кадәр бару өчен, купелы вагонга билет бәясе плацкарт вагонга караганда 100% ка югарырак (рәс. 1.10). Купелы вагонда бару плацкарт вагонга караганда ничә тапкырга кыйбатрак?

Рәс. 1.10

117 Рәсем ярдәмендә мәсьәлә шартын сурәтләгез һәм аны чишегез.

а) Инфляция аркасында шәһәр автобусында йөрү бәясе ике елда 200% ка күтәрелгән. Йөрү бәясе ничә тапкырга арткан?

б) Северный шәһәренең ераклашкан районнарында квартира хакы (квартплата) үзәк районнарга караганда ике тапкырга түбәнрәк. Ераклашкан районнарда квартира хакы үзәктәгегә караганда ничә процентка кимрәк?

118 Фирма беренче айда 160 уенчык автомобиль чыгарган. Киләсе айда ул бу уенчыкларны 300% ка арттырып чыгарган. Фирма ничә уенчык автомобиль чыгара башлаган?

Фикер йөртәбез (119—120)

119 Товарның бәясен а) 50%; б) 90%; в) 98% ка төшерсәләр, ул ничә тапкырга кимрәк булачак?

120 83 санының 61% ын һәм 61 санының 83% ын чагыштырыгыз.

К

121 Аңлатманың кыйммәтен табыгыз: $\left(\frac{7}{12}-\frac{8}{15}\right)^2+\frac{4}{5}\cdot\left(\frac{7}{10}-\frac{9}{16}\right)$.

122 Мәсьәләне чишегез:

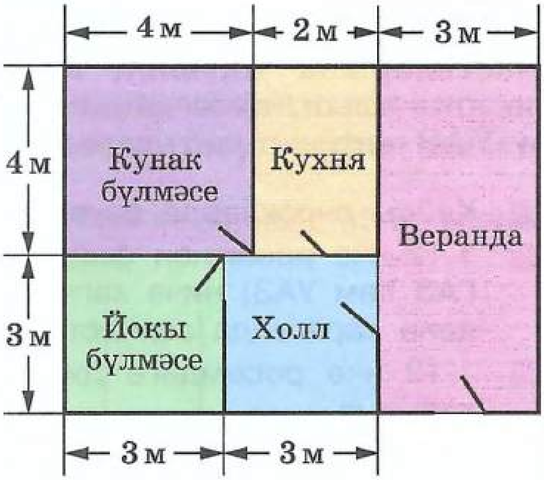
а) Нариман, ниндидер эшне башкарганы өчен, 300 с. акча алырга тиеш. Беренче сәгатьтә ул бөтен эшнең $\frac{3}{5}$ ен башкарган. Беренче сәгатьтә эшләгән эше өчен ул күпме акча алыр?

б) Самат заказга биргән эшнең $\frac{2}{3}$ сен башкарган, һәм аңа 500 с. түләгәннәр. Бөтен эш өчен аңа күпме акча түләрләр?

123 а) 5, 7 һәм 9 цифрларын гына кулланып төзергә мөмкин булган барлык икеурынлы саннарны языгыз. Андый саннар күпме булыр?

б) 8, 6 һәм 0 цифрларын гына кулланып төзергә мөмкин булган барлык икеурынлы саннарны языгыз. Андый саннар күпме булыр?

124 1.11 нче рәсемдә дача йортының беренче каты планы сурәтләнгән. Рәсемдә бирелгәннәрдән файдаланып, беренче катта урнашкан һәр бүлмәнең мәйданын исәпләгез.

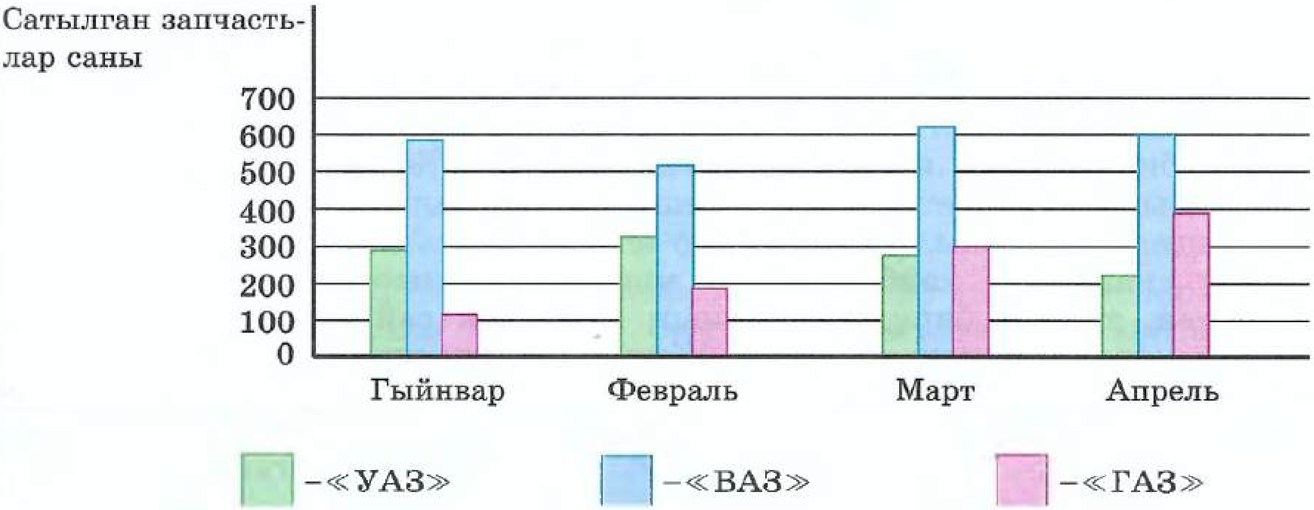


Рәс. 1.11

1.6 Баганалы һәм түгәрәк диаграммалар

Табылган мәгълүматларны (мәсәлән, җәмәгатьчелек фикерен сораштыру нәтиҗәләрен) чагыштырырга, вакыт үтү белән безне кызыксындырган күренешләрнең ничек үзгәрүен күрсәтергә (башкача әйткәндә — тенденцияне күрсәтергә) кирәк булган очракларда *баганалы диаграммалардан* файдаланырга уңайлы.

1 нче мисал. Автосалон ВАЗ, ГАЗ һәм УАЗ автомобильләре өчен запас частьлар сату күләменең исәбен алып бара. Бу заводларның һәрберсендә автомобиль запчастьлары елның беренче дүрт аенда ничек сатылуы турында мәгълүматларны диаграммаларда күрсәткәннәр; аларны, ачык итеп күренсен өчен, бер диаграммага берләштергәннәр (рәс. 1.12).



Рәс. 1.12

Диаграммадан, һәр айда иң күп сатылучы запчастьлар ВАЗ автомобильләренә туры килүе күренә, өстәвенә аларга ихтыяҗ якынча бертөрле булып калган. ГАЗ автомобильләре запчастьларына ихтыяҗ

даими рәвештә үскән. Марттан башлап, УАЗ автомобильләре запчастьларына ихтыяҗ кимегән. Сатып алучыларның сорауларын исәпкә алып, автосалонга ГАЗ автозапчастьларына заказны арттыру, ә УАЗ автозапчастьларына заказны киметү уңышлы булыр.

- Кайсы очракларда баганалы диаграммаларны файдаланырга уңайлы?
- 1.12 нче рәсемнән файдаланып белегез: а) гыйнварда һәр завод (ВАЗ, ГАЗ һәм УАЗ) ничә запчасть саткан; ГАЗ заводында апрель аенда март аена караганда запчастьлар сату күпмегә арткан?
- 1.12 нче рәсемдәге диаграмма буенча үзегезнең соравыгызны уйлап табыгыз.

Бөтеннең өлешләре арасындагы чагыштырмаларны күрсәтергә кирәк булган очракта *түгәрәк диаграммалардан* файдаланырга уңайлы.

2 нче мисал. Түгәрәк диаграммада шәһәрнең бер районында дәүләт думасына сайлау нәтиҗәләре күрсәтелгән. Депутатлыкка ике кандидат (А һәм В) өчен тавыш биргәннәр (рәс. 1.13).

Рәс. 1.13

Түгәрәктә районның тавыш бирү исемлегенә кергән барлык сайлаучылары, ягъни 100% сайлаучы сурәтләнә. Аларның тавышлары болай итеп бүленгән. А кандидаты өчен 52% сайлаучы тавыш биргән, шуңа күрә диаграммада бу өлеш түгәрәкнең яртысыннан бераз артыграк итеп күрсәтелә. Б кандидаты өчен 12% сайлаучы тавыш биргән, диаграмманың аңа туры килгән өлеше түгәрәкнең якынча сигездән бер өлешен тәшкил итә. Сайлауларда 31% сайлаучы катнашмаган, диаграммада аңа түгәрәкнең якынча өчтән бер өлеше бирелә. Һәм ниһаять, калган өлеш — 5% сайлаучы — яраксыз дип табылган бюллетеньнәрне тапшырганнар (алар форма буенча тутырылмаган яки бозылган була).

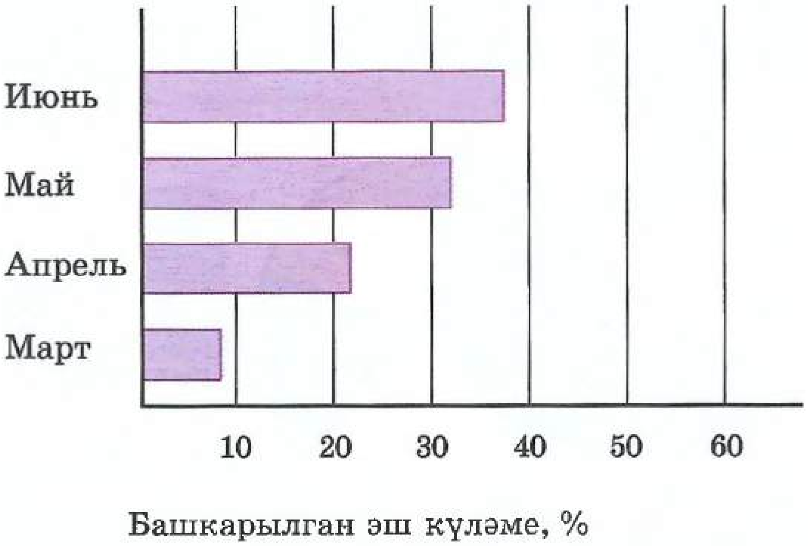
Бу диаграмма кайбер өстәмә мәгълүмат алырга мөмкинлек бирә. Мәсәлән, тавыш бирүдә районның күпчелек сайлаучылары (якынча 70%) катнашканын күрәбез. Җиңүче өчен җиңелүчегә караганда якынча дүрт тапкырга күбрәк тавыш биргәннәр. Сайлауга килгән барлык сайлаучылар да диярлек тавышны ике претендентның берсенә биргәннәр, ә 5% тавыш бирүчеләр сайлый алмаганнар яки ике кандидатка да каршы булган дип фараз итәргә була.

- Гадәттә, нинди очракларда түгәрәк диаграммалар кулланалар?
- 1.13 нче рәсемдәге диаграммадан файдаланып белегез: а) кандидатларның кайсысына тавыш күбрәк бирелгән һәм ничә процентка; б) сайлаучыларның ничә проценты бер кандидатка да тавыш бирмәгән?

А

125 Төзүчеләр бригадасы дүрт ай эчендә 9 км озынлыктагы асфальт юл салган. Диаграммада (рәс. 1.14) айлар буенча башкарылган эш күләме күрсәтелгән.

а) Кайсы айларда юлның 25% ыннан күбрәге; юлның 15% ыннан кимрәге салынган?

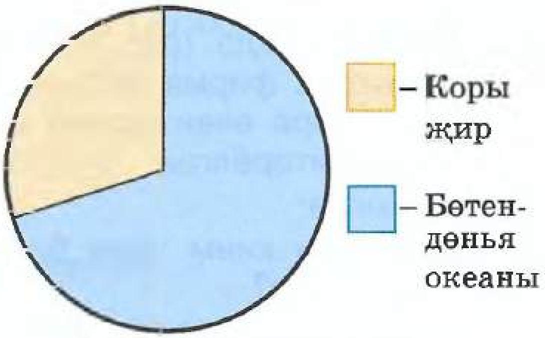


Рәс. 1.14

б) Мартта, апрельдә, майда, соңгы ике ай эчендә юлның күпме өлеше салынган?

в) Мартта, апрельдә, июньдә ничә метр юл салынган?

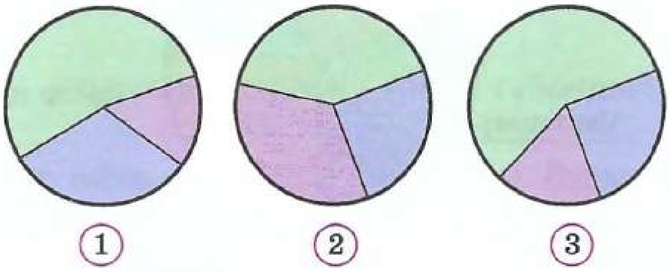
126 Диаграммада (рәс. 1.15) Җир өслегендәге коры җир һәм Бөтендөнья океаны чагыштырмасы күрсәтелгән. Бөтендөнья океаны, коры җир Җир өслегенең якынча ничә процентын алып тора?



Рәс. 1.15

Сез ничек уйлыйсыз, Җирне ни өчен зәңгәрсу планета дип атыйлар?

127 Парк агачлары арасында каеннар 55%, усаклар 15% алып тора, калган агачлар башка токымнан булган. Бу мәгълүматлар кайсы диаграммада сурәтләнгән (рәс. 1.16)?



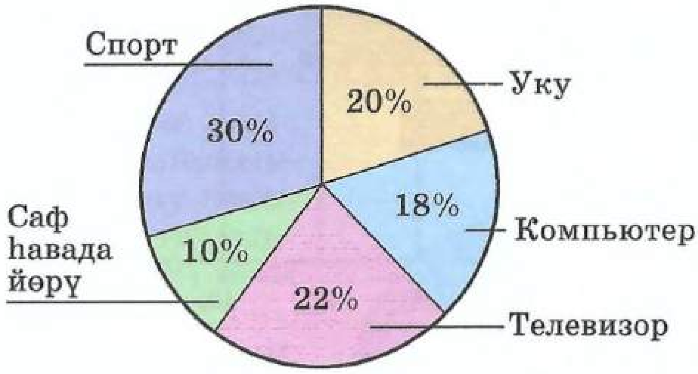
Рәс. 1.16

128 Диаграммада (рәс. 1.17) ун шәһәр мәктәбенең алтынчы сыйныф укучыларының кайсы ял итү төрләрен өстен күрүләре турында сораштыру нәтиҗәләре китерелгән. Укучылар түбәндәге шөгыльне: уку, компьютер белән шөгыльләнү, телетапшырулар карау, спорт белән шөгыльләнү, саф һавада йөрүне күрсәтергә тиеш булганнар.

а) Алтынчы сыйныф укучылары барыннан да күбрәк; барыннан да азрак нинди шөгыльне өстен күрәләр?

б) Укучыларның ничә проценты актив ялны өстен күрә?

в) Барлыгы 300 укучы сораштырылган булса, ничә укучы укуны өстен күргән?



Рәс. 1.17

129 Диаграммада (рәс. 1.18) сарык йонынннан җылы кием җитештерүче халыкара фирма продукциясе турында мәгълүматлар китерелгән. Һәр кием төре өчен эшләп чыгарылган эшләнмәләрнең гомуми процентлары китерелгән.

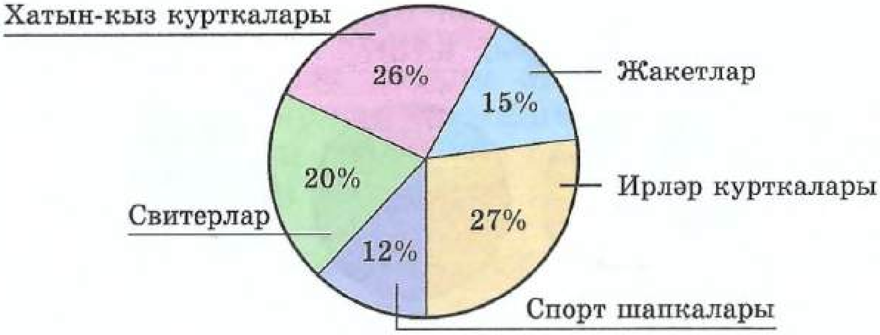
Табыгыз:

а) Нинди кием төре барыннан да күбрәк; барыннан да кимрәк җитештерелә?

б) Өске киемгә ничә процент продукция туры килә?

в) Барлык эшләнмәләрнең ничә проценты ирләргә, ничәсе хатын-кызларга чыгарыла?

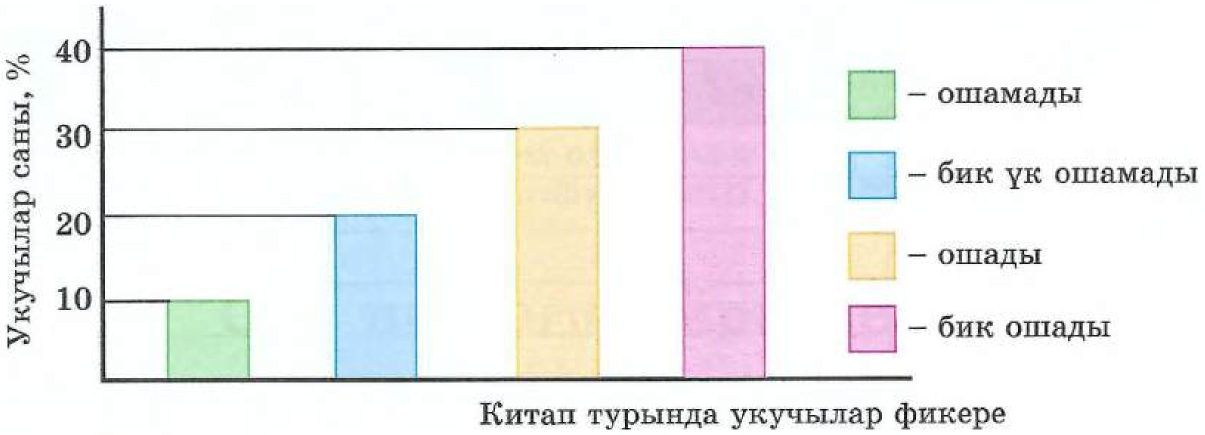
г) Жакетлар 3000 данә чыгарылган булса, бер айда барлыгы ничә берәмлек продукция чыгарылган?



Рәс. 1.18

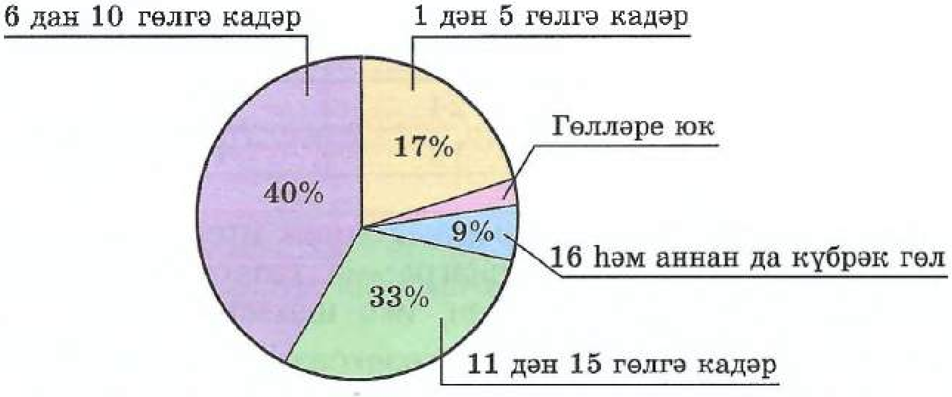
Б

130 Диаграммада (рәс. 1.19) укучыларның укыган китап турындагы фикерләре күрсәтелгән. Бу мәгълүматларны схематик рәвештә түгәрәк диаграммада күрсәтегез.



Рәс. 1.19

131 Күп кешеләр өйләрендә бүлмә гөлләре үстерәләр. Аналитик үзәк илебез кешеләре арасында бу мавыгуның никадәр популяр икәнен ачыклау өчен, сораштыру үткәргән. Сораштыру нәтиҗәләре диаграммада күрсәтелгән (рәс. 1.20).



Рәс. 1.20

Диаграмманы яхшылап карагыз һәм түбәндәге сорауларга җавап бирегез:

а) Кешеләрнең ничә проценты өендә 10 бүлмә гөле үстерә?

б) Кешеләрнең ничә проценты өендә 16 дан кимрәк бүлмә гөле үстерә?

в) Кешеләрнең ничә процентының өендә бүлмә гөлләре юк?

132 Берничә илнең мәктәп укучылары «7 яшьтәге балалар үзләренә хезмәт күрсәтергә һәм өй эшләре белән шөгыльләнергә тиешме?» дигән сорауга җавап биргәннәр. Таблицада сорауларның һәрберсенә уңай җаваплар китерелгән. Бу мәгълүматларны баганалы диаграммада күрсәтегез.

Киңәш. Үрнәк сыйфатында 1.12 нче рәсемдәге диаграммадан файдаланыгыз.

Ил	Сораштыру нәтиҗәләре	
	Үз-үзеңә хезмәт күрсәтү, %	Өй эшләре, %
Австралия	78	21
Болгария	82	33
Чехия	85	15
Венгрия	73	25
Швеция	65	10
АКШ	80	18

133 Техник хезмәт күрсәтү станциясендә килгән автомобильләрнең төзексезлеге турында хисап алып баралар. Соңгы өч ай эчендә ватылулар турындагы мәгълүматларны таблицага керткәннәр.

Ватылу объекты	Ай		
	Октябрь	Ноябрь	Декабрь
Двигатель	9	9	18
Асылма	25	26	15
Кузов	24	50	35
Тормоз системасы	12	15	22

а) 1.12 нче рәсемдәге диаграмманы үрнәк итеп алып, таблица мәгълүматлары буенча баганалы диаграмма төзегез. Вертикаль күчәрдә, 10 төзексезлекне тамгалау өчен, ике шакмак алыгыз.

б) Ноябрь аенда автомобильләр төзексезлеге турындагы мәгълүматларны схематик рәвештә түгәрәк диаграммада сурәтләгез.

К

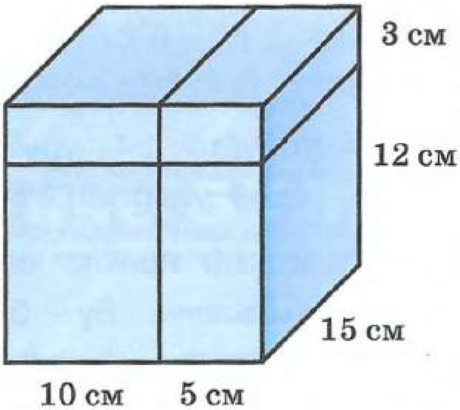
134 Мәсьәләне чишегез.

Беренче мәктәптә 500 укучы, икенчесендә — бу санның $\frac{2}{5}$ се, ә өченчесендә икенчесенә караганда $1\frac{3}{5}$ тапкырга күбрәк. Өченче мәктәптә ничә укучы?

135 а) 3, 5, 7 һәм 9 цифрларыннан гына файдаланып һәм цифрлар санда кабатланмаслык итеп, барлык икеурынлы саннарны языгыз. Андый саннар ничә?

б) 8, 6, 4 һәм 0 цифрларыннан гына файдаланып һәм цифрлар санда кабатланмаслык итеп, барлык икеурынлы саннарны языгыз. Андый саннар ничә?

136 Кабыргасы 15 см булган кубны, 1.21 нче рәсемдә күрсәтелгәнчә, ике киселеш белән кисеп чыкканнар. Ничә өлеш килеп чыккан? Һәр өлешнең күләмен табыгыз.



Рәс. 1.21

Сез нәрсәгә өйрәндегез

Мәҗбүри белем күнекмәләре

Вакланманың төп үзлеге нәрсәдән гыйбарәт булуын беләм, аны вакланмаларны уртак ваклаучыга китергәндә һәм вакланмаларны кыскартканда куллана алам.

1. а) $\frac{4}{5}$ вакланмасын 60 ваклаучысына китерегез.

б) $\frac{42}{78}$ вакланмасын кыскартыгыз.

Вакланмаларны чагыштыра беләм.

2. Вакланмаларны чагыштырыгыз: а) $\frac{11}{20}$ һәм $\frac{8}{15}$; б) $\frac{5}{8}$ һәм $\frac{5}{11}$; в) $\frac{12}{17}$ һәм $\frac{7}{4}$.

Вакланмаларны кушу, алу, тапкырлау, бүлү кагыйдәләрен беләм, вакланмалы саннар белән исәпләүләр башкара алам.

3. Исәпләгез:

а) $\frac{5}{9}+\frac{1}{6}$; б) $\frac{5}{8}-\frac{3}{4}$; в) $\frac{4}{7}\cdot\frac{14}{15}$; г) $\frac{20}{27}:\frac{5}{6}$; д) $\left(\frac{2}{3}\right)^3$.

4. Гамәлне башкарыгыз:

а) $3\frac{1}{3}+1\frac{2}{5}$; б) $2\frac{1}{12}-1\frac{7}{12}$; в) $24\cdot\frac{3}{8}$; г) $\frac{4}{5}:20$.

5. Аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

а) $1-\frac{9}{16}:\frac{3}{8}-\frac{1}{8}$; б) $\left(4-\frac{2}{3}\right)\cdot\left(1\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\right)$; в) $\frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}}{6}$.

Вакланма белән белдерелгән санның өлешен; өлеше буенча санны; бер сан икенчесенең күпме өлешен тәшкил итүен таба беләм.

6. Автобуста 54 урын. Экскурсия вакытында барлык урыннарның $\frac{2}{3}$ сенә утырган булганнар. Автобуста ничә буш урын калган?

7. Мәктәптә ирекле көрәш секциясендә 18 алтынчы сыйныф укучысы шөгыльләнә. Бу — барлык алтынчы сыйныф укучыларының $\frac{2}{9}$ сен тәшкил итә. Мәктәптә алтынчы сыйныф укучылары ничә?

8. 20 литрлы тулы канистрдан 12 л бензин агызып алганнар. Канистрда бензинның күпме өлеше калган?

Процентның нәрсә икәнен беләм.

9. а) Процент дип нәрсәне атыйлар? 5% ны, 80% ны вакланма белән белдерегез.

б) Шәһәр халкының $\frac{75}{100}$ ен процентларда белдерегез.

в) Нәрсә зуррак: шәһәр халкының 47% ымы, әллә $\frac{1}{2}$ еме?

Процентка карата мәсьәләләр чишә беләм.

10. Конкурста катнашкан 500 кешенең 12% ы балалар булган. Конкурста ничә зур кеше һәм ничә бала катнашкан?

11. Илгизнең текстны җыю тизлеге минутына 80 тапкыр басып алу булган. Күнекмәләр ясап, ул үз нәтиҗәсен 60% ка яхшырткан. Илгиз минутка ничә тапкыр басып текст җыя башлаган?

Баганалы һәм түгәрәк диаграммадан мәгълүматны ала беләм, диаграмма буенча сорауларга җавап бирә алам.

12. 1.12 нче рәсемдәге диаграммадан файдаланып, февральдә кайсы заводның запчастьлары башка заводларның һәрберсенә караганда күбрәк сатылган һәм ничәгә күбрәк икәнен белегез.

Тагын башка биремнәрне дә башкара алам (берничә номерны күрсәтегез).

2 нче БҮЛЕК

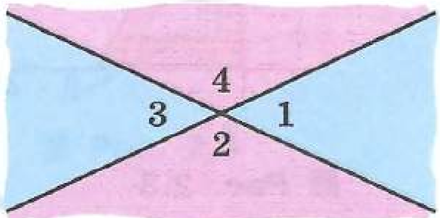
Яссылыкта һәм пространствода турылар

Сезнең мәктәптә параллель алтынчы сыйныфлар бармы? Параллель дөньяларның булуы турында сез нәрсә уйлыйсыз? Нәрсә ул параллель борыслар, параллель слалом яки параллель әйләндерү? Нәрсәгә монда параллельлек? Параллель турылар белән танышып, сез үзегез барысына да төшенә аласыз.

2.1 Кисешүче турылар

Турылар турында сез күп беләсез инде. Турының чиге юк (чиксез); әйләнәдән үзгә буларак, мәсәлән, бу сызык йомык түгел; ике нокта аша бер генә туры үткәрергә була. Хәзер җентекләбрәк ике турының үзара ничек урнашуы турында сөйләшик.

2.1 нче рәсемдә ике *кисешүче туры* сурәтләнгән. Алар яссылыкны дүрт почмакка бүләләр. Бу почмакларның уртак түбәләре — турыларның кисешү ноктасы.



Рәс. 2.1

1 һәм 3 почмакларын карагыз. Андый почмакларның махсус исеме бар: аларны *вертикаль* почмак дип атыйлар. 2 һәм 4 почмакларын да нәкъ шулай атыйлар. Шулай итеп, ике туры кисешкәндә, ике пар вертикаль почмаклар хасил була.

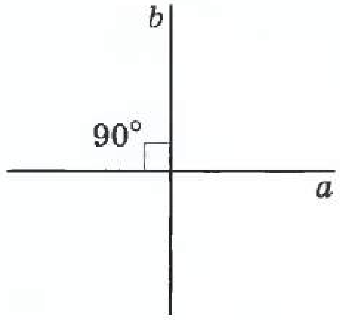
$\angle 1 = \angle 3$ булуы аермачык. Дөрестән дә, почмакларның һәрберсе бер үк почмакны ($\angle 2$ һәм $\angle 4$) җәенке почмакка кадәр тутыра. Шулай ук $\angle 2 = \angle 4$.

Вертикаль почмаклар тигез.

Вертикаль почмакларның бер пары кысынкы почмаклар булса, икенчесе җәенке була. Мәсәлән, һәр кысынкы почмак $30°$ ка тигез булса, җәенке почмакларның һәрберсе $180° - 30° = 150°$.

- Әгәр сез күңелдән генә ике вертикаль почмакны тәңгәл китерә алмасагыз, моны практик рәвештә калькадан файдаланып эшләгез.
- Ике туры кисешкәндә хасил булган почмакларның берсе: а) 40°; б) 110°; в) 90°. Калган почмакларны табыгыз.

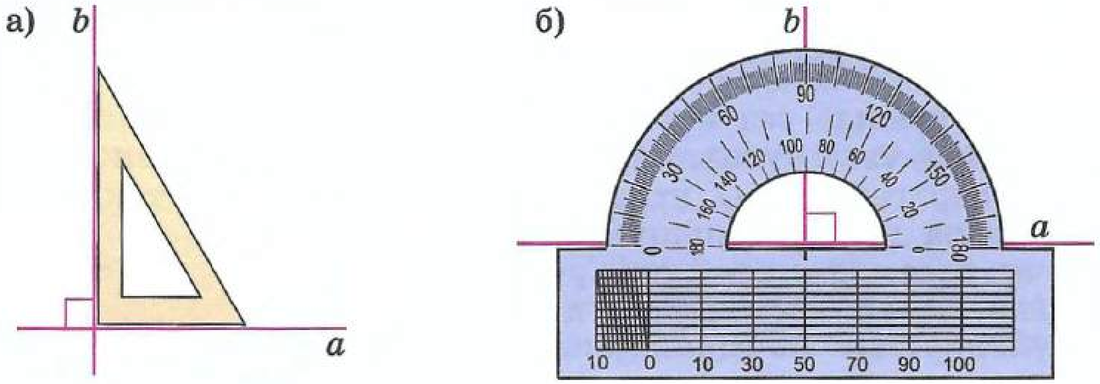
Ике туры кисешкәндә хасил булган барлык дүрт почмак үзара тигез булуы мөмкин, ул вакытта аларның һәрберсе 90° ка тигез (рәс. 2.2). Бу очракта турылар **перпендикуляр** турылар дип атала. Бу исем латин сүзе *perpendicularis* тан чыккан, ул «асма» дигәнне аңлата. Әш шунда ки, элек-электән төзүчеләр, туры почмакларны табу өчен, асмалардан — озын баудагы йөкләрдән файдаланганнар.



Рәс. 2.2

Перпендикулярлыкны тамгалау өчен, ⊥ тамгасын кулланалар, ул асманы хәтерләтә. «a турысы b турысына перпендикуляр» дигән фразаны болай язалар: $a \perp b$.

Перпендикуляр турыларны почмаклык ярдәмендә дә, транспортир ярдәмендә дә сызарга була (рәс. 2.3). Шакмаклы кәгазьдә аларны сызу бигрәк тә уңайлы.

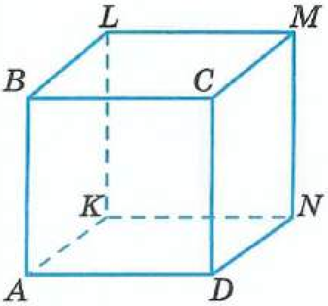


Рәс. 2.3

Ә кайсы туры яссылыкка перпендикуляр туры дип атыйлар? Карандаш алыгыз һәм аны бер ноктага башта авыштырып, аннары вертикаль итеп куегыз. Туының авыш торышлары бик күп, ә вертикаль торышы — бер генә. Карандашны — турының моделе, ә өстәлне яссылыкның моделе дип исәпләрбез. Математиклар нәкъ мондый аерым очракта туры яссылыкка перпендикуляр диләр.

Яссылыкка перпендикуляр безне әйләндереп алган чынбарлыкта мөһим роль уйный. Мәсәлән, стартта торучы космик ракета, максималь энергетик мөмкинлекләр белән тәэмин итү өчен, булдыра алганча күбрәк файдалы массаны орбитага чыгару өчен, старт мәйданчыгында вертикаль рәвештә урнашырга тиеш. Мөгаен, сез авучы Пиза манарасы турында ишетеп беләсездер:

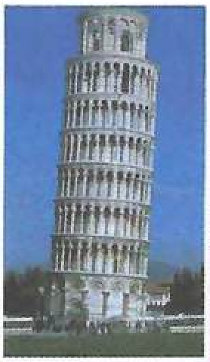
Старт мәйданчыгында космик корабль



■ Рәс. 2.4

ул Җир өслегенә авыш тора, шуңа күрә аның авып төшү куркынычы бар.

Яссылыкка перпендикуляр булган турыларны безне әйләндереп алган көнкүрештә дә һәм геометрик модельләрдә дә очратырга була. 2.4 нче рәсемдә сурәтләнгән кубка карагыз: AB кабыргасы $AKND$ кырына перпендикуляр тора.

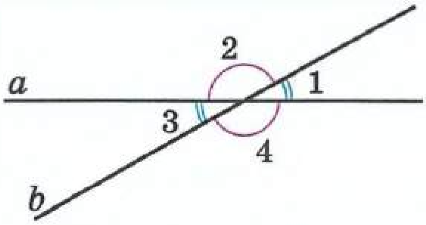


Пиза манарасы (Италия, 1360 ел)

- Әйләнә-тирә дөньяда очрый торган перпендикуляр турыларга мисаллар китерегез.
- Идән яссылыгына перпендикуляр булган турыларны күрсәтегез.
- Асма ясагыз һәм аның ярдәмендә стеналарның һәм сыйныф ишегенең идәнгә перпендикулярлыгын тикшерегез.
- Куб кабыргаларының: а) AB кабыргасына; б) $CMND$ кырына перпендикуляр булганнарын әйтегез (2.4 рәс. не к.).

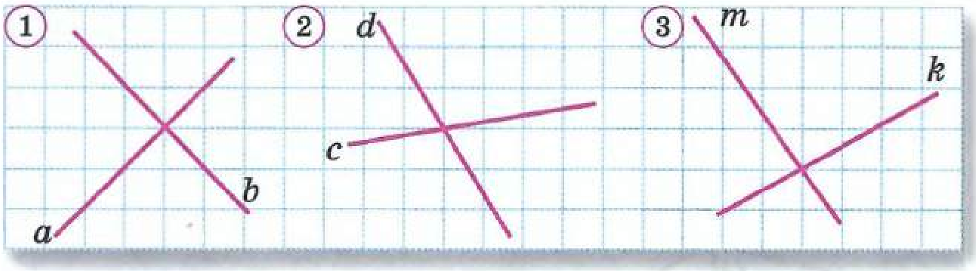
A

137 2.5 нче рәсемдә ике кисешүче a һәм b турылары сурәтләнгән. Әгәр а) $\angle 1 = 29°$; б) $\angle 4 = 137°$ булса, башка өч почмакның зурлыкларын табыгыз.



■ Рәс. 2.5

138 Символлар белән эшлибез Рәсемнәрнең кайсында перпендикуляр турылар сурәтләнгән (рәс. 2.6)? ⊥ тамгасын кулланып, турыларның перпендикуляр булганнарын языгыз.



■ Рәс. 2.6

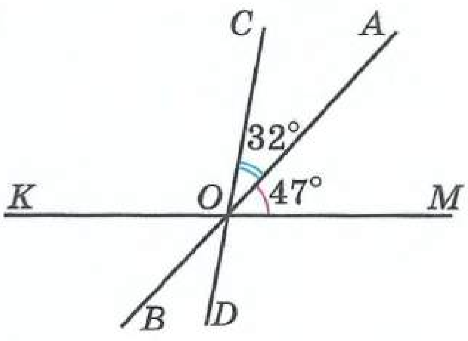
139 Транспортир ярдәмендә араларындагы почмак: а) 25°; б) 70°; в) 90° ка тигез булган кисешүче ике туры төзегез.

140 Сызыклы булмаган кәгазьдә транспортир кулланмыйча гына: а) 45°; б) 60° почмак белән кисешүче ике туры сызыгыз. Үлчәүләрне башкарып, үзегезне тикшерегез.

141 Сызыклы булмаган кәгазь битендә k турысы үткәрегез. C ноктасын k турысында ятарлык итеп, ә A ноктасын бу турыда ятмаслык итеп билгеләгез. Почмаклык ярдәмендә бу нокталарның һәрберсе аша k турысына перпендикуляр туры үткәрегез.

142 **Дөрес яки дөрес түгел** AB, CD һәм KM турылары O ноктасында кисешәләр (рәс. 2.7), өстәвенә $\angle AOM = 47°$ һәм $\angle AOC = 32°$. Раслау дөресме:

1) $\angle BOD = \angle COA = 32°$;
2) $\angle KOB = \angle BOD = 32°$;
3) $\angle COM = \angle COA + \angle AOM = 32° + 47° = 79°$;
4) $\angle COK = 180° - \angle COM = 180° - 79° = 101°$?



Рәс. 2.7

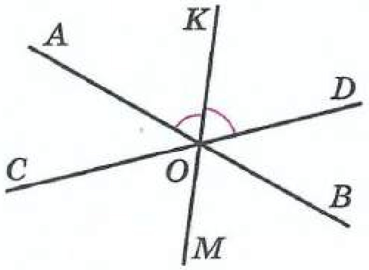
Б

143 **Фикер йөртәбез** Ике туры кисешкәндә хасил булган өч почмакның суммасы 254° ка тигез. Һәр почмакның зурлыгын табыгыз.

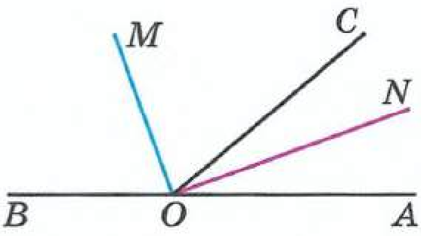
144 **Сынап карыйбыз** Сызыклы булмаган кәгазь битендә k турысы үткәрегез һәм C ноктасын: а) k турысында ятарлык итеп; б) k турысында ятмаслык итеп билгеләгез. Кәгазь битен бөгеп, k турысына перпендикуляр булган һәм C ноктасы аша үтәрлек итеп туры үткәрегез.

145 **Анализлыйбыз һәм фикер йөртәбез** Сызыклы булмаган кәгазьдә кисешүче AB һәм CD турылары сызыгыз. Турыларның кисешү ноктасын O хәрефе белән тамгалагыз. Транспортир ярдәмендә OK нуры — AOD почмагы биссектрисасы үткәрегез. OK нурын турыга кадәр тутыручы OM нуры үткәрегез (рәс. 2.8). OM нуры COB почмагының биссектрисасы дигән раслау дөресме? Үз җавабыгызны нигезләгез.

146 **Тикшерәбез** 1) 2.9 нчы рәсемне яхшылап карагыз: BOC һәм COA почмаклары җәелгән почмакны тәшкил итәләр, OM нуры — COB почмагының биссектрисасы, ON нуры — AOC почмагының биссектрисасы, $\angle AOC = 40°$ булсын, ди. Биссектрисалар арасындагы почмак күпмегә тигез?
2) Шул ук мәсьәләне $\angle AOC$ 60°; 82° ка тигез булган очракта чишегез.
3) Бу мәсьәләләрне чишкәннән соң, нинди фараз чыгарырга була? Үз нәтиҗәгезне нигезләп карагыз.



Рәс. 2.8



Рәс. 2.9

К

147 Гамәлләрне башкарыгыз:

а) $3\frac{2}{3} + \frac{2}{3}$;   б) $4\frac{1}{6} - 1\frac{1}{5}$;   в) $12 \cdot \frac{5}{18}$;   г) $6 : 1\frac{1}{5}$.

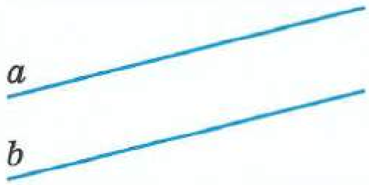
148 Стадион 20 мең тамашачыны сыйдыра. Футбол матчына 3 мең билет сатылган. Билетларның күпме өлеше сатылган? Җавабыгызны процентларда күрсәтегез.

149 Мәктәп бассейны ваннасы параллелепипед формасында, аның буе 25 м, иңе 16 м, тирәнлеге 3 м. Бассейн ваннасының күләмен исәпләгез.

2.2 Параллель турылар

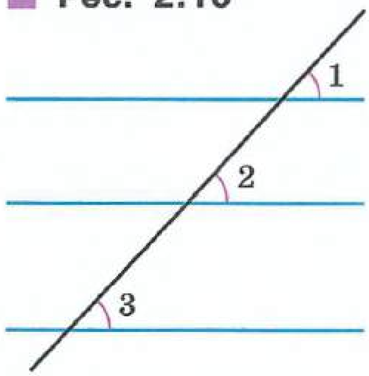
Яссылыктагы теләсә нинди ике туры я кисешә, я кисешми. Ике туры кисешкән очракны без алдагы пунктта җентекләп караган идек инде. Ә инде турылар кисешмәсәләр?

Турылар кисешмәсәләр, аларны **параллель** турылар дип атыйлар (рәс. 2.10). Аның атамасы грек сүзеннән, «янәшә килүче» дигәнне аңлата.



Рәс. 2.10

Берничә параллель туры төзик һәм аларны кисеп үтүче туры үткәрик (рәс. 2.11). Бу туры һәр параллель турыны бер үк почмак белән кисеп үтә: $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$.



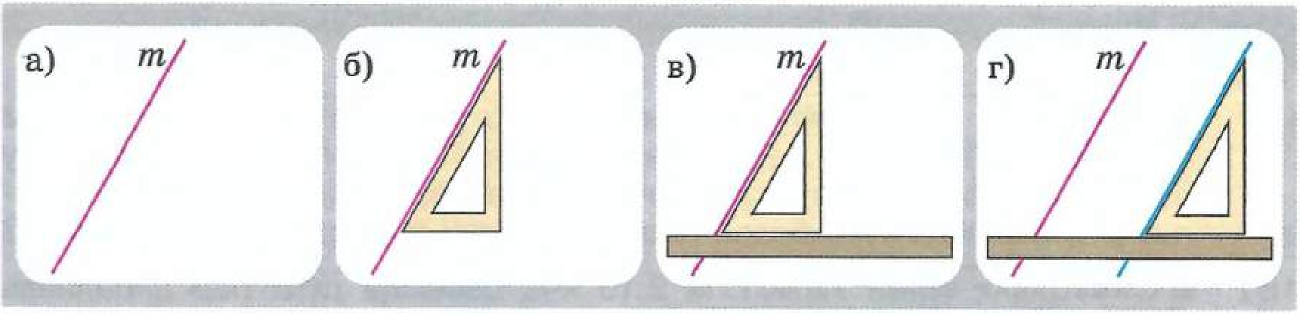
Рәс. 2.11

Бу — параллель турыларны характерлаучы бик мөһим үзлек. Аерым алганда, аңа параллель турыларны почмаклык һәм линейка ярдәмендә төзү нигезләнгән.

Ниндидер m турысы бирелсен (рәс. 2.12, *а*) һәм аңа параллель булган турыны сызарга кирәк булсын, ди. Моның өчен:

- почмаклыкның бер ягын m турысы буйлап урнаштырабыз (рәс. 2.12, *б*);
- почмаклыкның торышын линейка ярдәмендә билгеләп куябыз (рәс. 2.12, *в*);
- почмаклыкны линейка буйлап күчерәбез һәм яңа туры үткәрәбез (рәс. 2.12, *г*).

Төзелгән туры бирелгән турыга параллель.



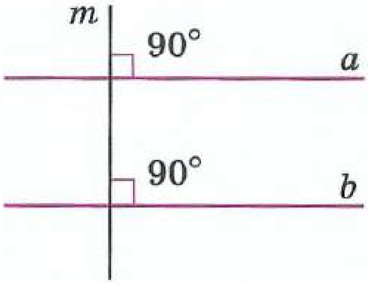
Рәс. 2.12

2.13 нче рәсемдә бер үк m турысына перпендикуляр булган a һәм b турылары төзелгән. a һәм b турылары параллель.

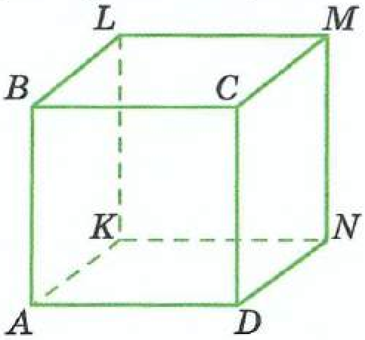
Турылар бер үк турыга перпендикуляр булса, алар параллель була.

Ике турының параллельлеген тамгалау өчен, борынгы грек математиклары «=» тамгасыннан файдаланганнар. Ләкин XVIII гасырда бу тамганы тигезлек тамгасы буларак куллана, ә параллельлекне «‖» тамгасы ярдәмендә тамгалый башлаганнар. a һәм b турылары параллель булса, аны $a \parallel b$ дип язабыз.

Яссылыкта ике туры я кисешәләр, я параллель булалар. Ә пространствода турыларның тагын бер үзара торышы була.



Рәс. 2.13



Рәс. 2.14

2.14 нче рәсемдә сурәтләнгән кубны яхшылап карагыз. AB һәм LM кабыргаларына туры килгән турылар кисешмәсә дә, бу кабыргалар параллель түгел. Мондый турылар *чалышма* турылар дип атала. Игътибар итегез: бу турылар төрле яссылыкта ята.

- Әйләнә-тирә дөньяда очрый торган параллель һәм чалышма турыларга мисаллар китерегез.
- m турысына параллель булган ничә туры үткәрергә була (рәс. 2.12)?
- 2.14 нче рәсем буенча кубның кабыргаларын атагыз: а) AB кабыргасына параллель; б) BC кабыргасына перпендикуляр; в) AD кабыргасына чалышма булганнарын.

A

150 Мәгълүмат эзлибез Җилкәнле кораб фотосурәтен карагыз һәм аның мачталары һәм рейларының үзара торышын тасвирлагыз. (Бу сүзләрнең мәгънәләре сезгә таныш булмаса, аларны сүзлектән карагыз.) «Параллель курс белән барырга» дигән сүзләр нәрсәне белдерә?

151 Символлар белән эшлибез 2.15 нче рәсемдә дүрт пар параллель турыны табыгыз. «‖» тамгасыннан файдаланып, аларны язып алыгыз. a турысын бер үк почмак белән кисүче турылар парын әйтегез.

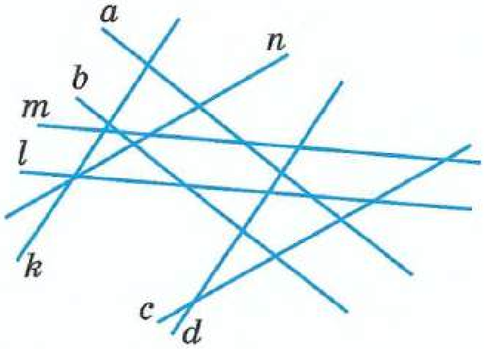
152 Кайсы дүртпочмакларның параллель яклары бар (рәс. 2.16)? Параллель яклар парларын әйтегез.

153 Дәфтәрегездә сызыклар сеткасы буенча сызыгыз:
а) ике параллель туры a һәм b турысы һәм a турысына перпендикуляр c турысын;
б) a турысын һәм аңа перпендикуляр булган b һәм c турыларын;
Һәр очракта c һәм b турыларының үзара торышын тасвирлагыз.

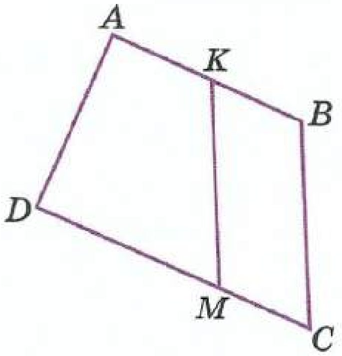
Бригантина

154 Алгоритм буенча эшлибез а) Теләсә нинди b турысын үткәрегез. Линейка һәм почмаклык ярдәмендә b турысына параллель булган берничә туры үткәрегез.
б) Теләсә нинди b турысы үткәрегез һәм бу турыда ятмый торган K ноктасын билгеләгез. K ноктасы аша b турысына параллель булган туры үткәрегез.

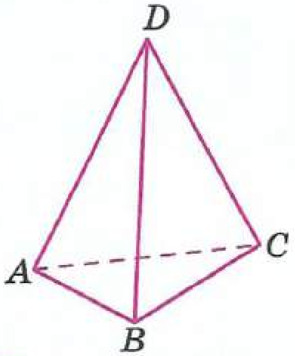
155 2.17 нче рәсемдә сурәтләнгән пирамиданың кайсы кабыргалары чалышма турыларныкы була? Кабыргаларның барлык парларын әйтегез.



Рәс. 2.15



Рәс. 2.16

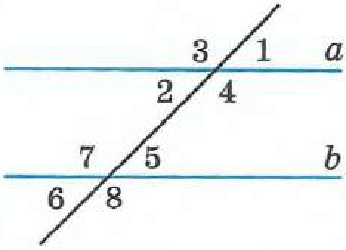


Рәс. 2.17

Б

156 Нинди дә булса $ABCD$ дүртпочмагы төзегез, анда мондый шартлар үтәлсен: а) $AB \parallel CD$ һәм $BC \parallel AD$; б) $AB \parallel CD$ һәм $BC \nparallel AD$; в) $AB \parallel CD$, $AB \perp AD$ и $BC \nparallel AD$. ($\nparallel$ символы турылар параллель түгеллеген белдерә.)

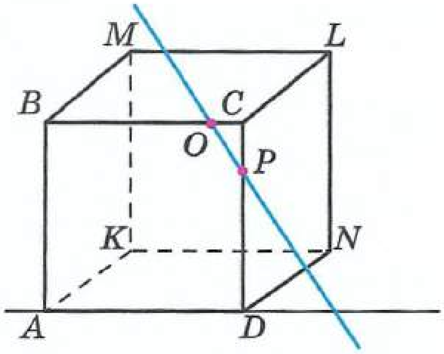
157 Дөрес яки дөрес түгел a һәм b турылары параллель, $\angle 1 = 45°$ (рәс. 2.18). Дөресме:
1) $\angle 2 = \angle 1 = 45°$;
2) $\angle 5 = \angle 1 = 45°$;
3) $\angle 4 = 180° - \angle 1 = 135°$?
6, 7 һәм 8 цифрлары белән тамгаланган почмакларның зурлыкларын әйтегез.



Рәс. 2.18

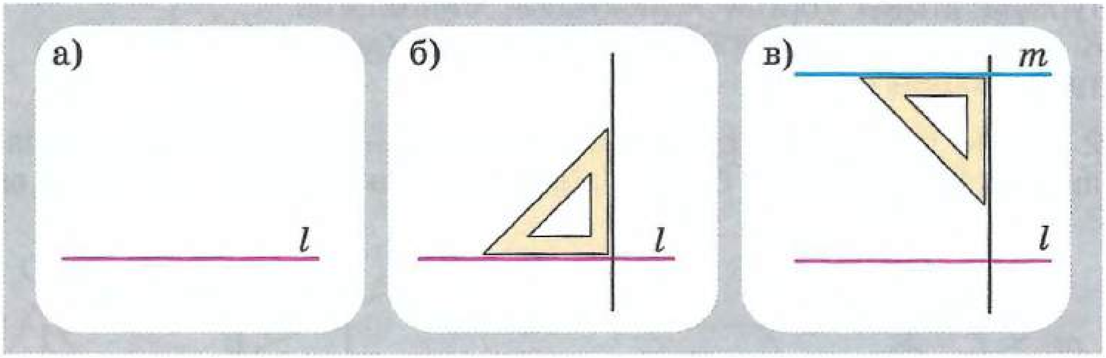
158 Куб кабыргаларында *O* һәм *P* нокталары алынган (рәс. 2.19). *OP* турысы *AD*, *ML*, *AB*, *DN*, *BM* турыларын кисеп үтәме?

Күрсәтмә. Куб моделеннән файдаланыгыз; турылар урынына, мәсәлән, карандашлар, бәйләү энәләре һ. б. ны кулланырга була.



Рәс. 2.19

159 **Алгоритм буенча эшлибез** 2.20 нче *а—в* рәсемендә бер почмаклык ярдәмендә бирелгән турыга параллель булган турыны төзү ысулы күрсәтелгән. Бу ысул турылар параллельлегенең нинди үзлегенә нигезләнгән? Нинди дә булса туры сызыгыз һәм почмаклык ярдәмендә аңа параллель булган туры төзегез.



Рәс. 2.20

160 **Сынап карыйбыз** Сызыклы булмаган кәгазь битендә туры үткәрегез. Кәгазь битен бөкләп, аңа параллель туры төзегез.

161 **Тикшерәбез** 1) Өч турының яссылыкта үзара торышының барлык очракларын сурәтләгез (барлыгы 4 очрак). Өч турының иң күбе ничә кисешү ноктасы булырга мөмкин?

2) Яссылыкта дүрт туры үткәрелгән һәм бу турыларның пар-пар кисешү нокталары билгеләнгән. Шундый нокталар иң күбе ничә булуы мөмкин?

К

162 Аңлатманың кыйммәтен табыгыз: а) $\frac{5}{6} \cdot \frac{9}{15} : \frac{3}{8}$; б) $\frac{5}{12} + \frac{2}{3} + \frac{1}{9}$.

163 Чәчәк үсентеләрен күчереп утыртканда, үсемлекләрнең 15% ы үлә. 220 үсемлекне күчереп утыртканнар. Ничә үсемлек үсеп китәр?

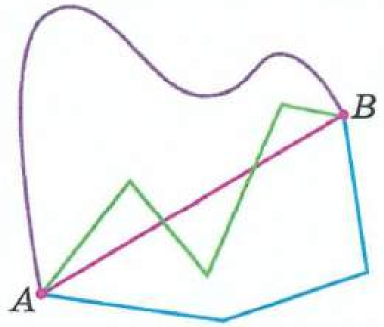
164 24 мең с. торган өй җиһазын сатып бетерү вакытында 20% ка арзанрак сатканнар. Гарнитурны нинди бәядән сатканнар?

165 $\frac{1}{5}$ һәм $\frac{1}{6}$ саннары арасындагы нинди дә булса ике вакланманы әйтегез.

2.3 Ераклык

Билгеле инде, сезгә «ераклык» сүзен күп тапкырлар ишетергә һәм кулланырга туры килгәндер. «Ераклык» нәрсә соң ул? Иң гади очрак — *ике нокта арасындагы ераклык.*

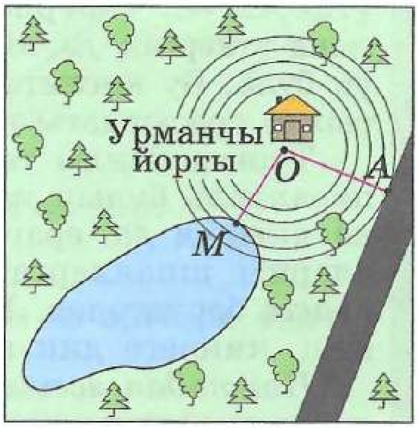
A һәм B нокталарын билгелик. Яссылыкта бик күп сызыклар буенча хәрәкәт итеп, A ноктасыннан B ноктасына барып җитәргә була. Аларның кайберләре 2.21 нче рәсемдә сурәтләнгән. A ноктасыннан B ноктасына иң кыска юл — AB кисемтәсе. Аның озынлыгы A һәм B нокталары арасындагы ераклык була да инде.



Рәс. 2.21

Ләкин геометриядә ераклык турында, катлаулырак очракларда да сөйлиләр, мәсәлән, ноктадан ниндидер фигурага (турыга, әйләнәгә) кадәр ераклык, ике параллель туры арасындагы ераклык һ.б. Шуның белән бергә, ераклык — һәрвакытта да иң кыска юл озынлыгы ул.

2.22 нче рәсемдә сурәтләнгән планда сез урманчы йортын күрәсез. Урманчы йортыннан сулыкка кадәр иң кыска юлны ничек салырга? Үзәге O ноктасында булган әйләнәләрне, радиусларын арттыра барып, берсе сулыкка җиткәнче үткәрәбез. Нәтиҗәдә сулыкның урманчы йортына иң якын булган ноктасын табабыз. Планда ул M ноктасы. OM кисемтәсенең озынлыгы урманчы йортыннан сулыкка кадәрге ераклык була да инде.



Рәс. 2.22

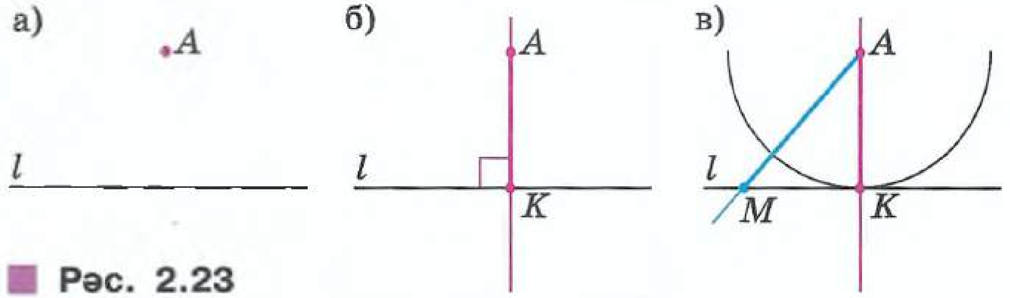
Хәзер йорттан шоссе юлына кадәрге ераклыкны табарга кирәк булсын, ди, биредә ул нәкъ туры буйлап үтә. Үзәге O ноктасында булган әйләнәләрне чираттагы әйләнә шоссе юлга барып җиткәнче үткәрә барабыз. OA кисемтәсе үткәрәбез, ул O ноктасын шоссе белән тоташтыручы теләсә нинди башка кисемтәдән кыскарак. Игътибар итегез: OA кисемтәсе шоссе юлының туры сызыгына перпендикуляр.

Шулай итеп, *ноктадан турыга кадәр ераклык* ноктадан бу турыга үткәрелгән перпендикуляр буенча үлчәнә.

A ноктасын билгелик һәм l турысын үткәрик (рәс. 2.23, *а*). A ноктасыннан l турысына кадәр ераклыкны табу өчен, A ноктасы аша l турысына перпендикуляр туры үткәрәбез һәм аларның кисешү ноктасын K хәрефе белән тамгалыйбыз (рәс. 2.23, *б*). AK кисемтәсенең озынлыгы A ноктасыннан l турысына кадәр ераклык була да инде. Бу кисемтә A ноктасын туры белән тоташтыручы теләсә нинди икенче кисемтәдән кыскарак (рәс. 2.23, *в*).

Планда (рәс. 2.22 не к.) урманчы йортыннан сулыкка; шоссе юлга кадәр ераклык нинди?

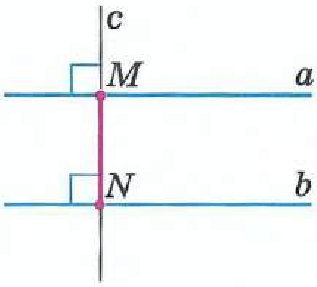
A ноктасыннан *l* турысына кадәрге ераклыкны табыгыз (рәс. 2.23).



Рәс. 2.23

Параллель турылар арасындагы ераклык турында сөйләгәндә, нәрсәне күздә тоталар?

2.24 нче рәсемдә параллель *a* һәм *b* турылары һәм *c* турысы — аларның уртак перпендикуляры үткәрелгән. *c* перпендикулярын кайсы урыннан гына үткәрсәң дә, *MN* кисемтәсенең озынлыгы бер үк була. Бу кисемтәнең озынлыгын параллель турылар арасындагы ераклык дип атыйлар да инде.



Рәс. 2.24

Турысызыклы тимер юл участогында рельслар параллель булып калырга тиеш: алар бер-берсенә якыная да, ерагая да алмыйлар. Шуңа күрә аларны шпалларга бер-берсеннән бер үк ераклыкта беркетәләр. Бу араны (ераклыкны) колеяның киңлеге дип атыйлар.

Ноктадан яссылыкка кадәрге ераклыкны шулай ук перпендикуляр буенча үлчиләр.

- *a* һәм *b* турылары арасындагы ераклык күпмегә тигез (2.24 рәс. не к.)?
- Ике параллель туры арасындагы ераклыкны ничек үлчәргә икәнен сөйләгез.
- Язу өстәле почмагыннан идәнгә кадәрге ераклыкны табыгыз.

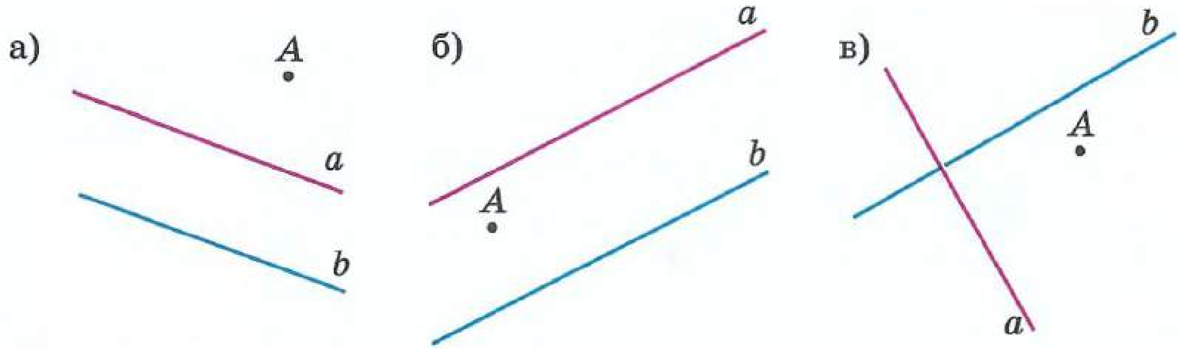
Тимер юл рельслары

А

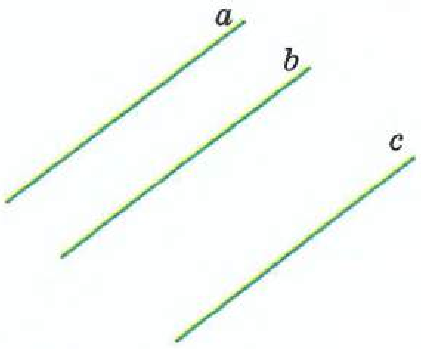
166 Дәфтәрегездә дәфтәрнең шакмаклы сызыгын кабатламаган туры үткәрегез. Турыдан төрле якларда ике нокта билгеләгез. Аларның һәрберсеннән турыга кадәрге ераклыкларны табыгыз. Кирәкле тамгаларны кертегез һәм җавапны языгыз.

167 Алгоритм буенча эшлибез *A* ноктасыннан *a* турысына һәм *b* турысына кадәрге ераклыкны табыгыз (рәс. 2.25, *а–в*).

168 Мәгълүмат эзлибез Тимер юл колеясының киңлеге — рельслар арасындагы ераклык — Россиядә һәм Европада бер үк түгел. Белешмәлекләрдән аларның кыйммәтләрен табыгыз. Рим арбасы һәм Англия атлы арба күчәренең озынлыгы күпмегә тигез? Алар Европа колеясының киңлеге белән ничек бәйләнгән?



Рәс. 2.25



Рәс. 2.26

169 Теләсә нинди AB турысы сызыгыз. AB турысыннан 2 см ераклыкта торган берничә нокта билгеләгез. Барлык шундый нокталар кайда урнашкан?

170 2.26 нчы рәсемдә өч параллель туры сурәтләнгән. Турыларның һәр пары арасындагы ераклыкны табыгыз.

171 Алгоритм буенча эшлибез а) Линейка һәм почмаклык ярдәмендә араларындагы ераклык 4 см га тигез булган ике параллель туры үткәрегез.

б) Ике күрше туры арасындагы ераклыкны 5 мм га арттыра барып, дүрт параллель туры сызыгыз.

172 а) Ике параллель m һәм n турылары арасындагы ераклык 5 см га тигез. A ноктасы m турысыннан 3 см ераклыкта тора. A ноктасыннан n турысына кадәрге ераклыкны табыгыз. Мәсьәләнең ничә чишелеше була?

б) A ноктасы ике параллель турының берсеннән 3 см ераклыкта һәм икенче турыдан 5 см ераклыкта урнашкан. Параллель турылар арасындагы ераклык күпмегә тигез?

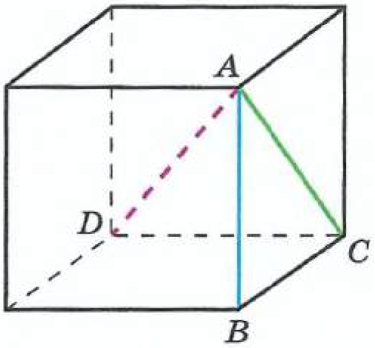
173 Практик ситуация Телевизор караганда, оптималь ераклык телевизор экранының зурлыгына бәйле. Таблицада экран зурлыгы белән аңа кадәрге ераклыкның якынча бәйләнеше бирелгән.

Ераклык, м	Телевизор диагонале, см
$1\frac{1}{2}$—2	37—43
2—3	54—63
3—4	72—81
4—5	87—94
5—7	107—140
7—10	155—201

Гадәттә, сез телевизорны нинди ераклыктан карыйсыз? Таблицадагы мәгълүматлардан файдаланып, бу ераклыкның оптималь булу-булмавын тикшерегез.

Б

174 Анализ ясыйбыз Кисемтәләрнең кайсысы иң озыны: кубның *AB* кабыргасы, кырның *AC* диагонале яки кубның *AB* диагонале (рәс. 2.27)? Бу кисемтәләрнең кайсысы иң кыскасы?



Рәс. 2.27

175 Рәсемне ясагыз һәм сорауга җавап бирегез. l турысының бер ягында *A, B, C* һәм *D* нокталары урнашкан. Бу нокталардан турыга кадәр ераклык тиңдәшле рәвештә 4 см 3 мм, 4 см 1 мм, 3 см 9 мм һәм 4 см 6 мм га тигез. *A* ноктасы аша l турысына параллель итеп туры үткәрелгән. Бу туры *BC, CD* һәм *DB* кисемтәләренең кайсысын кисеп үтә, ә кайсыларын юк?

176 Мондый шарт буенча дүрт *A, B, C* һәм *D* нокталары төзегез: *C* һәм *D* нокталары *A* һәм *B* нокталары аша узучы турының төрле якларында ята, $AB = 8$ см, $AC = 4$ см, $CB = 8$ см, $AD = 6$ см, $DB = 4$ см. *C* һәм *D* нокталары арасындагы ераклык күпмегә тигез?

177 Тикшерәбез 1) Озынлыгы 6 см булган *AB* кисемтәсендә, $AC = 2$ см булырлык итеп, *C* ноктасы билгеләнгән. *AC* һәм *CB* кисемтәләренең урталары арасындагы ераклыкны табыгыз.
Шул ук мәсьәләне $AB = 10$ см һәм $AC = 6$ см булган очрак өчен чишегез.

2) Озынлыгы 8 см га тигез булган ирекле рәвештә *C* ноктасы билгеләнгән. *AC* һәм *CB* кисемтәләренең урталары арасындагы ераклыкны табыгыз.

3) Мәсьәлә шартында *C* ноктасы *AB* кисемтәсендә түгел, ә *AB* турысында билгеләнгән дип әйтелгән булса, җавап үзгәрерме?

К

178 Исәпләгез:

а) $\left(3 - \frac{3}{7}\right) : \left(\frac{1}{14} + \frac{1}{4}\right)$; б) $\dfrac{\frac{2}{9} + \frac{2}{15}}{1\frac{1}{9} - \frac{2}{3}}$.

179 Өч төрле соктан ясалган коктейльдә алма согы $\frac{1}{2}$ өлеш, чия согы $\frac{1}{3}$ өлеш һәм лимон согы $\frac{1}{6}$ өлешне тәшкил итә. 300 мл алма согы алганнар. Мондый коктейль өчен ничә миллилитр чия һәм лимон согы алырга кирәк?

180 Эш көннәрендә катокта зурлар билетының бәясе 100 с. тора, ә ял көннәрендә — 100 % ка кыйммәтрәк. Ял көннәрендә билет күпме тора?

181 Салонда дүрт төрле маркадагы автомобильләр саталар. Өч айда сатылган һәр маркадагы автомобильләр саны турында мәгълүматлар таблицада китерелгән.

Автомобиль маркасы	Сатылган автомобильләр			Барлыгы сатылган
	Сентябрь	Октябрь	Ноябрь	
A	15	16	18	
B	19	13	12	
C	4	8	7	
D	5	1	3	

а) Өч айда сатылган һәр маркадагы автомобильләрнең гомуми санын исәпләгез һәм таблицаны тутырыгыз.

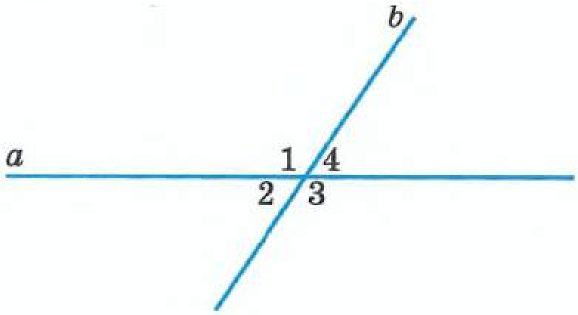
б) Өч айда сатылган автомобильләр турында мәгълүматны схематик рәвештә түгәрәк диаграммада сурәтләгез.

Сез нәрсәгә өйрәндегез

Мәҗбүри белем күнекмәләре

Ике кисешүче турыны сыза алам, алар хасил иткән почмакларны таба беләм, перпендикуляр турылар төзи алам.

1. Ике туры кисешкәндә хасил булган почмакларның берсе 60° ка тигез булса, *a* һәм *b* турыларын сызыгыз.
2. *a* һәм *b* турылары кисешкәндә хасил булган почмакларның берсе 55° ка тигез. Цифрлар белән тамгаланган почмакларның зурлыкларын табыгыз һәм язып куегыз.
3. Ике перпендикуляр туры төзегез, аларны тамгалагыз һәм, тиешле символларны кулланып, аларның перпендикуляр булу фактын языгыз.



4. *a* турысы үткәрегез һәм бу турыда ятмаган *K* ноктасын билгеләгез. Линейка һәм почмаклык ярдәмендә *K* ноктасы аша *a* турысына перпендикуляр булган *b* турысы үткәрегез.

Параллель турылар үткәрә алам.

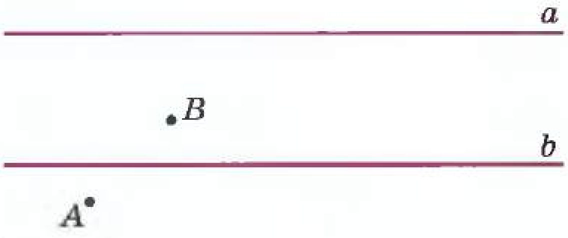
5. a турысы үткәрегез һәм бу турыда ятмаган K ноктасын билгеләгез. Линейка һәм почмаклык ярдәмендә K ноктасы аша a турысына параллель булган b турысы үткәрегез.

Ике нокта арасындагы; ноктадан турыга кадәр; ике параллель туры арасындагы ераклыкны таба алам.

6. а) A ноктасыннан B ноктасына кадәр;

б) A ноктасыннан b турысына кадәр;

в) a һәм b турылары арасындагы ераклык күпмегә тигез?



7. Араларындагы ераклык 25 мм га тигез булган ике туры сызыгыз.

Тагын башка биремнәрне дә башкара алам (берничә номерны күрсәтегез).

3 нче БҮЛЕК

Унарлы вакланмалар

Сез күп тапкырлар вакланмалар белән очраштыгыз инде. Натураль саннар белән башкарылган гамәлләргә караганда, алар белән гамәлләр үтәве авыррак булуына инандыгыз. Бу, һәр вакланманы язу өчен, ике натураль сан файдаланганнан килеп чыга. Ләкин шундый вакланмалар бар, алар белән эш итү натураль саннар белән эш иткәндәгечә гади. Бу — ваклаучысы булып 10 санының дәрәҗәсе булган вакланмалар. Математиклар мондый вакланмалар өчен натураль саннарны язу ысулына охшаш уңайлы язу ысулы уйлап тапканнар. Бу бүлектә сез андый вакланмаларны язуның ничек кабул ителүен һәм нинди өстенлекләре булуын белерсез.

3.1 Вакланмаларның унарлы язылышы

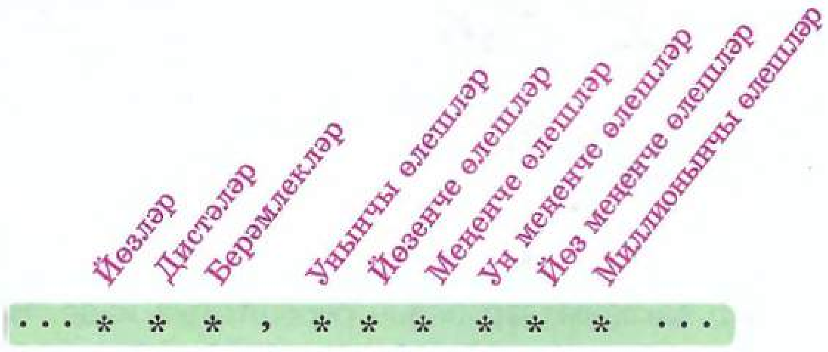
Натураль саннарны язу өчен, без унарлы дип аталган нумерацияне кулланабыз. Аның нигезендә 10 саны: һәр разряд берәмлеге аннан алдагы разряд берәмлегеннән 10 тапкырга зуррак. Бу кагыйдә, иң кечкенә — берәмлек разрядтан тыш, барлык разрядларга кагыла.

Унарлы нумерациянең уңайлыгы математикларны аның язылышын ваклаучысы 10, 100, 1000 һ. б. булган вакланмалар өчен дә куллану идеясенә этәргән. Моның өчен, вакланмаларны язганда, яңа разрядларны берәмлекләр разрядыннан уңдарак урнаштырып кулланa башлаганнар. Аларда *берәмлекләр өлешләренең* унынчы, йөзенче, меңенче һ. б. санын күрсәтәләр.

Нинди сан 1 дән 10 тапкыр кимрәк? Аңлашыла ки, бу $\frac{1}{10}$. Шуңа күрә берәмлекләр разрядыннан беренче булып уңда **унынчы разрядларны** урнаштыралар. Санның бөтен өлеше кайда тәмамлануын күрсәтү өчен, аннан соң өтер куялар. Мәсәлән, $5\frac{3}{10}$ урынына 5,3 дип язалар. 5,3 язуы шулай ук $5\frac{3}{10}$ кебек укыла: биш бөтен уннан өч.

Икенче разряд берәмлеге өтердән соң уңда $\frac{1}{10}$ гә караганда 10 тапкырга кечерәк булырга тиеш. $\frac{1}{10} : 10 = \frac{1}{100}$ булганлыктан, бу берәмлек булып $\frac{1}{100}$ хезмәт итә. Икенче разряд **йөзенчеләр разряды** дип атала. Мәсәлән, $4\frac{7}{100}$ урынына 4,07 дип язалар (укыла: дүрт бөтен йөздән җиде).

Өченче булып уңда — **меңенче разряды**, дүртенче булып **ун меңенче разряды** һ. б. килә (рәс. 3.1).



Рәс. 3.1

Разряд берәмлекләре

$$\frac{1}{10},\quad \frac{1}{100},\quad \frac{1}{1000},\quad \frac{1}{10\,000},\quad \dots$$

болай языла:

$$0{,}1,\quad 0{,}01,\quad 0{,}001,\quad 0{,}0001,\quad \dots .$$

Аларны «0 бөтен» сүзе кулланып укыйлар: 0 бөтен уннан бер, 0 бөтен йөздән бер, 0 бөтен меңнән бер, 0 бөтен ун меңнән бер һ. б.

5,3; 4,07; 0,001 кебек язуларны **унарлы вакланмалар** дип атыйлар; өтердән соң торган унарлы вакланмадагы цифрларны **унарлы тамгалар** дип атыйлар. Сызык белән язылган вакланмаларны **гади вакланмалар** дип атыйлар.

Нинди дә булса унарлы вакланма, мәсәлән, 7,35 не алыйк. Бу язу нәрсәне аңлатканны ничек белергә? Аны ничек укырга кирәк?

7,35 язуыннан бу унарлы вакланмага 7 берәмлек, 3 унынчы һәм 5 йөзенче өлеш керүе аңлашыла. Аны разряд кушылучылары суммасы рәвешендә күрсәтик һәм кушуны башкарыйк:

$$7{,}35 = 7 + \frac{3}{10} + \frac{5}{100} = 7 + \frac{30}{100} + \frac{5}{100} = 7 + \frac{35}{100} = 7\frac{35}{100}.$$

Димәк, 7,35 ул — $7\frac{35}{100}$ санының унарлы язылышы. 7,35 унарлы вакланмасы $7\frac{35}{100}$ катнаш вакланмасы кебек укыла: 7 бөтен йөздән 35.

Унарлы вакланманы укыганда, башта өтер алдында торган өлешне әйтәләр һәм «бөтен» дигән сүзне өстиләр; аннары өтер артындагы өлешне соңгы разрядка тиешле кушымча өстәп әйтәләр.

Мәсәлән, 6,8105 унарлы вакланмасында соңгы разряд ун меңенче. Шуңа күрә аны болай укыйлар: 6 бөтен ун меңнән 8105.

- Унарлы вакланма 93,10897 не җентекләп карагыз һәм сорауларга җавап бирегез:
  1) Ул нинди разрядларны үз эченә ала?
  2) Дистәләр разрядында һәм унынчы өлеш разрядында нинди цифрлар язылган?
  3) 0 цифры; 8 цифры нинди разрядта тора?
  4) Нинди разрядларда берәмлекләр саны бертөрле?
- 65,249 мисалында унарлы вакланмаларның ничек укылуын сөйләгез.
- 0,49 вакланмасын разряд кушылучылары суммасы рәвешендә күрсәтегез һәм, кушу гамәлен башкарып, тиңдәшле гади вакланманы табыгыз.

Кайбер вакланмалы саннарны ике ысул белән — гади вакланма рәвешендә һәм унарлы вакланма рәвешендә яза аласыз, хәзер инде язуның бер формасыннан икенчесенә күчә белергә кирәк. Хата җибәрмәс өчен, мондый кагыйдәне истә тотарга:

Унарлы вакланмада өтердән соң цифрлар саны аңа тиңдәш гади вакланманың ваклаучысындагы нульләр саны кадәр була.

1 нче мисал. 0,259 унарлы вакланмасын гади вакланма рәвешендә язабыз.

Моны эшләү бик җиңел. Әлеге вакланманы «0 бөтен» сүзеннән башка укырга һәм ваклаучысы белән язарга була.

$$0{,}\underbrace{259}_{3\ \text{цифр}} = \frac{259}{1\underbrace{000}_{3\ \text{нуль}}}.$$

2 нче мисал. Гади вакланма $\frac{45}{10000}$ не унарлы вакланма рәвешендә языйк.

Вакланма ваклаучысында 4 нуль, димәк, тиңдәшле унарлы вакланмада өтердән соң 4 цифр булырга тиеш. Ләкин $\frac{45}{10000}$ вакланмасының санаучысында ике цифр гына. Шуңа күрә санаучыга сулдан ярдәмче нульләр өстәп, санаучыдагы цифрлар санын ваклаучыдагы нульләр саны белән тигезлибез:

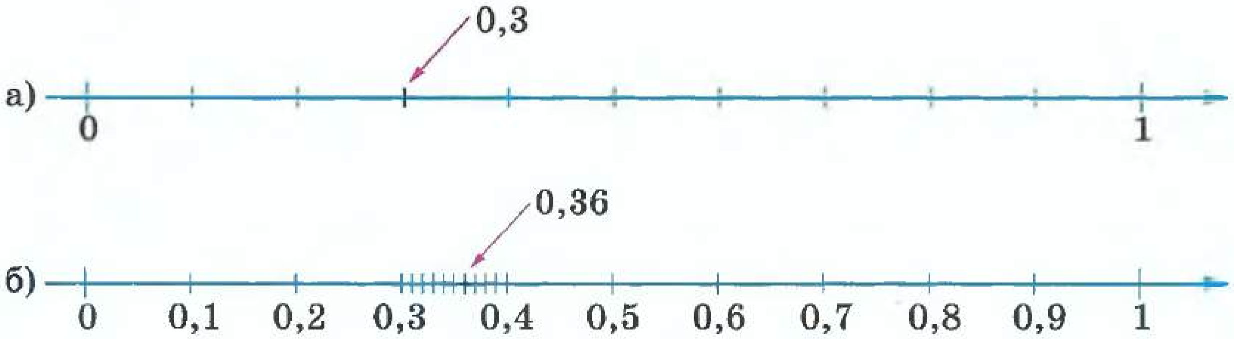
$$\frac{45}{10000} = \frac{0045}{10000} = 0{,}0045.$$

- Тигезлекләр бирелгән: $0{,}012 = \frac{12}{100}$ һәм $0{,}012 = \frac{12}{1000}$. Аларның кайсы дөрес, ә кайсы юк?
- $\frac{37}{1000}$ саны мисалында гади вакланманы ничек унарлы вакланма рәвешендә язарга икәнен аңлатыгыз.
- Унарлы вакланмага тиңдәшле гади вакланманың ваклаучысы 10 000 гә тигез булса, анда өтердән соң ничә цифр булырга тиеш? Мисал китерегез.

Унарлы вакланмаларны, гади вакланмалар кебек үк, координаталар турысында нокталар белән сурәтлиләр.

0,3 санына тиңдәшле ноктаны төзергә кирәк булсын, ди. Моның өчен 0 һәм 1 нокталары арасындагы кисемтәне 10 тигез өлешкә бүләләр һәм шундый 3 өлешне санап алалар (рәс. 3.2, *а*).

Әгәр инде 0,36 унарлы вакланмасына туры килгән ноктаны билгеләргә кирәк булса, берәмлек кисемтәнең унынчы өлешен 10 тигез кисәккә бүләләр, ул 0,3 координаталы ноктадан соң килә. Берәмлек кисемтәнең йөзенче өлешләрен табалар. 0,3 ноктасыннан алты йөзенче өлешләрне санап алып, 0,36 координаталы ноктаны билгелиләр (рәс. 3.2, *б*).



Рәс. 3.2

Дәфтәрегездә координаталар турысы сызыгыз (берәмлек кисемтәне 10 шакмак итеп алыгыз). Анда 0,1; 0,3; 0,7; 1,2; 1,4; 1,5 саннарын билгеләгез.

Унарлы вакланмаларны уйлап табу кешелек мәдәниятенең бөек казанышларының берсе булып тора. Ләкин исәпләүләрдә унарлы вакланмалар киң кулланыла башлаганчы һәм аның хәзерге рәвешенә килгәнче күп гасырлар үтә. Нидерланд математигы һәм инженеры Симон Стевин (XVI г.) (Европада унарлы вакланмаларны ачуны аның исеме белән бәйлиләр) 35,912 унарлы вакланмасын болай язган:

35 ⓪ 9 ① 1 ② 2 ③.

Соңрак мондый унарлы вакланманы гадирәк итеп яза башлаганнар: 35° 912.

Ә хәзер бөтен өлешне вакланма өлештән аерып торучы түгәрәк урынына аста өтер язабыз. Ләкин кайбер илләрдә, мәсәлән Англиядә, АКШта, өтер урынына нокта куялар. Шуны искәрик: хисаплау машиналарында һәрвакытта өтер урынына нокта файдаланыла.

А

182 Унарлы вакланмаларны укыгыз:

а) 0,2; 0,03; 0,004; в) 0,025; 4,308; д) 7,004; 0,0025;
б) 6,2; 0,14; 9,716; г) 6,007; 1,2018; е) 10,001; 0,02008.

183 а) 154038 санында башта уңнан бер цифрны өтер белән аерып алыгыз, аннары өтер алдында бер цифр гына калганчы эзлекле рәвештә өтерне бер цифрга сулга күчерегез. Табылган һәр унарлы вакланманы укыгыз.

б) 6,012345 санында өтер артында бер цифр гына калганчы эзлекле рәвештә өтерне уңга күчерегез. Табылган һәр унарлы вакланманы укыгыз.

184 Законча лыкны эзлибез Тагын ике сан язып, унарлы вакланмалар эзлеклелеген дәвам итегез һәм язылган барлык унарлы вакланмаларны укыгыз:

а) 0,5; 0,55; 0,555; ...; в) 0,32; 0,323; 0,3232; ...;
б) 0,4; 0,04; 0,004; ...; г) 0,6; 0,606; 0,60606; ... .

185 Унарлы вакланманы укыгыз һәм аны гади вакланма яки катнаш вакланма рәвешендә языгыз:

а) 0,9; в) 0,03; д) 10,01; ж) 2,1004;
б) 0,123; г) 0,027; е) 6,006; з) 50,05005.

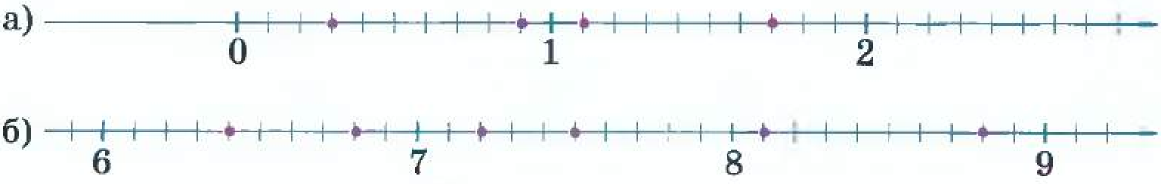
186 Саннарны унарлы вакланмалар рәвешендә языгыз һәм аларны укыгыз:

а) $\frac{3}{10}$, $\frac{23}{100}$, $\frac{7}{100}$, $\frac{457}{1000}$, $\frac{9}{1000}$, $\frac{21}{1000}$;

б) $11\frac{7}{10}$, $2\frac{18}{100}$, $5\frac{3}{100}$, $1\frac{238}{1000}$, $12\frac{15}{1000}$, $8\frac{8}{1000}$;

в) $\frac{39}{10}$, $\frac{187}{10}$, $\frac{341}{100}$, $\frac{528}{100}$, $\frac{1349}{1000}$, $\frac{1002}{1000}$.

187 Координаталар турысында нокталар белән нинди саннар билгеләнгән (рәс. 3.3, *а, б*)?

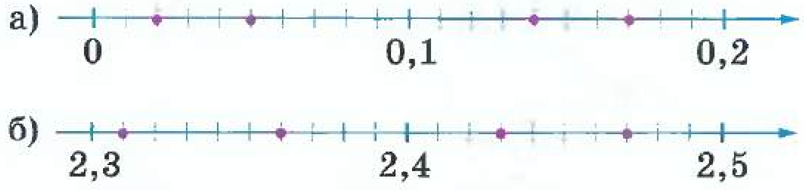


Рәс. 3.3

188 Координаталар турысында кайбер нокталар хәрефләр белән тамгаланган (рәс. 3.4). Нокталарның кайсысы мондый санга туры килә: 34,8; 34,2; 34,6; 35,4; 35,8; 35,6?

Рәс. 3.4

189 Координаталар турысында нокталар белән нинди саннар билгеләнгән (рәс. 3.5 *а, б*)?



Рәс. 3.5

Б

190 Сумманы унарлы вакланма рәвешендә языгыз:

а) $3+\frac{4}{10}+\frac{7}{100}$;

б) $40+\frac{4}{10}$;

в) $20+\frac{3}{10}+\frac{1}{1000}$;

г) $\frac{5}{10}+\frac{5}{100}+\frac{5}{1000}$;

д) $\frac{1}{10}+\frac{1}{100}+\frac{1}{10\,000}$;

е) $\frac{6}{100}+\frac{6}{1000}+\frac{6}{100\,000}$.

191 Фикер йөртәбез а) XIX кышкы Олимпия уеннарында Россия спортсмены С. Журова тимераякта 500 м лы дистанцияне 37,55 с та йөгереп үткән. Икенче спортсмен, вакытны йөздән бер секундка, уннан ике секундка яхшыртып, нинди нәтиҗә күрсәткән?

б) XVII кышкы Олимпия уеннарында 500 м га тимераякта йөгерүдә беренче урынны А. Голубев (Россия) алган. Ул дистанцияне 36,33 с та йөгереп үткән. Өченче урынны алган Япония спортсменының нәтиҗәсе уннан ике секундка начаррак була. Япония спортсмены нинди нәтиҗә күрсәткән?

192 Бирәмлек кисемтәне сигез шакмак итеп алып, координаталар турысы сызыгыз. Бу турыда мондый саннар билгеләгез: 0,5; 0,75; 1,5; 1,25; 0,125.

193 Күзәтәбез һәм фикер йөртәбез Берәмлек кисемтәне 5 шакмак итеп алып, дәфтәрегездә координаталар турысы сызыгыз. Төсле карандаш белән 0,2 ноктасын билгеләгез. Сез координаталар турысы буенча 0,2 ноктасыннан 0,6 га тигез булган адым белән күрсәтелгән юнәлештә «атлыйсыз» дип күз алдына китерегез.

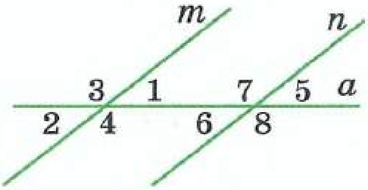
1) 5 адымнан; 8 адымнан соң сез нинди ноктада булырсыз? (Бу нокталарны билгеләгез һәм аларның координаталарын языгыз).

2) Ничә адымнан соң координатасы 7,4 булган ноктада булып чыгарсыз?

3) Координатасы 10 га тигез булган ноктада сез булырсызмы?

194 Фикер йөртәбез 1, 2, 3 цифрларыннан төзергә мөмкин булган барлык икеурынлы саннарны языгыз, мондый шарт үтәлсен: санның язылышында цифр бердән артык тапкыр кулланыла алмый (бу — цифрны бер тапкыр гына кулланырга яки бер дә кулланмаска мөмкин дигәнне аңлата).

К



Рәс. 3.6

195 1) 40 с; 15 с минутның күпме өлешен тәшкил итә?

2) $\frac{1}{12}$ сәг; $\frac{3}{4}$ сәг; $\frac{5}{6}$ сәг ничә минут тәшкил итә?

196 m һәм n турылары параллель, $\angle 1 = 38°$ (рәс. 3.6). Цифрлар белән тамгаланган барлык почмакларның зурлыкларын языгыз.

197 3 см радиуслы әйләнә сызыгыз. Аны кисми торган туры үткәрегез. Әйләнә үзәгеннән турыга кадәрге ераклыкны үлчәгез. Әйләнәдә турыга иң якын торган ноктаны табыгыз. Бу ике нокта арасындагы ераклык күпмегә тигез?

3.2 Унарлы вакланмалар һәм үлчәүләрнең метрик системасы

Озынлыкларның бер берәмлекләре икенчеләре, кечкенәрәкләре белән белдерелгән бәйләнешләр сезгә билгеле инде, мәсәлән:

$$1 \text{ см} = 10 \text{ мм}, \ 1 \text{ м} = 100 \text{ см}, \ 1 \text{ км} = 1000 \text{ м}.$$

Унарлы вакланмаларны кулланып, озынлыкның шул ук берәмлекләрен бәйләүче икенче бәйләнешләрне язарга була:

$$1 \text{ мм} = 0{,}1 \text{ см}, \ 1 \text{ см} = 0{,}01 \text{ м}, \ 1 \text{ м} = 0{,}001 \text{ км}.$$

Шундый ук тигезлекләрне масса үлчәү берәмлекләре — тонналар, килограммнар, граммнарда язарга була:

$$1 \text{ мг} = 0{,}001 \text{ г}, \ 1 \text{ г} = 0{,}001 \text{ кг}, \ 1 \text{ кг} = 0{,}001 \text{ т}.$$

Математикада унарлы вакланмалар хәзерге үлчәү берәмлекләре — метр һәм граммнарга караганда күпкә элегрәк килеп чыккан. Унарлы вакланмалар белән эш итүнең уңайлыгы математикада унарлы вакланмаларны уйлап табу, кешеләрнең үлчәүләр белән бәйле барлык эшчәнлегенә тәэсир иткән: кешеләр зурлыкларны үлчәүнең бер системасына күчкәннәр — ул *үлчәүнең метрик системасы* дип атала. Россия иң беренчеләрдән Метрик конвенциягә («конвенция» сүзе «халыкара килешү, договор» дигәнне аңлата) кул куйган ил булуын искәрик. Бу 1875 елда булган.

Үлчәүнең метрик системасында бер берәмлек икенчесен 10 га, 100 гә, 1000 гә һ. б. га тапкырлап яки бүлеп табыла. Озынлык һәм масса берәмлекләре белән нәкъ шулай эшлиләр дә.

Төрле метрик берәмлекләр арасындагы унарлы бәйләнешләр аларның исемнәрендә чагыла.

Мәсәлән, *кило* алкушымчасы грекчадан kilo (мең) «1000 тапкырга арттыруны» аңлата. Мәсәлән, *килограмм* (кило-грамм) — 1000 грамм.

Башка алкушымчаларның кыйммәтләрен китерәбез:

гекто — грек сүзе hekaton (йөз) — «100 тапкырга арттыру»ны аңлата; мәсәлән, *гектар* — 100 ар;

дека — грек сүзе deka (ун) — «10 тапкырга арттыру»ны аңлата; мәсәлән, *декалитр* — 10 литр;

деци — латин сүзе decem (ун) — «10 тапкырга киметү»не аңлата; мәсәлән, *дециметр* (деци-метр) — метрның уннан бер өлеше;

санти — латин сүзе cent (йөз) — «100 тапкырга киметү»; мәсәлән, *сантиметр* (санти-метр) — метрның йөздән бер өлеше;

милли — латин сүзе mille (мең) — «1000 тапкырга киметү»; мәсәлән, *миллиметр* (милли-метр) — метрның меңнән бер өлеше.

Шул ук вакытта вакытны һәм почмакларны үлчәү системасында борынгы традицияләр сакланган: мәсәлән, сәгать 60 минутка бүленә, минут — 60 секундка. Шунысын билгеләп үтәргә кирәк: хәзерге спортта нәтиҗәләрне үлчәү өчен секунд бик зур берәмлек булганлыктан, катнаш вакыт үлчәү системасы кулланыла. Секундны 60 тигез өлешкә бүлмиләр, ә уннан бергә, йөздән бергә һәм меңнән бергә бүләләр. Мәсәлән, чаначының 1.02,343 нәтиҗәсе аның трассаны 1 минут 2 һәм меңнән 343 секундта үтүен аңлата.

- Текстта карап үтелгән үлчәү берәмлекләренең атамалар барлыкка китерә торган унарлы алкушымчаларның кайсысы чыгыш берәмлекне *арттыруны* һәм кайсылары *киметүне* белдерә? Аларның һәрберсенең мәгънәсен аңлатыгыз. Мисаллар китерегез.
- Фән үсә барган саен, үлчәүнең яңа берәмлекләре һәм, шуның белән бергә, яңа унарлы алкушымчалар кирәк була. Нинди дә булса мәгълүмат чыганагыннан: *мега, гига, микро, нано* алкушымчалары кыйммәтләренең аңлатмасын табыгыз. Алар кайсы телдән алынган һәм ничек тәрҗемә ителәләр? Состав өлеше булып шул алкушымчалар булган катлаулы сүзләргә мисаллар китерегез.

A

198 а) 1 см 1 м ның; 1 м 1 км ның; 1 мм 1 см ның, 1 дм 1 м ның;
б) 1 г 1 кг ның; 1 кг 1 т ның; 1 кг 1 ц ның; 1 мг 1 г ның;
в) 1 мм 1 дм ның; 1 мм 1 м ның, 1 см 1 км ның нинди өлешен тәшкил итәләр:

Күрсәтмә. Җавапны унарлы вакланмалар белән белдерегез.

199 а) 3 дм, 8 дм, 2 см, 5 см, 4 мм, 7 мм метрның күпме өлешен тәшкил итә?
б) 6 см, 3 см, 9 мм, 4 мм дециметрның күпме өлешен тәшкил итә?
в) 123 м, 450 м, 600 м, 75 м, 10 м километрның күпме өлешен тәшкил итә?

Ярдәм. 61 нче биттә китерелгән үрнәктән файдаланыгыз.

Үрнәк. 7 дм, 40 см метрның кайсы өлешен тәшкил итә?

1) 1 дм = $\frac{1}{10}$ м булганлыктан, 7 дм = $\frac{7}{10}$ м = 0,7 м.

2) 1 см = $\frac{1}{100}$ м булганлыктан, 40 см = $\frac{40}{100}$ м = $\frac{4}{10}$ м = 0,4 м.

200 Унарлы вакланма ярдәмендә белдерегез:

а) метрларда: 53 см, 4 м 67 см, 277 см, 304 см;

б) килограммнарда: 2 кг 255 г, 350 г, 1470 г;

в) тонналарда: 1 т 255 кг, 678 кг, 2034 кг.

201 а) Сантиметр һәм миллиметрларда белдерегез: 3,1 см, 5,3 м, 54,8 см, 4,6 см.

б) Килограмм һәм граммнарда белдерегез: 2,325 кг, 23,625 кг, 4,25 кг, 3,5 кг.

202 Дөрес яки дөрес түгел Күрсәтелгән тигезлекләр арасында дөрес түгелләрен табыгыз һәм аларны төзәтегез:

1) 1 кг 70 г = 1,7 кг; 3) 2 т 300 кг = 2,3 т; 5) 9 км 50 м = 9,5 км;

2) 25 мм = 0,025 м; 4) 82 дм = 0,82 м; 6) 60 кг = 0,06 т.

203 Дәфтәрнең буен һәм иңен үлчәгез һәм нәтиҗәләрне башта миллиметрларда, аннары сантиметрларда һәм дециметрларда күрсәтегез.

Б

204 Фикер йөртәбез 3 м 8 дм 1 см да 3 бөтен уннан 8 һәм йөздән 1 метр була, 3 м 8 дм 1 см = 3,81 м. Шул рәвешле фикер йөртеп белдерегез:

а) метрларда: 4 м 7 дм 5 см, 12 м 2 дм 1 см, 3 дм 6 см 9 мм, 1 м 8 см;

б) дециметрларда: 8 дм 2 см 3 мм, 7 м 2 дм 6 мм, 2 м 7 см.

205 Күпме өлешен тәшкил итә:

а) 1 $см^2$ дан 1 $мм^2$; 1 $дм^2$ дан 1 $см^2$, 1 $м^2$ дан 1 $мм^2$;

б) 1 $дм^3$ дан 1 $см^3$, 1 $м^3$ дан 1 $см^3$, 1 $м^3$ дан 1 $мм^3$?

206 1 гектарда (1 га да) 10 000 $м^2$, 1 арда (1 а) 100 $м^2$. Күпме өлешен тәшкил итә:

а) 1 ардан 1 $м^2$; в) 1 га дан 1 $м^2$; д) 1 га дан 1 а;

б) 1 ардан 15 $м^2$; г) 1 га дан 200 $м^2$; е) 1 га дан 5 а.

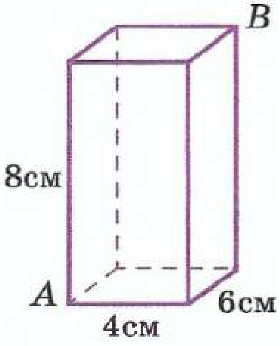
К

207 Түбәндәге гади вакланмаларны унарлы вакланмалар рәвешендә языгыз: $\frac{173}{10}$, $\frac{173}{100}$, $\frac{173}{1000}$, $\frac{173}{10\,000}$, $\frac{173}{100\,000}$. Һәр унарлы вакланманы укыгыз.

208 Саннарны гади тапкырлаучыларга таркатыгыз: 10, 100, 1000, 10 000.

209 3.7 нче рәсемдә параллелепипед сурәтләнгән һәм аның үлчәнешләре күрсәтелгән. Ераклыкны табыгыз: а) параллелепипедның B түбәсеннән алгы кырга кадәрге, аскы кырга кадәрге, сул ян кырына кадәрге; б) параллелепипедның A түбәсеннән арткы кырына кадәрге, уң кырына кадәрге, өске кырына кадәрге.

210 Ике оператор компьютерда кульязма текстын җыйганнар. Берсе эшнең 70% ын, икенчесе 30% ын башкарган. Барлык кульязманы җыю өчен 1200 с. түләсәләр, аларның һәрберсе ничә сум акча алырга тиеш?



Рәс. 3.7

3.3 Гади вакланманы унарлыга күчерү

Унарлы һәм гади вакланмалар — саннарның ике төрле формасы. Мәсәлән, $\frac{3}{10}$ һәм 0,3 — бер үк санның ике төрле язу ысулы. $\frac{3}{10} = 0,3$ тигезлеген язып, без нәкъ шуны күрсәтәбез. Ләкин һәрбер санны унарлы вакланма яки гади вакланма рәвешендә язып булмый.

Сан унарлы вакланма рәвешендә белдерелсә, аны гади вакланма (яки катнаш вакланма) рәвешендә күрсәтеп була. Моның өчен, белгәнегезчә, вакланма өлешендәге ваклаучыны «ачык рәвештә» язарга кирәк. Мәсәлән:

$$0,207 = \frac{207}{1000}; \quad 4,15 = 4\frac{15}{100} = 4\frac{3}{20}.$$

Ләкин гади вакланма белән белдерелгән санны һәрвакытта да унарлы вакланма рәвешендә язып булмый. Мәсәлән, $\frac{3}{8}$ вакланмасы унарлыга әйләнә, ә $\frac{7}{15}$ вакланмасы юк. Моңа катлаулы булмаган фикер йөртүләр ярдәмендә ышанырга була.

Гади вакланманы унарлы вакланма рәвешендә язу өчен, аны 10, 100, 1000 һ. б. ваклаучыларның берсенә китерергә кирәк. Бу саннарның һәрберсен гади тапкырлаучыларга таркатканда, икелекләр һәм бишлекләр бертөрле санда килеп чыга:

$10 = 2 \cdot 5;$

$100 = 10 \cdot 10 = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5;$

$1000 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5$ и т. д.

Бу таркатмаларда башка төрле тапкырлаучылар юк.

$\frac{3}{8}$ вакланмасын алыйк. Аның ваклаучысын гади тапкырлаучыларга таркатканда, $2 \cdot 2 \cdot 2$ тапкырчыгышы чыга. Аны өч бишлеккә

өстәп тапкырлаганда, күрсәтелгән рәт тапкырлаучыларының берсе — 1000 саны килеп чыга:

$$\frac{3}{8} = \frac{3\cdot5\cdot5\cdot5}{2\cdot2\cdot2\cdot5\cdot5\cdot5} = \frac{375}{1000} = 0{,}375.$$

Хәзер $\frac{7}{15}$ вакланмасын алыйк. Бу вакланманың ваклаучысын гади тапкырлаучыларга таркатып, $3\cdot5$ тапкырчыгышын табабыз, ул 3 санын үз эченә ала. Ваклаучыны нинди генә бөтен санннарга тапкырласак та, «комачаулаучы» 3 тапкырлаучысы һәрвакытта да булачак, шуңа күрә икелекләрдән һәм бишлекләрдән генә торган тапкырчыгыш чыкмаячак. Димәк, $\frac{7}{15}$ вакланмасын 10, 100, 1000 һ. б. ваклаучыларга китереп булмый.

Китерелгән фикер йөртүләр шундый нәтиҗә ясарга мөмкинлек бирә:

Гади вакланманың ваклаучысында 2 һәм 5 тән башка гади тапкырлаучылар булмаса, бу гади вакланманы унарлы вакланма рәвешендә күрсәтергә була.
Кыскартылмый торган гади вакланманың ваклаучысында 2 һәм 5 тән аермалы булган гади тапкырлаучы булса, бу гади вакланманы унарлы вакланма рәвешендә күрсәтеп булмый.

Игътибар итегез: соңгы раслауда кыскартылмый торган вакланмалар турында сүз бара. Бу очраклы түгел. Мәсәлән, $\frac{21}{60}$ вакланмасын алыйк. Аның ваклаучысына гади 3 тапкырлаучысы керә. Ләкин вакланманы кыскартканнан соң, ул юкка чыга:

$$\frac{21}{60} = \frac{7}{20} = \frac{7\cdot5}{20\cdot5} = \frac{35}{100} = 0{,}35.$$

- Теләсә нинди унарлы вакланманы гади вакланма рәвешендә язарга буламы? Җавабыгызны аңлатыгыз һәм аны мисаллар белән күрсәтегез.
- Ни өчен $\frac{3}{4}$ вакланмасын унарлы вакланма рәвешендә күрсәтеп була, ә $\frac{5}{6}$ вакланмасын юк?

А

211 Санап кителгән вакланмаларның кайсыларын унарлы вакланма рәвешендә язып була, ә кайсыларын — юк:

$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}, \frac{1}{10}, \frac{1}{11}, \frac{1}{12}, \frac{1}{13}, \frac{1}{14}, \frac{1}{15}, \frac{1}{16}$?

212 Вакланмаларны 10 һәм 100 ваклаучыларының берсенә китерегез һәм тиңдәшле унарлы вакланмаларны языгыз:

а) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{20}$, $\frac{1}{25}$, $\frac{1}{50}$; в) $2\frac{1}{2}$, $3\frac{1}{4}$, $1\frac{7}{20}$, $4\frac{4}{25}$;

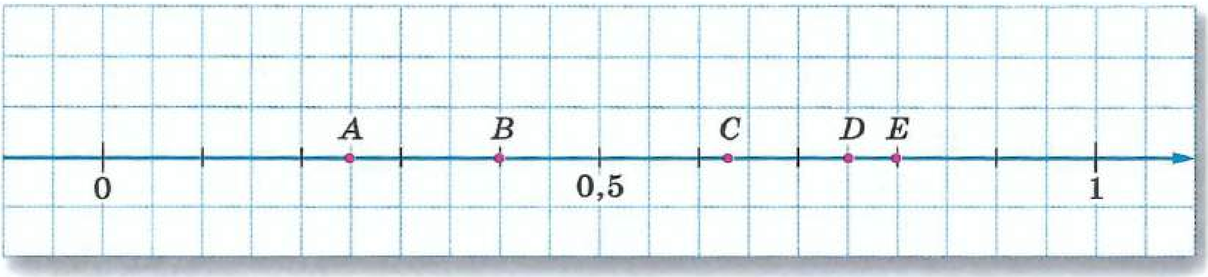
б) $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{20}$, $\frac{2}{25}$, $\frac{3}{50}$; г) $\frac{3}{2}$, $\frac{9}{4}$, $\frac{63}{20}$, $\frac{51}{25}$.

213 Унарлы вакланмалар рәвешендә языгыз:

а) $\frac{1}{8}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{8}$; б) $\frac{1}{200}$, $\frac{3}{200}$, $\frac{21}{200}$; в) $\frac{1}{125}$, $\frac{4}{125}$, $\frac{11}{125}$.

Ярдәм. Ваклаучылары 8, 125 һәм 200 булган вакланмалар 1000 ваклаучысына китерелә. Мәсәлән, $\frac{3}{125} = \frac{3 \cdot 8}{125 \cdot 8} = \frac{24}{1000} = 0{,}024$.

214 **Фикер йөртәбез** $\frac{2}{5}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$ саннарының һәрберсе өчен аңа тиңдәшле ноктасын күрсәт (рәс. 3.8).



Рәс. 3.8

215 Вакланманы кыскартыгыз һәм аны унарлы вакланма рәвешендә языгыз:

а) $\frac{9}{30}$; в) $\frac{21}{300}$; д) $\frac{12}{48}$; ж) $\frac{6}{15}$; и) $\frac{39}{15}$;

б) $\frac{36}{60}$; г) $\frac{22}{110}$; е) $\frac{9}{12}$; з) $\frac{27}{60}$; к) $\frac{81}{75}$.

216 **Фикер йөртәбез** $\frac{8}{24}$, $\frac{6}{24}$, $\frac{14}{35}$, $\frac{10}{35}$, $\frac{32}{48}$, $\frac{36}{48}$ вакланмаларының кайсыларын унарлы вакланма рәвешендә күрсәтергә мөмкин?

217 Вакытны башта сәгатьләрдә гади вакланма белән, аннары, мөмкин булса, унарлы вакланма рәвешендә күрсәтегез:

а) 30 мин; в) 24 мин; д) 10 мин; ж) 35 мин;

б) 6 мин; г) 15 мин; е) 20 мин; з) 42 мин.

218 Вакытны сәгатьләрдә билгеләгез һәм, мөмкин булса, җавапны унарлы вакланма рәвешендә языгыз:

а) 1 сәг 12 мин; в) 10 сәг 45 мин; д) 3 сәг 50 мин;

б) 2 сәг 30 мин; г) 1 сәг 40 мин; е) 2 сәг 48 мин.

Б

219 Фикер йөртәбез $\frac{7}{400}$ вакланмасын унарлы вакланма рәвешендә күрсәтергә мөмкин булуын, ә $\frac{7}{420}$ вакланмасын — мөмкин булмавын исбатлагыз.

220 Өлешне гади вакланма рәвешендә языгыз һәм, мөмкин булса, аны унарлы вакланмага әйләндерегез:

а) 15 : 2; в) 9 : 6; д) 12 : 18; ж) 33 : 6;
б) 23 : 5; г) 25 : 15; е) 9 : 12; з) 15 : 12.

221 Унарлы вакланманы гадигә әйләндереп, аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

а) $\frac{2}{3}+0,5$; в) $\frac{1}{3}\cdot 0,9$; д) $\frac{3}{16}\cdot 0,16$;
б) $0,6-\frac{2}{5}$; г) $0,4:\frac{2}{7}$; е) $\frac{9}{20}:0,03$.

К

222 Хуҗабикә килограммы 80 с. нан 2 кг алма сатып алган. Икенче көнне бу алмаларның бәясе 20% ка кимегән, һәм ул тагын 3 кг сатып алган. Кайсы очракта сатып алган товар кыйбатрак булган һәм ничә сумга?

223 Күрсәтегез:

а) метрларда: 3 м 65 см, 48 см, 205 см, 5 дм 4 см;
б) килограммнарда: 8 кг 350 г, 180 г, 4200 г;
в) сумнарда: 30 т., 10 с. 65 т., 150 т.

3.4 Унарлы вакланмаларны чагыштыру

Сез бер үк санның гади вакланма рәвешендә төрле ысуллар белән күрсәтелергә мөмкин булуын беләсез инде. Саннарны унарлы вакланма рәвешендә язганда да шул ук хәл күзәтелә. Мәсәлән, 0,3 һәм 0,30 унарлы вакланмалары бер үк санны аңлата.

Бу вакланмаларның һәрберсен гади вакланма рәвешендә языйк:

$$0,3=\frac{3}{10} \text{ һәм } 0,30=\frac{30}{100}.$$

Вакланманың төп үзлеге буенча $\frac{3}{10}=\frac{30}{100}$. Шуңа күрә $0,3=0,30$.

Нәкъ шулай ук, мәсәлән:

$1,5=1,50=1,500=1,5000$ дип күрсәтергә була.

$$0,30 = 0,3;\ 1,500 = 1,5,$$

тигезлекләренең дөрес булуы аңлашыла, ягъни унарлы вакланманың ахырында язылган нульләрне алып ташларга була.

Унарлы вакланманың уң ягына күпме булса да санда нульләр өстәп язганда, бу вакланмага тигез булган вакланма килеп чыга. Унарлы вакланмада соңгы цифрлар нульләр булса, аларны алып ташлап, бу вакланмага тигез булган вакланма табабыз.

Сез теләсә нинди натураль санны гади вакланма рәвешендә, өстәвенә күпме кадәр булса да ваклаучы белән күрсәтергә мөмкин булуын беләсез инде. Аерым алганда, ваклаучы булып 10 санының теләсә нинди дәрәҗәсе була ала. Мәсәлән,

$$7 = \frac{70}{10} = \frac{700}{100} = \frac{7000}{1000} = \dots .$$

Шуңа күрә теләсә нинди натураль санны өтердән соң күпме булса да санда нульләр өстәп язарга була:

$$7 = 7,0 = 7,00 = 7,000 = \dots .$$

Тигезлек дөресме:

а) 12,40 = 12,4; в) 1,03 = 1,30; д) 160 = 16;
б) 25 = 25,0; г) 1,500 = 1,50; е) 2,01 = 2,010000?

Санның уң ягына бер нуль, ике нуль, өч нуль һ. б. өстәп язалар. Бу сан ничек үзгәрер, әгәр ул:

а) натураль сан; б) унарлы вакланма булса?

Натураль саннар кебек, унарлы вакланмаларны разрядлары буенча чагыштыралар; һәм аның гади вакланмалардан өстенлеге шуннан гыйбарәт тә инде.

1 нче мисал. 2,7 һәм 3,1 унарлы вакланмаларын чагыштырыйк.

2 берәмлек 3 берәмлектән кечерәк булганлыктан, $2,7 < 3,1$. Координаталар турысында 2,7 санын сурәтләүче нокта сулдарак урнашкан (рәс. 3.9).

Рәс. 3.9

2 нче мисал. 1,8 һәм 1,42 унарлы вакланмаларын чагыштырыйк.

Бу вакланмаларның бөтен өлешләре бертөрле, ләкин унынчы өлеш разрядларында цифрлар аерыла: уннан 8 өлеш уннан 4 тән зуррак. Шуңа күрә $1,8 > 1,42$ (рәс. 3.10).

Рәс. 3.10

3 нче мисал. 2,5081 һәм 2,508 унарлы вакланмаларын чагыштырыйк.

Бу вакланмаларның бөтен өлешләре бертөрле, шулай ук өтердән соңгы беренче өч цифр тәңгәл килә. Ләкин беренче вакланманың өтердән соң дүртенче цифры да бар әле, шуңа күрә $2{,}5081 > 2{,}508$.

Болай фикер йөртергә дә була. Икенче вакланмага 0 цифрын өстәп, разрядлар санын тигезлибез. 2,5080 саны килеп чыга. Берәмлекләр, унынчы, йөзенче һәм меңенче өлешләр разрядларында цифрлар бертөрле, ә киләсе разрядта цифрлар төрле: беренче вакланмада 1 цифры, ә икенчесендә 0 цифры тора. Шуңа беренче вакланма зуррак.

- Дөрес тигезлек килеп чыксын өчен, бирелгән унарлы вакланмалар арасына нинди тамга куярга кирәк:

  а) 0,25 ... 0,35; б) 1,09 ... 1,08; в) 3,21 ... 3,25; г) 4,6 ... 4,56?
- Координаталар турысында кайсы санга уңдарак урнашкан нокта туры килә: 12,65 ме яки 12,56 мы?
- Контрмисал ярдәмендә мондый раслауны кире кагыгыз: ике унарлы вакланманың өтердән соң цифрлары күбрәк булганы зуррак.

Сез ике гади вакланманы һәм ике унарлы вакланманы чагыштыра аласыз. Ә ничек гади вакланма һәм унарлы вакланманы чагыштырырга, мәсәлән: $\frac{5}{6}$ һәм 0,6 ны? Бу очракта вакланманы күрсәтүнең нинди дә булса бер формасына күчәргә кирәк. $\frac{5}{6}$ вакланмасын унарлы вакланма рәвешендә язып булмый, шуңа күрә 0,6 санын гади вакланма рәвешендә белдерәбез: $0{,}6 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$. $\frac{5}{6} > \frac{3}{5}$ булганлыктан, $\frac{5}{6} > 0{,}6$.

- Бирелгән саннарны нинди вакланмаларда чагыштырырга була: гади, унарлы яки ике төрендә дә: а) $\frac{5}{7}$ һәм 0,6; б) $\frac{3}{8}$ һәм 0,38?

А

224 Бу саннар арасында тигез булганнары бармы? Булса, аларны күрсәтегез һәм тиешле тигезлекне языгыз.

а) 3,001,	б) 6,800,	в) 0,4,
3,010,	6,080,	0,40,
3,100,	6,880,	0,004,
3,1;	6,08;	0,400.

225 Әлеге унарлы вакланманы унарлы тамгалары иң аз санда булган вакланма белән алыштырыгыз:

а) 3,6000; в) 0,8700;

б) 70,0200; г) 0,00300.

226 Саннарны чагыштырыгыз:

а) 0,6 һәм 0,4; г) 2,55 һәм 2,65; ж) 1,99 һәм 10,9;
б) 0,2 һәм 0,1; д) 1,21 һәм 1,28; з) 7,0191 һәм 7,1;
в) 0,30 һәм 0,3; е) 4,75 һәм 4,05; и) 2,44 һәм 2,404.

227 Саннарны чагыштырыгыз:

а) 50,001 һәм 50,01; г) 7 һәм 6,99;
б) 17,183 һәм 17,09; д) 0,89 һәм 1,5;
в) 29,5 һәм 29,53; е) 0,00041 һәм 0,0005.

Фикер йөртәбез (228–230)

228 Бирелгән өч санның кайсысы иң зуры һәм кайсысы иң кечкенәсе:

а) 0,5; 0,6; 0,56; в) 0,016; 0,044; 0,031;
б) 3,215; 32,15; 0,3215; г) 2,601; 2,610; 2,061?

229 Саннарны үсү тәртибендә урнаштырыгыз:

а) 7,34; 7,4; 7,3; в) 2,356; 2,35; 2,36;
б) 10,2; 10,1; 10,16; г) 0,007; 0,008; 0,0073.

230 Саннарны кимү тәртибендә урнаштырыгыз:

а) 22,86; 23,01; 22,68; 21,99; в) 0,09; 0,111; 0,1; 0,091;
б) 0,93; 0,853; 0,914; 0,94; г) 3,099; 3,909; 3,99; 3,9009.

231 **Закончалыкны эзлибез** Саннар эзлеклелеге нинди закончалык буенча төзелгәнен табыгыз һәм алдагы ике санны языгыз; эзлеклелекнең буыннары ничек үзгәрүен – үсәләрме яки кимиләрме икәнен ачыклагыз:

а) 0,1; 0,02; 0,003; 0,0004; ... ;
б) 0,6; 0,56; 0,456; 0,3456; ... ;
в) 0,1; 0,11; 0,111; 0,1111; ... .

232 **Фикер йөртәбез** Түбәндәге саннар арасына кергән нинди дә булса өч унарлы вакланманы күрсәтегез:

а) 2,7 һәм 2,8; б) 0,8 һәм 0,9; в) 9,61 һәм 9,62; г) 0 һәм 0,0001.

233 Чагыштырыгыз:

а) $\frac{1}{3}$ һәм 0,5; в) 0,75 һәм $\frac{4}{5}$; д) $\frac{4}{9}$ һәм 0,4;
б) $\frac{1}{7}$ һәм 0,4; г) 0,25 һәм $\frac{1}{4}$; е) $\frac{1}{25}$ һәм 0,03.

234 Таблицада 2008 елда Пекинда уздырылган Олимпия уеннарында ике спорт төре буенча ярыш нәтиҗәләре китерелгән. Һәр очрак өчен, иң яхшысыннан башлап, нәтиҗәләр эзлеклелеген укыгыз.

1)

Диск ыргыту (ирләр)	
Ил	Нәтиҗә
Польша	67,82 м
Литва	67,79 м
Эстония	68,82 м

2)

400 м га йөгерү (хатын-кызлар)	
Ил	Нәтиҗә
АКШ	49,93 с
Бөекбритания	49,62 с
Ямайка	49,69 с

235 Таблицада 9 нчы сыйныф укучылары өчен 60 м га йөгерү (секундларда) нормативлары бирелгән:

	Малайлар			Кызлар		
Билге	5	4	3	5	4	3
Вакыт, с	8,5	9,2	10,0	9,4	10,0	10,5

Сорауларга җавап бирегез:

а) Бу дистанцияне 9,95 с та; 7,9 с та; 10,1 с та йөгереп узган малай нормативны үтәгәнме?

б) 60 м ны 9,95 с та; 7,9 с та; 10,1 с та йөгереп узган кыз нормативны үтәгәнме?

в) Бу дистанцияне 8,75 с та йөгереп узган малай; бу дистанцияне 10,15 с та йөгереп узган кыз нинди билге алган?

Б

Фикер йөртәбез (236–237)

236 Табылган тигезсезлек дөрес булсын өчен, йолдызчык урынына нинди цифрлар куярга була:

а) 0,488 < 0,4*8; в) 3,07 < 3,0*;

б) 1*,93 < 11,93; г) 6,*9 < 6,38?

237 Саннарны үсә бару тәртибендә урнаштырыгыз:

а) $\frac{3}{4}$; $\frac{37}{50}$; 0,7; б) 0,13; $\frac{29}{200}$; 0,125.

238 **Сынап карыйбыз** 6,73401852 унарлы вакланмасы бирелгән. Вакланма: а) артырлык итеп; б) кимерлек итеп, өтердән соң бер цифрны сызып ташлагыз. Һәр очрак өчен барлык чишелешләрне күрсәтегез.

239 Тикшерәбез Куелган сорауга җавап бирер алдыннан, саннар белән сынаулар үткәрегез.

а) «Озын койрыклы» унарлы вакланмада ике соңгы цифрны сызып ташлаганнар. Унарлы вакланма ничек үзгәргән?

б) Унарлы вакланмада өтердән соңгы цифрлар арасында нуль бар, өстәвенә ул бер генә. Аны сызып ташлаганнар. Табылган санны баштагысы белән чагыштырыгыз.

К

240 Кибеттә товарларны сатып бетерү вакытында барлык товарлар 15% ка киметеп сатылган. Товар башта 300 с.; 2200 с. булса, киметеп сату вакытында аның бәясе күпме булган?

241 *N* шәһәрендә көз көне помидор килограммы 60 с. нан сатылган. Кыш көне аның бәясе 50–100% ка арткан. Кыш көне помидорлар ничә сум тора башлаган? (Бәя диапазонын күрсәтегез.)

242 Вакланманы унарлы вакланма рәвешендә күрсәтегез:

а) $\frac{3}{500}$; б) $\frac{7}{250}$; в) $\frac{9}{200}$.

243 а) Унарлы вакланма белән белдерегез: $\frac{1}{2}$ кг, $\frac{3}{4}$ кг, $\frac{2}{5}$ кг, $\frac{5}{8}$ кг.

б) Гади вакланма белән белдерегез: 0,2 кг, 0,6 кг, 0,25 кг, 0,375 кг.

244 50° лы почмак ясап кисешүче a һәм b турылары төзегез. a турысына параллель булган нинди дә булса турыны һәм b турысына параллель булган турыны үткәрегез. Турыларның кисешү нокталары түбәләре булган очракта дүртпочмак почмакларының зурлыклары күпмегә тигез булуын ачыклагыз.

Сез нәрсәгә өйрәндегез

Мәҗбүри белем күнекмәләре

Унарлы вакланмаларны укый беләм.

1. Дүрт унарлы тамгасы булган нинди дә булса унарлы вакланманы языгыз һәм аны укыгыз.

Координаталар турысында унарлы вакланмаларны нокталар белән сурәтли алам.

2. Саннарны координаталар турысында нокталар белән билгеләгез: а) 0,4; б) 1,2; в) 0,85.

Унарлы вакланмадан гади вакланмага күчә алам һәм киресенчә.

3. 1) Гади вакланма рәвешендә күрсәтегез: а) 0,7; б) 1,23; в) 0,085.

2) Унарлы вакланма рәвешендә языгыз: а) $\frac{27}{100}$; б) $4\frac{39}{1000}$; в) $\frac{305}{100}$.

Нинди гади вакланманы унарлы вакланма рәвешендә күрсәтеп була, ә ниндиен юк икәнен беләм.

4. Мөмкин булган саннарны унарлы вакланма рәвешендә күрсәтегез:

$$\frac{1}{2};\ \frac{1}{3};\ \frac{3}{4};\ \frac{2}{5};\ \frac{5}{6};\ \frac{1}{8};\ \frac{3}{20};\ \frac{4}{25};\ \frac{1}{30};\ \frac{7}{50}.$$

Унарлы вакланмаларны чагыштыра, берничә унарлы вакланманы тәртип буенча яза алам.

5. Саннарны чагыштырыгыз:
а) 1,001 һәм 0,999;
б) 8,54 һәм 8,455;
в) 0,305 һәм 0,3050.

6. Унарлы вакланмаларны үсә бару тәртибендә языгыз: 0,28; 0,218; 0,281.

Унарлы һәм гади вакланманы чагыштыра алам.

7. Саннарны чагыштырыгыз:
а) 0,2 һәм $\frac{1}{3}$; б) $\frac{1}{4}$ һәм 0,3.

Зурлыкларның кыйммәтен унарлы вакланмалар белән күрсәтә алам.

8. Күрсәтегез:
а) 6 м 37 см ны метрларда;
б) 150 м ны километрларда;
в) 1040 г ны килограммнарда.

9. Күрсәтегез:
а) 3,8 см ны сантиметрларда һәм миллиметрларда;
б) 4,05 кг ны килограммнарда һәм граммнарда.

Тагын башка биремнәрне дә башкара алам (берничә номер китерегез).

4 нче БҮЛЕК

Унарлы вакланмалар белән гамәлләр

Унарлы вакланмалар белән гамәлләрнең натураль саннар белән гамәлләрдән бөтенләй диярлек аерылмавы унарлы вакланмаларны язуның төп өстенлеге, — нәтиҗәдә өтерне генә дөрес куярга өйрәнергә кирәк.

4.1 Унарлы вакланмаларны кушу һәм алу

3,44 һәм 7,28 унарлы вакланмаларының суммасын табарга кирәк булсын, ди. Моны вакланмаларны гади вакланма рәвешендә күрсәтеп эшләргә була. Унарлы вакланмаларның һәрберсендә өтердән соң ике цифр, шуңа күрә гади вакланмаларны бер үк ваклаучы белән кушарга туры киләчәк. Ул ваклаучы — 100.

$$3{,}44 + 7{,}28 = 3\,\frac{44}{100} + 7\,\frac{28}{100} = \frac{344}{100} + \frac{728}{100} = \frac{344 + 728}{100} =$$

$$= \frac{1072}{100} = 10\,\frac{72}{100} = 10{,}72.$$

Күрәсез, исәпләү фактта 344 һәм 728 натураль саннарын кушуга кайтып калды, ә ул 3,44 һәм 7,28 унарлы вакланмаларыннан өтерләрне алып ташлаганда килеп чыга. Ә суммада, кушылучыларның һәрберсендә булган кадәр, өтердән соң ике цифр килеп чыкты.

$$\begin{array}{r} +\;3{,}44 \\ 7{,}28 \\ \hline 10{,}72 \end{array}$$

Шуңа күрә бу унарлы вакланмаларны, кушу өчен, гади вакланмага әйләндерергә кирәкми. Натураль саннарны баганалап кушкандагыча, кушылучыларның берсе астына икенчесен, разряд астына разряд язып кушалар.

$$\begin{array}{r} +\;3{,}50 \\ 12{,}74 \\ \hline 16{,}24 \end{array}$$

Ә өтердән соң цифрлар саны төрлечә булган 3,5 һәм 12,74 вакланмаларының суммасын ничек табарга? Бу очракны алдагысына китерергә мөмкин булуы җиңел аңлашыла: моның өчен унарлы тамгалар санын тигезләргә, 3,5 вакланмасына уң яктан нульне өстәп язарга кирәк.

$$\begin{array}{r} -\;24{,}700 \\ 6{,}835 \\ \hline 17{,}865 \end{array}$$

Унарлы вакланмаларны шулай ук баганалап алырга була. 24,7 – 6,835 аермасы ничек исәпләнгән, тикшерегез.

Унарлы вакланмаларның суммасын (аермасын) табу өчен, болай эшләргә мөмкин:
- **вакланмаларны баганалап язарга — разрядны разряд астына, ә өтерне өтер астына;**
- **вакланмаларның унарлы тамгалары саны төрлечә булса, уң яктан нульләр өстәп, аларның санын тигезләргә;**
- **өтерләргә игътибар итмичә, гамәлне башкарырга;**
- **нәтиҗәдә (җавапта) өтерне бирелгән вакланмалардагы өтер астына куярга.**

Өстәмә нульләрне өстәп язмаска да мөмкин булуын искәрик, ләкин аларның «буш» урыннарда торуын онытмаска кирәк.

□ 7,85 һәм 0,534 саннарының суммасын һәм аермасын исәпләү мисалында унарлы вакланмаларны ничек кушарга һәм ничек алырга кирәклекне аңлатыгыз.

Гади һәм унарлы вакланманы кушу өчен, аларны бер үк рәвешкә китерергә — гади вакланманы унарлы вакланмага яки унарлыны гадигә әйләндерергә кирәк.

Мәсәлән, $\frac{1}{20}+1,37$ суммасын болай исәпләргә мөмкин:

$$\frac{1}{20}+1,37=0,05+1,37=1,42.$$

Яки болай:

$$\frac{1}{20}+1,37=\frac{1}{20}+1\frac{37}{100}=1\frac{5+37}{100}=1,42.$$

$\frac{1}{6}$ һәм 0,6 вакланмаларының суммасын бер ысул белән генә исәпләргә була, чөнки $\frac{1}{6}$ вакланмасы унарлыга әйләнми:

$$\frac{1}{6}+0,6=\frac{1}{6}+\frac{3}{5}=\frac{5+18}{30}=\frac{23}{30}.$$

□ Гамәлләрне ничек башкарырга икәнен аңлатыгыз: $\frac{1}{4}+0,19$; $3,2-\frac{1}{7}$.

A

Кагыйдә буенча эшлибез (245—246)

245 Сумманы табыгыз:

а) 2,57 + 4,62; в) 0,315 + 0,026; д) 2,56 + 2,73;
б) 1,18 + 3,22; г) 0,004 + 1,326; е) 1,911 + 0,099.

246 Исәпләгез:

а) 12,9 + 6,31; г) 104,2 + 6,77; ж) 123,6 + 1,234;
б) 0,82 + 1,5; д) 7,356 + 22,54; з) 10,84 + 5,5;
в) 4,7 + 0,63; е) 0,033 + 15,37; и) 2,11 + 0,099.

247 1) Унарлы вакланма разряд кушылучылары суммасы рәвешендә күрсәтелгән. Аны языгыз:

а) $0{,}5+0{,}07+0{,}002$; б) $3+0{,}01+0{,}0009$; в) $0{,}3+0{,}008+0{,}0001$.

2) Унарлы вакланманы разряд кушылучылары суммасы рәвешендә күрсәтегез:

а) 1,358; б) 0,2067; в) 25,05; г) 0,07509.

248 Кагыйдә буенча эшлибез Алуны башкарыгыз:

а) $0{,}438-0{,}212$; в) $0{,}461-0{,}181$; д) $0{,}202-0{,}111$;
б) $3{,}43-0{,}26$; г) $5{,}17-2{,}86$; е) $3{,}25-2{,}45$.

249 Фикер йөртәбез Камил, алуны башкарганда, өтерне куярга оныткан. Аны төзәтегез:

$28{,}01-9{,}55=1846$; $50{,}666-43{,}366=7300$.

250 Исәпләгез:

а) $96{,}637-7{,}63$; г) $13{,}6-13{,}46$; ж) $7{,}08-4{,}125$;
б) $8{,}405-0{,}23$; д) $18{,}8-13{,}51$; з) $20{,}4-5{,}31$;
в) $10{,}3-5{,}42$; е) $94{,}3-5{,}15$; и) $80{,}1-78{,}6$.

251 Аерманы табыгыз:

а) $126-38{,}7$; б) $82-20{,}16$; в) $51-23{,}04$; г) $112-72{,}92$.

252 Закончалык эзлибез Саннар эзлеклелеге кайсы кагыйдә буенча төзелгән? Киләсе өч санны языгыз һәм язылган барлык алты санның суммасын табыгыз:

а) 2,1; 2,3; 2,5; ...; б) 2,6; 2,3; 2,0; ....

253 Гамәлләрне башкарыгыз:

а) $(23{,}437+7{,}9)-(1{,}41-0{,}53)$; в) $55{,}28+6{,}438-(8{,}6+0{,}738)$;
б) $50-(4{,}123+5{,}68+31{,}7)$; г) $100{,}6-(47{,}84+26{,}3)-9{,}208$.

254 Билгесез санны табыгыз:

а) $a+2{,}37=9{,}24$; б) $a-7{,}18=14{,}2$; в) $10-x=0{,}99$.

255 Унарлы вакланманы гади вакланмага әйләндереп исәпләгез:

а) $0{,}5+\frac{1}{3}$; в) $\frac{1}{12}+0{,}25$; д) $\frac{2}{3}+0{,}8$;
б) $0{,}2-\frac{1}{7}$; г) $\frac{5}{6}-0{,}1$; е) $0{,}4-\frac{1}{6}$.

256 Гади вакланманы унарлы вакланмага әйләндереп исәпләгез:

а) $2{,}82+\frac{2}{5}$; в) $2{,}71-\frac{3}{5}$; д) $\frac{1}{25}+1{,}27$;
б) $\frac{1}{4}+3{,}78$; г) $1\frac{1}{2}-1{,}33$; е) $1{,}78-\frac{3}{4}$.

257 а) Бер банкада 5,2 кг буяу бар, икенчесендә 1,6 кг га күбрәк. Ике банкада барлыгы ничә килограмм буяу булыр?

б) Көчек 2,3 кг авырлыкта, ә песи баласы аннан 1,8 кг га кимрәк. Алар бергә нинди авырлыкта булыр?

258 а) Кувшинда сөт бидондагыга караганда 2,7 л га, чиләктәгегә караганда 1,5 л га кимрәк. Кувшинда 1,25 л сөт булса, барлыгы күпме сөт булган?

б) Өчпочмакның бер ягы 11,5 см. Ул икенче ягыннан 0,6 см га кимрәк һәм өченче ягыннан 0,9 см га зуррак. Өчпочмакның периметры күпмегә тигез?

259 а) Бабасы оныгы белән 18,5 кг алма җыйганнар. Бабайның тартмасындагы алма оныгыныкына караганда 2,5 кг га күбрәк. Һәрберсенең тартмасында ничә килограмм алма бар?

б) Ике канистрда 15,4 л бензин булган. Бер канистрда икенчесенә караганда 3,4 л га бензин кимрәк булган. Һәр канистрда ничә литр бензин булган?

260 1 л, 2 л, 3 л һәм 4 л сыйдырышлы бидоннар бар. Ике банкадагы сөтне, әгәр аларда түбәндәге кадәр сөт булса, нинди бидоннарга салырга була?

а) 0,95 л һәм 0,85 л; б) 1,85 л һәм 1,75 л?

261 Бер посылка авырлыгы 8 кг нан артмаска тиеш. Бер посылкага массасы түбәндәгечә булган әйбер салып булырмы:

а) 2,5 кг, 3,7 кг һәм 2,4 кг; б) 1,7 кг, 0,5 кг һәм 5,6 кг?

262 Елга агымының тизлеге 3,2 км/сәг.

а) көймәнең үз тизлеге 12,5 км/сәг булса, аның агым уңаена һәм агымга каршы тизлеген;

б) көймәнең агымга каршы тизлеге 7,2 км/сәг булса, аның үз тизлеген һәм агым уңаена тизлеген;

в) көймәнең агым уңаена тизлеге 14,2 км/сәг булса, аның үз тизлеген һәм агымга каршы тизлеген табыгыз.

Б

263 Фикер йөртәбез Кушу үзлеген кулланып, сумманы исәпләгез:

а) 1,2 + 2,3 + 3,4 + 4,5 + 5,6 + 6,7 + 7,8;

б) 2,3 + 3,4 + 4,5 + 5,6 + 6,7 + 7,8 + 8,5 + 9,2;

в) 1,7 + 3,3 + 7,72 + 3,28 + 1,11 + 8,89;

г) 18,8 + 19 + 12,2 + 11,4 + 0,6 + 11.

264 Чишү ысулын тикшерәбез

1) 15,6 һәм 8,8 саннарының аермасын исәпләү өчен, киметүче түгәрәк сан булырлык итеп, аның рәвешен үзгәртәбез. Моның өчен киметүчегә 1,2 не кушабыз, аерма кимемәсен өчен, кимүчегә 1,2 не кушабыз. Табабыз:

$$15{,}6 - 8{,}8 = (15{,}6 + 1{,}2) - (8{,}8 + 1{,}2) = 16{,}8 - 10 = 6{,}8.$$

2) Тикшерелгән алымнан файдаланып исәпләгез:

а) 71,2 – 59,5; в) 250 – 199,8;

б) 45,3 – 9,6; г) 300 – 49,89.

265 **Закончалыкны эзлибез**

1) Суммаларны исәпләгез:

$0{,}1 + 0{,}2 + 0{,}3 + \ldots + 0{,}9;$

$0{,}01 + 0{,}02 + 0{,}03 + \ldots + 0{,}09;$

$0{,}001 + 0{,}002 + 0{,}003 + \ldots + 0{,}009.$

2) Алдагы сумманы языгыз. Аның кыйммәте күпмегә тигез булуын чамалап белегез, һәм аны исәпләп тикшерегез.

3) Кушуны башкармыйча гына, сумманың кыйммәтен табыгыз:

$0{,}000001 + 0{,}000002 + 0{,}000003 + \ldots + 0{,}000009.$

266 **Фикер йөртәбез** Вакланмаларны кушмыйча гына, сумманы 10 саны белән чагыштырыгыз:

а) $4{,}79 + 4{,}538;$ в) $2{,}901 + 2{,}809 + 2{,}999;$

б) $6{,}124 + 4{,}001;$ г) $4{,}356 + 3{,}05 + 3{,}204.$

Үрнәк. $8{,}65 + 0{,}936 < 9 + 1 = 10;$ $7{,}031 + 3{,}28 > 7 + 3 = 10.$

267 Авыллар арасы 15 км. Туристлар беренче сәгатьтә 5,2 км, икенче сәгатьтә – 0,5 км га кимрәк, ә өченчесендә икенче сәгатьтә үткәнгә караганда 0,9 км га кимрәк юл узганнар. Аларга ничә километр үтәсе калган?

268 Беренче кыр икенчесеннән 3,2 гектарга кимрәк, ә өченче кыр икенчесеннән 4,8 гектарга зуррак. Өченче кыр беренчесеннән ничә гектарга зуррак?

269 Тутый кош, кенәри һәм купшыл (щёгол) бергә 45,6 г орлык чүпләгәннәр. Тутый кош һәм кенәри бергә 29,9 г чүпләгән, ә кенәри һәм купшыл — 25,1 г. Һәр кош ничә грамм орлык чүпләгән?

К

270 Вакланмаларны, мөмкин булса, унарлы вакланма рәвешендә күрсәтегез: $\frac{4}{5}$; $\frac{3}{75}$; $\frac{7}{20}$; $\frac{14}{21}$; $\frac{3}{4}$.

271 Белдерегез: а) 375 см, 80 см, 9 см ны метрларда; б) 1,455 кг, 2,5 кг, 0,6 кг ны граммнарда.

272 а) Кибеттә 220 кг җир җиләге булган. Барлык җиләкнең $\frac{7}{10}$ сен сатканнар. Ничә килограмм җиләк сатылмыйча калган?

б) Төшкә кадәр киоскта 75 газета сатканнар, һәм сатарга китерелгән барлык газетаның $\frac{2}{5}$ се калган. Киоскка барлыгы ничә газета китергәннәр?

в) 28 көн 70 көннең күпме өлешен тәшкил итә?

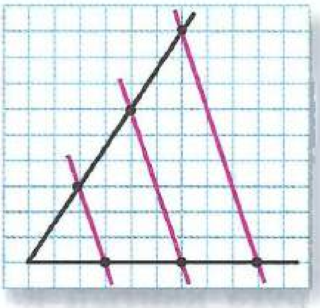
273 4.1 рәсеменең копиясен план буенча төшерегез:

1) почмакны сызыгыз;

2) тигез кисемтәләрне башта почмакның беренче ягында, аннары икенчесендә билгеләгез;

3) нокталарның һәр пары аша турылар үткәрегез. Төзелгән турылар турында нәрсә әйтә аласыз?

Почмакның зурлыгын һәм кисемтәләрнең озынлыгын үзегез теләгәнчә алып, тагын бер рәсем ясагыз.



Рәс. 4.1

4.2 Унарлы вакланманы 10, 100, 1000, ... га тапкырлау һәм бүлү

Натураль саннарны 10, 100, 1000 һ. б. га тапкырлау һәм бүлү нульләрне аларның тиңдәшле саны кадәр өстәп язуга яки алып ташлауга китерә. Мәсәлән: $23 \cdot 1000 = 23\,000$; $48\,650 : 10 = 4865$. Ә инде унарлы вакланманы «нульле берәмлекләргә» тапкырлау һәм бүлү өтерне күчерүгә китерә.

6,735 унарлы вакланмасын 10, 100, 1000 һ. б. га тапкырлыйбыз.

$$6{,}735 \cdot 10 = \frac{6735}{1000} \cdot \frac{10}{1} = \frac{6735}{100} = 67\frac{35}{100} = 67{,}35;$$

$$6{,}735 \cdot 100 = \frac{6735}{1000} \cdot \frac{100}{1} = \frac{6735}{10} = 673\frac{5}{10} = 673{,}5;$$

$$6{,}735 \cdot 1000 = \frac{6735}{1000} \cdot \frac{1000}{1} = 6735.$$

Тапкырлау нәтиҗәсендә баштагы вакланмада өтернең урыны үзгәргәнен күрәсез: 10 га тапкырлаганда, ул 1 тамгага уңга күчә, 100 гә тапкырлаганда — 2 тамгага, 1000 гә тапкырлаганда — 3 тамгага. Моннан шундый кагыйдә чыга:

Унарлы вакланманы 10, 100, 1000 һ. б. га тапкырлау өчен, бу вакланмадагы өтерне тапкырлаучыдагы нульләр саны кадәр тамгага уңга күчерергә кирәк.

Игътибар итегез: 6,735 не 1000 гә тапкырлаганда өтерсез сан таптык, чөнки 6,735 вакланмасына нәкъ 3 унарлы тамга керә. Алдагы кагыйдәдән файдаланып, 6,735 унарлы вакланмасын 10 санының башка дәрәҗәләренә, ягъни 10 000 гә, 100 000 гә һ. б. га тапкырлауны ничек дәвам итәргә?

Исегезгә төшерегез: унарлы вакланманың уң ягына нульләрне теләсә никадәр санда өстәп язарга була — бу вакытта бирелгәнгә тигез вакланма килеп чыга. Шуңа күрә өтерне күпме кирәк, шуның кадәр күчерү мөмкинлеге бар. Шулай итеп, кагыйдә буенча табабыз:

$$6{,}735 \cdot 10\,000 = 6{,}7350 \cdot 10\,000 = 67\,350;$$

$$6{,}735 \cdot 100\,000 = 6{,}73500 \cdot 100\,000 = 673\,500.$$

Унарлы вакланманы «нульле берәмлеккә» нинди кагыйдә буенча тапкырлыйлар? Исәпләгез: а) 4,321 · 100; б) 7,3 · 1000; в) 0,075 · 100.

Унарлы вакланманы 10, 100 һ. б. га бүлү шулай ук өтерне күчерүгә кайтып кала, ләкин бу очракта сулга күчерәләр. 851,3 санын алыйк, ди:

$$851{,}3 : 10 = \frac{8513}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{8513}{100} = 85\frac{13}{100} = 85{,}13;$$

$$851{,}3 : 100 = \frac{8513}{10} \cdot \frac{1}{100} = \frac{8513}{1000} = 8\frac{513}{1000} = 8{,}513.$$

Унарлы вакланманы 10, 100, 1000 һ. б. га бүлү өчен, бу вакланмада бүлүчедә ничә нуль бар, өтерне шулкадәр сулга күчерергә кирәк.

Хәзер 851,3 вакланмасын 10 000 гә бүлеп карыйк. Кагыйдә буенча, өтерне 4 тамгага сулга күчерергә кирәк, ләкин безнең вакланмада өтер алдында бары 3 тамга гына. Шуңа күрә өлешне гади вакланмага әйләндереп табабыз:

$$851{,}3 : 10\,000 = \frac{8513}{10} \cdot \frac{1}{10\,000} = \frac{8513}{100\,000} = 0{,}08513.$$

Теләсә нинди очракта 10, 100, 1000 һ. б. саннарга бүлү нәтиҗәсен өтерне күчерү ярдәмендә табу алымы белән килеп чыккан җавап күрсәтә. Унарлы вакланмага сул яктан ярдәмче нульләрне өстәргә кирәк. Мәсәлән:

$$851{,}3 : 10\,000 = 00851{,}3 : 10\,000 = 0{,}08513.$$

Унарлы вакланманы «нульле берәмлеккә» нинди кагыйдә буенча бүләләр? Исәпләгез: а) 850,4 : 100; б) 3,65 : 1000; в) 0,42 : 10.

Үлчәүләрнең метрик системасында берәмлекләр 10, 100, 1000 тапкырга аерылганлыктан, үлчәүнең бер берәмлегеннән икенчесенә күчү 10 ның дәрәҗәсенә тапкырлау һәм бүлү ярдәмендә башкарыла.

1 нче мисал. 2,7 кг ны граммнарда күрсәтик.

1 кг = 1000 г булганлыктан, килограммнардан граммнарга, ягъни *вак* берәмлеккә күчү өчен, 2,7 не 1000 гә тапкырларга кирәк:

2,7 кг = 2,7 · 1000 (г) = 2700 г.

2 нче мисал. 175 см ны метрларда күрсәтик.

1 м = 100 см булганлыктан, сантиметрлардан метрларга, ягъни *эрерәк* берәмлеккә күчү өчен, 175 не 100 гә бүләргә кирәк:

175 см = 175 : 100 (м) = 1,75 м.

Массаны килограммнарда ничек күрсәтергә, аңлатыгыз: а) 7,5 т; б) 370 г.

А

274 Кагыйдә буенча эшлибез Тапкырлауны башкарыгыз:

а) $15,47 \cdot 10$, $913,134 \cdot 100$, $4,8 \cdot 1000$;
б) $0,75 \cdot 10$, $10,28 \cdot 100$, $3,7 \cdot 1000$;
в) $13,003 \cdot 10$, $0,0045 \cdot 100$, $16,14 \cdot 1000$;
г) $0,01 \cdot 10$, $70,36 \cdot 100$, $0,0018 \cdot 1000$.

275 Натураль сан рәвешендә күрсәтегез:

а) 1,5 мең; г) 2,5 млн; ж) 7,5 млрд;
б) 40,7 мең; д) 10,2 млн; з) 12,55 млрд;
в) 0,6 мең; е) 0,9 млн; и) 0,785 млрд.

276 Чишү ысулын тикшерәбез

1) Тапкырлауның оештыру үзлеге ярдәмендә $12,3 \cdot 20$ тапкырчыгышының ничек исәпләнгәнен тикшерегез:

$$12,3 \cdot 20 = 12,3 \cdot (10 \cdot 2) = (12,3 \cdot 10) \cdot 2 = 123 \cdot 2 = 246.$$

2) Бу ысулдан файдаланып исәпләгез:

а) $1,8 \cdot 30$; б) $21,5 \cdot 20$; в) $3,05 \cdot 300$.

277 Кагыйдә буенча эшлибез Бүлүне башкарыгыз:

а) $27,13 : 10$, $210,36 : 100$, $45,56 : 1000$;
б) $104,85 : 10$, $38,5 : 100$, $562,7 : 1000$;
в) $9,28 : 10$, $104,7 : 100$, $36,128 : 1000$;
г) $0,36 : 10$, $4,931 : 100$, $900,5 : 1000$.

278 а) 0,2; 1,112; 13,0247; 34,05 саннарының һәрберсен 10 тапкырга, 100 тапкырга, 1000 тапкырга арттырыгыз.

б) 2500; 1555,01; 4,45; 0,6 саннарының һәрберсен 10 тапкырга, 100 тапкырга, 1000 тапкырга киметегез.

279 Күрсәтегез:

а) 23 км, 5,127 км, 0,027 км, 0,35 км, 0,4 км ны метрларда;
б) 16 см, 10,5 см, 0,3 см, 1,7 см, 0,4 см ны миллиметрларда;
в) 0,356 л, 0,012 л, 1,25 л, 0,1 л, 0,8 л ны миллилитрларда.

280 Күрсәтегез:

а) 526 см, 48 см, 20 см, 7,6 см, 5 см ны метрларда;
б) 3000 мг, 25,6 мг, 15 мг, 4 мг ны граммнарда;
в) 2560 мл, 350 мл, 2,8 мл, 0,05 мл ны литрларда.

281 а) 20 компьютер өчен 484,5 мең с. түләгәннәр. 200 компьютер өчен күпме түләргә кирәк?

б) 100 кер юу машинасы өчен 1,26 млн с. түләгәннәр. 10 кер юу машинасы өчен күпме түләргә кирәк?

Б

282 Нәтиҗәдә түбәндәге саннар килеп чыксын өчен, 25,6 санын нинди санга тапкырларга яки бүләргә кирәк:

а) 25 600; б) 2,56; в) 0,0256; г) 256?

Фикер йөртәбез (283—284)

283 Тагын өч сан язып, 1100, 110, 11, ... эзлеклелеген дәвам итегез. Унынчы урында нинди унарлы вакланма язылырга тиеш?

284 Унарлы вакланмада өтернең урыны ничек үзгәрер, әгәр:

а) 1000 тапкырга һәм тагын 10 тапкырга киметкәч;

б) 10 тапкырга киметкәч, аннары 1000 тапкырга арттыргач?

Һәр очрак өчен мисаллар китерегез.

285 **Тикшерәбез** Унарлы вакланманы 0,1; 0,01; 0,001; ... гә тапкырлауны шулай ук өтерне күчерү ярдәмендә башкарырга була.

1) 32,5 вакланмасын 0,1 гә тапкырлау ничек башкарылганын тикшерегез:

$$\underline{32{,}5 \cdot 0{,}1} = 32{,}5 \cdot \frac{1}{10} = \frac{32{,}5}{10} = \underline{3{,}25}.$$

Нәтиҗә ясагыз: 32,5 · 0,1 тапкырчыгышын өтерне күчерү ярдәмендә ничек табарга була?

2) Унарлы вакланманы 0,1; 0,01; 0,001 һ. б. га тапкырлау кагыйдәсен әйтегез.

3) Табыгыз: а) 23,6 · 0,1; б) 37,05 · 0,01; в) 540 000 · 0,001.

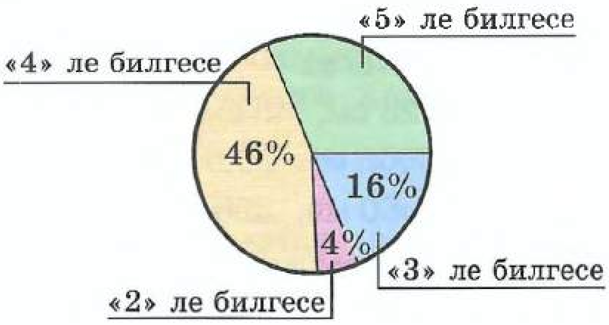
К

286 $\frac{6}{25} - 0{,}01$; $\frac{3}{4} + 0{,}9$; $\frac{2}{3} - 0{,}4$; $\frac{7}{10} + \frac{2}{5}$ аңлатмаларының кайсын гади вакланма белән генә исәпләргә була? Аның кыйммәте күпмегә тигез?

287 Диаграммада (рәс. 4.2) алтынчы сыйныф укучыларының математикадан контроль эш нәтиҗәләре күрсәтелгән.

1) Укучыларның ничә проценты «5» ле билгесе алган?

2) Мәктәптә барлыгы 50 алтынчы сыйныф укучысы булса, «4» ле билгесен ничә укучы алган?

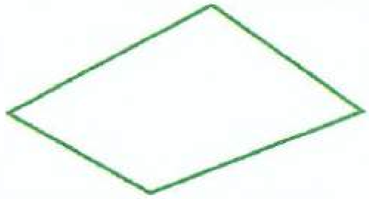


Рәс. 4.2

288 а) Бер пакетта 1,85 кг он, икенчесендә 0,5 кг га күбрәк. Ике пакетта күпме он булыр? Җавапны килограммнарда һәм граммнарда белдерегез.

б) Бригада беренче көнне 1,5 км юл ремонтлаган, икенче көнне — 0,35 км га кимрәк. Ремонтланган юл участогының озынлыгы күпме булыр? Җавапны километрларда һәм метрларда белдерегез.

289 Дүртпочмак якларының озынлыгын үлчәгез (рәс. 4.3). Аны сантиметрларда белдерегез һәм бу дүртпочмакның периметрын табыгыз.



Рәс. 4.3

4.3 Унарлы вакланмаларны тапкырлау

Унарлы вакланмаларны тапкырлау, кушу кебек үк, натураль саннар ярдәмендә башкарыла. Ләкин тапкырлаганда, өтернең урыны, кушкандагыга караганда, башкачарак билгеләнә.

3,76 һәм 2,4 саннарын гади вакланмаларга әйләндереп тапкырлыйк.

$$3{,}76 \cdot 2{,}4 = \frac{376}{100} \cdot \frac{24}{10} = \frac{376 \cdot 24}{1000} = \frac{9024}{1000} = 9{,}024.$$

Биредә безгә 376 һәм 24 натураль саннарын тапкырларга туры килде, алар бирелгән унарлы вакланмалардан өтерләрне алып ташлаганда килеп чыга. Беренче тапкырлаучыда өтердән соң — ике цифр, икенчесендә — бер, ә тапкырчыгышта өтердән соң өч цифр булып чыкты. Шулай итеп, тапкырлаучыларда бергә ничә булса, тапкырчыгышта унарлы тамгалар шулкадәр була.

Ике унарлы вакланманың тапкырчыгышын табу өчен:
- **тапкырлаучылардагы өтерләргә игътибар итмичә, натураль саннарны тапкырларга;**
- **табылган тапкырчыгышта уң яктан, ике тапкырлаучыда бергә ничә унарлы тамга булса, шулкадәрле цифрны өтер белән аерырга.**

Унарлы вакланмаларны баганалап тапкырлаганда, аларны, өтерләргә игътибар итмичә, натураль саннар кебек берсе астына икенчесен язалар.

1 нче мисал. 0,215 һәм 0,33 саннарының тапкырчыгышын табыйк.

215 һәм 33 саннарын тапкырлап, тапкырчыгышта без 7095 санын таптык. Аннары бу тапкырчыгышта уң яктан 5 цифрны өтер белән аердык (моның өчен сул якка нульләр өстәп язарга туры килде).

×	0,215
	0,33
	645
+	645
	0,07095

Шулай итеп, $0{,}215 \cdot 0{,}33 = 0{,}07095$.

Бер тапкырлаучысы натураль сан булганда да, шуңа охшаш кагыйдә кулланыла: тапкырчыгышта өтер белән унарлы вакланма булган тапкырлаучыда ничә цифр булса, шулкадәр унарлы тамганы аералар.

2 нче мисал. 0,235 һәм 120 саннарының тапкырчыгышын табыйк.

235 санын 120 гә тапкырлап, тапкырчыгышта 28 200 санын таптык. Уң яктан өч цифрны өтер белән аерып, 28,200 унарлы вакланмасын, ягъни 28,2 не таптык. Шулай итеп, $0{,}235 \cdot 120 = 28{,}2$.

```
×0,235
   120
+ 470
 235
 28,200
```

Унарлы вакланмалар; унарлы вакланма һәм натураль сан тапкырчыгышында өтерне ничек билгелиләр? Мисаллар китерегез.

Унарлы һәм гади вакланманы тапкырлау өчен, иң элек аларны бер рәвешкә китерергә кирәк. Шуннан соң гади вакланмаларны тапкырлау яки унарлы вакланмаларны тапкырлау кагыйдәсеннән файдаланырга була.

3 нче мисал. $\frac{5}{6} \cdot 0{,}27$ тапкырчыгышын табыйк.

$\frac{5}{6}$ вакланмасын унарлыга әйләндереп булмый, шуңа күрә 0,27 не гади вакланма рәвешендә язабыз. Табабыз: $\frac{5}{6} \cdot \frac{27}{100} = \frac{9}{40}$.

4 нче мисал. $1{,}75 \cdot \frac{2}{5}$ тапкырчыгышын табабыз.

$\frac{2}{5}$ вакланмасын унарлы рәвештә күрсәтергә була: $\frac{2}{5} = 0{,}4$. Шуңа күрә тапкырлауны унарлы вакланмалар белән башкарабыз. Табабыз: $1{,}75 \cdot 0{,}4 = 0{,}7$.

Унарлы һәм гади вакланмаларның тапкырчыгышын ничек табарга мөмкин, аңлатыгыз. $0{,}72 \cdot \frac{5}{9}$ аңлатмасын исәпләгез.

A

290 Кагыйдә буенча эшлибез Тапкырлауны башкарыгыз:

а) $7{,}8 \cdot 2{,}9$; в) $4{,}4 \cdot 2{,}2$; д) $1{,}6 \cdot 2{,}5$;
б) $0{,}4 \cdot 3{,}8$; г) $3{,}5 \cdot 6{,}4$; е) $0{,}8 \cdot 7{,}5$.

291 Дөрес яки дөрес түгел Өч тигезлекнең берсе дөрес түгел. Аны табыгыз.

1) $32{,}7 \cdot 0{,}3 = 9{,}81$. 2) $3{,}27 \cdot 0{,}03 = 0{,}0981$. 3) $3{,}27 \cdot 0{,}3 = 9{,}81$.

292 Анализ ясыйбыз $52 \cdot 47 = 2444$ икәне билгеле. Бу нәтиҗәдән файдаланып, тапкырчыгышны табыгыз:

а) $5{,}2 \cdot 4{,}7$; б) $0{,}52 \cdot 4{,}7$; в) $52 \cdot 4{,}7$; г) $0{,}52 \cdot 0{,}47$.

293 Исәпләгез:

а) $85{,}3 \cdot 4{,}1$; г) $1{,}56 \cdot 0{,}2$; ж) $10{,}3 \cdot 1{,}01$; к) $103{,}15 \cdot 0{,}001$;
б) $6{,}36 \cdot 2{,}5$; д) $2{,}06 \cdot 3{,}05$; з) $5{,}08 \cdot 2{,}05$; л) $5{,}56 \cdot 0{,}01$;
в) $27{,}2 \cdot 0{,}06$; е) $1{,}04 \cdot 8{,}02$; и) $2{,}35 \cdot 0{,}14$; м) $1{,}23 \cdot 0{,}02$.

294 Дәрәҗәнең кыйммәтен табыгыз:

а) $0{,}6^2$; б) $0{,}3^2$; в) $1{,}1^2$; г) $0{,}5^2$; д) $0{,}2^3$; е) $0{,}5^3$.

295 а) Квадраты: 0,64; 0,01; 0,0009 га тигез булган санны табыгыз.

б) Кубы: 0,064; 0,008; 0,125 кә тигез булган санны табыгыз.

296 Икеурынлы саннарның квадратлары таблицасыннан файдаланып исәпләгез:

а) $1{,}8^2$; $1{,}3^2$; $1{,}6^2$; б) $0{,}11^2$; $0{,}17^2$; $0{,}14^2$; в) $0{,}012^2$; $0{,}015^2$; $0{,}019^2$.

297 Саннарның тапкырчыгышын табыгыз:

а) 3,55 һәм 6; г) 6,71 һәм 23; ж) 0,25 һәм 4;
б) 4,77 һәм 3; д) 3,02 һәм 15; з) 0,2 һәм 5;
в) 0,235 һәм 4; е) 0,75 һәм 44; и) 0,125 һәм 8.

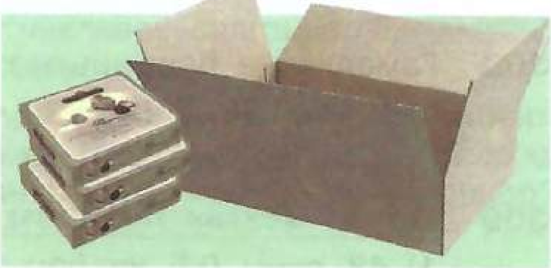
298 Практик ситуация Һавада тавышның тизлеге 0,33 км/с. Әгәр сез яшен чаткысын күргәннән соң күк күкрәүне 5 с тан соң; 10 с тан соң; 24 с тан соң ишетсәгез, күк күкрәү сездән нинди ераклыкта булыр?

299 Велосипедчы 12,5 км/с тизлек белән барган. Ул 2 сәг тә; 0,5 сәг тә; 1,5 сәг тә күпме юл үткән?

300 а) Туристлар төркеме араларындагы ераклык 3,5 км булган лагерьдан станциягә кадәр 4,7 км/сәг тизлек белән бара. Алар юлда 0,5 сәг булсалар, туристларга ничә километр юл үтәсе калган?

б) Илгиз өйдән стадионга кадәр 5,5 км/сәг тизлек белән бара. Өйдән чыгып 0,2 сәг тән соң аңа тагын 0,4 км үтәсе калган. Өйдән стадионга кадәр ераклык күпмегә тигез?

301 Практик ситуация Бер тартма конфет 0,6 кг авырлыкта, ә бер пачка печенье — 0,25 кг. Бандерольгә 2 кг нан артык салырга ярамый.



1) Бер бандерольдә 3 тартма конфет; 4 тартма конфет; 8 пачка печенье; 4 пачка печенье һәм 2 тартма конфет җибәрергә буламы?

2) Бер бандерольгә салып булырлык итеп, конфет һәм печенье җыелмалары төзегез.

302 Унарлы вакланманы гадигә әйләндерегез һәм тапкырлауны башкарыгыз. Җавапны, мөмкин булганда, унарлы вакланма рәвешендә күрсәтегез:

а) $\frac{2}{3} \cdot 0{,}15$; в) $\frac{1}{3} \cdot 0{,}1$; д) $3\frac{3}{4} \cdot 0{,}4$;
б) $0{,}12 \cdot \frac{1}{6}$; г) $1{,}5 \cdot \frac{5}{9}$; е) $2{,}1 \cdot \frac{3}{7}$.

303 Аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

а) $0{,}4 \cdot 2{,}55 \cdot 1{,}6$;
б) $(1{,}34 + 0{,}9) \cdot 5{,}4$;
в) $40 \cdot (7{,}85 - 3{,}9)$;
г) $17 - 3{,}44 \cdot 3{,}5$;
д) $2{,}15 \cdot (3{,}9 + 0{,}18) \cdot 5$;
е) $20{,}3 - 5{,}7 \cdot (2{,}4 + 0{,}43)$.

304 Исәпләгез:

а) $2{,}1^2 - 2{,}1$;
б) $0{,}9 - 0{,}9^2$;
в) $2 \cdot 0{,}8^2$;
г) $(2 \cdot 0{,}8)^2$;
д) $2{,}5^2 - 0{,}5^2$;
е) $(2{,}5 - 0{,}5)^2$.

305 Практик ситуация. Хәйрия концерты куйган музыкантлар шәһәргә 4,5 млн с. акча күчергәннәр.

1) Спорт комплексы төзелешенә бу акчаның 0,7 се бүленеп бирелгән. Төзелешкә күпме акча бүленеп бирелгән?

2) Больницалар өчен дарулар сатып алуга бу сумманың 0,2 се тотылган. Даруларга күпме акча тотылган?

3) Акчаларның калган суммасы крайны өйрәнү музеена реконструкцияләү өчен бирелгән. Музейга күпме акча бирелгән?

306 а) 15 м озынлыктагы тасманың 0,3 ен кисеп алганнар. Тасманың ничә метры калган?

б) Дәресләр һәм тәнәфесләр 6 сәг бара. Дәресләргә бу вакытның 0,75 е китә. Барлык тәнәфесләргә күпме вакыт туры килә?

307 а) Станциядән посёлокка кадәр юл шоссе, авыл һәм урман аша үтә. Шоссе юлы барлык юлның 0,4 ен, авыл аша юл барлык юлның 0,5 ен тәшкил итә. Барлык юлның күпме өлеше урман аша үтә? Станциядән посёлокка кадәрге юл 3,5 км га тигез булса, урман аша ничә километр үтәргә кирәк?

б) 20 км озынлыктагы шоссе участогын ремонтлаганда барлык участокның беренче көнне — 0,35 ен, икенче көнне — 0,4 ен, өченче көнне калганын ремонтлаганнар. Һәр көнне ничә километр ремонтлаганнар?

Б

308 Гамәлләрне башкарыгыз:

а) $0{,}14 \cdot 0{,}35 \cdot 2{,}2$;
б) $0{,}8 \cdot 0{,}375 \cdot 1{,}93$;
в) $4{,}4 \cdot 2{,}25 \cdot 10{,}2$;
г) $4 \cdot 0{,}15 \cdot 3{,}6 \cdot 0{,}001$;
д) $32 \cdot 0{,}03 \cdot 1{,}1 \cdot 0{,}005$;
е) $1{,}6 \cdot 0{,}375 \cdot 0{,}05 \cdot 3{,}3$.

309 Чишү ысулын тикшерәбез

1) 48 саны 0,5 кә һәм 0,25 кә тапкырлануы ничек башкарылганын тикшерегез:

$$48 \cdot 0{,}5 = 48 \cdot \frac{1}{2} = 48 : 2 = 24 \quad ; \quad 48 \cdot 0{,}25 = 48 \cdot \frac{1}{4} = 48 : 4 = 12.$$

Сез тапкырлауның тиңдәшле рәвештә 2 гә һәм 4 кә бүлүгә нигезләнгәнен күрдегез.

2) Телдән исәпләгез:

а) $116 \cdot 0{,}5$;
в) $780 \cdot 0{,}1$;
б) $84 \cdot 0{,}25$;
г) $1008 \cdot 0{,}25$.

310 Аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

а) $2{,}02 \cdot 0{,}45 + 5{,}0505 \cdot 2 + 39{,}1 \cdot 0{,}01$;

б) $(6 - 1{,}96) \cdot (10{,}2 - 5{,}7) + (6{,}8 + 2{,}6) \cdot (0{,}37 + 0{,}03)$;

в) $(1 - 0{,}34) \cdot (2 - 0{,}75) + 1{,}05 \cdot (4{,}882 + 3{,}018)$;

г) $(8 - 5 \cdot 0{,}25) - (4{,}7 + 5{,}6 \cdot 0{,}125) \cdot 0{,}1$.

311 Турист сәгать ярым җәяү барган. Беренче ярты сәгатьне ул 5,4 км/сәг тизлек белән, аннары 48 мин — 4,5 км/сәг тизлек белән, калган вакытта 5 км/сәг тизлек белән барган. Сәгать ярымда турист нинди ара үткән?

312 Өйдән стадионга кадәрге юлны үтү өчен, юлга Камил 0,8 сәг сарыф иткән. Метрода ул барлык вакытның 0,5 ен барган; калган вакытның 0,75 ен ул троллейбуста, ә калган вакытны җәяү барган. Камил ничә минут җәяү барган?

313 Квадратның ягы 0,4 дм. Мәйданы әлеге квадрат мәйданының 0,25 ен тәшкил иткән квадратның ягын табыгыз. Җавапны сантиметрларда белдерегез.

Фикер йөртәбез (314—315)

314 Рациональ ысул белән исәпләгез:

а) $1{,}5 \cdot 2{,}2 \cdot 2$; в) $2 \cdot 3{,}8 \cdot 0{,}5$; д) $13{,}7 \cdot 0{,}2 \cdot 5$;

б) $6{,}54 \cdot 0{,}25 \cdot 4$; г) $2{,}5 \cdot 0{,}061 \cdot 4$; е) $0{,}25 \cdot 0{,}2 \cdot 4 \cdot 5$.

315 Тапкырлауның кушуга карата тарату үзлегеннән файдаланып исәпләгез:

а) $3{,}4 \cdot 2{,}6 + 1{,}3 \cdot 2{,}6 + 5{,}3 \cdot 0{,}7 + 5{,}3 \cdot 1{,}9$;

б) $3{,}6 \cdot 3{,}8 + 3{,}6 \cdot 1{,}6 + 2{,}7 \cdot 4{,}6 + 0{,}9 \cdot 4{,}6$;

в) $1{,}7 \cdot 2{,}3 - 1{,}7 \cdot 1{,}5 + 0{,}8 \cdot 2{,}2 - 0{,}8 \cdot 0{,}5$;

г) $2{,}5 \cdot 3{,}5 - 1{,}6 \cdot 2{,}5 + 1{,}9 \cdot 0{,}7 + 0{,}8 \cdot 1{,}9$.

316 Шартка туры килгән аңлатма төзеп, мәсьәләне чишегез:

а) Чикләвекләрне 0,7 шәр кг итеп пакетларга салганнар: әстерхан чикләвеге — 20 пакет, арахис — 15 пакет, миндаль — 10 пакет булган. Пакетларга барлыгы ничә килограмм чикләвек салганнар? Җавапны килограммнарда һәм граммнарда белдерегез.

б) Шифаханәгә 12 шәр тартма помидор, кыяр һәм суган китергәннәр: помидор — һәр тартмада 7,5 шәр кг; кыяр — 12,5 әр кг, ә суган 5,5 әр кг булган. Шифаханәгә барлыгы ничә килограмм яшелчә китергәннәр?

К

317 Вакытны сәгатьләрдә белдерегез: мөмкин булса, җавапны унарлы вакланма рәвешендә языгыз:

а) 2 сәг 10 мин; б) 3 сәг 45 мин; в) 1 сәг 20 мин; г) 4 сәг 48 мин.

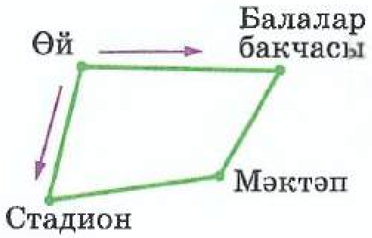
318 **Дөрес яки дөрес түгел** Дөресме:

а) 100 г масса 5 кг ның 2% ын тәшкил итә;

б) 10 с. акча 1000 с.ның 1% тан күбрәген тәшкил итә;

в) 19 кеше 1000 кешенең 2% тан кимрәген тәшкил итә.

319 **Практик ситуация** Планда өйдән мәктәпкә барып була торган ике юл сурәтләнгән: стадион янышнан яки балалар бакчасы яныннан (рәс. 4.4). Кирәкле үлчәүләрне башкарыгыз, озынлыкларны сантиметрларда белдерегез һәм кайсы юлның кыскарак икәнен билгеләгез.



Рәс. 4.4

320 **Алгоритм буенча эш итәбез** Түбәндәге төзүне башкарыгыз:

- ике кисешүче туры үткәрегез;
- үзәге турыларның кисешү ноктасында булган әйләнә сызыгыз;
- турылар һәм әйләнәнең кисешү нокталарын тамгалагыз;
- һәр күрше нокталар парын кисемтәләр белән тоташтырыгыз.

а) квадрат; б) теләсә нинди рәвештәге турыпочмаклык килеп чыксын өчен, турылар парын ничек үткәрергә кирәк?

4.4 Унарлы вакланмаларны бүлү

Унарлы вакланмаларны кушу, алу һәм тапкырлау унарлы вакланма белән белдерелүен сез күрдегез инде. Бүлү белән эш башкачарак тора.

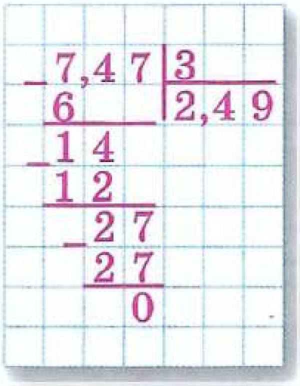
Мәсәлән, 0,28 : 1,4 һәм 1,2 : 0,9 өлешләрен алыйк һәм, гади вакланмаларга күчеп, аларның һәрберсен исәпләп карыйк.

$$0,28 : 1,4 = \frac{28}{100} : \frac{14}{10} = \frac{28 \cdot 10}{100 \cdot 14} = 0,2;$$

$$1,2 : 0,9 = \frac{12}{10} : \frac{9}{10} = \frac{12 \cdot 10}{10 \cdot 9} = \frac{4}{3}.$$

Беренче очракта 0,2 унарлы вакланмасын, икенче очракта унарлы вакланмага әйләнми торган $\frac{4}{3}$ гади вакланмасын таптык. Шулай итеп, *ике унарлы вакланманың өлешен һәрвакытта да унарлы вакланма белән белдереп булмый.*

Өлеш унарлы вакланма белән белдерелсә, аны, натураль саннарны бүлгәндәге кебек, почмаклап бүлүне файдаланып исәпләп була. Башта *унарлы вакланманы натураль санга бүлү* очрагын карыйк. Бу очракны төп дип санарга була, чөнки калганнарының барысы да шул очракка туры китерелә.

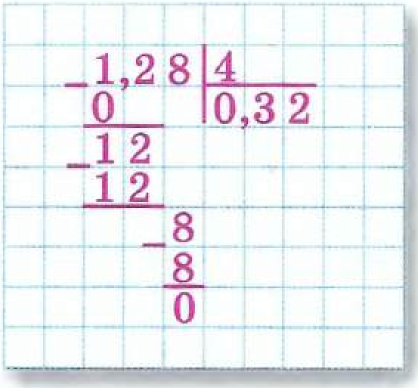


1 нче мисал. 7,47 : 3 өлешен табыйк.

Бүлүнең ничек башкарылганын тикшерик. Башта 7,47 вакланмасының бөтен өлешен 3 кә бүлик; шуннан соңгы өлештә өтер куябыз. Бүлүдәге калдыкны унарлыга вакладык һәм уннан 14 не 3 кә

бүлдек. Яңа калдыкны йөзенче өлешләргә вакладык һәм йөздән 27 не 3 кә бүлдек. Калдыктагы нуль бүлүнең тәмамлануын аңлата. Шулай итеп, 7,47 : 3 = 2,49.

Унарлы вакланманы натураль санга бүлү натураль саннарны бүлгәндәгечә башкарыла. Бөтен өлешне бүлү тәмамлангач, өлештә өтер куела.



2 нче мисал. 1,28 : 4 өлешен табыйк.

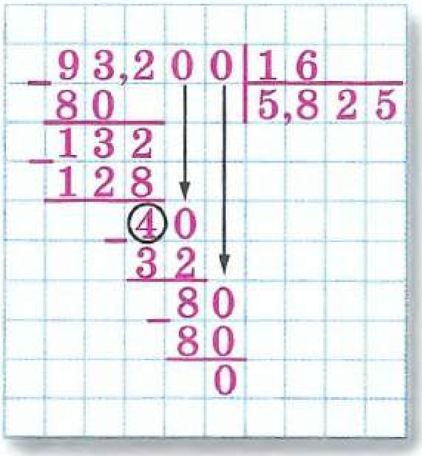
Бу очракта бүленүченең бөтен өлеше бүлүчедән кечерәк. Шуңа күрә өлештә нуль бөтен дип яздык, шуннан соң өтер куеп, бүлүне дәвам иттек. 1,28 : 4 = 0,32 не таптык.

3 нче мисал. 93,2 : 16 өлешен табыйк.

Бүлүнең ничек башкарылганын карагыз. 93,2 бүленүчесенең барлык цифрлары төшерелеп беткәч, калдыкта нуль чыкмады. Ләкин без беләбез, унарлы вакланманың уң ягына нульләр өстәсәк, ул үзгәрми. Шуңа күрә бүлүне дәвам итү өчен, без эзлекле рәвештә бүленүчегә нульләр өстәдек һәм өлешнең чираттагы цифрларын исәпләп чыгардык.

93,2 : 16 = 5,825 не таптык.

Мондый очракларда нульне бүленүчегә түгел, ә турыдан-туры калдыкка өстәп язарга кирәклеген хәтердә калдырыйк.



■ 11,9 һәм 5 саннарының өлешен исәпләү мисалында унарлы вакланманы натураль санга почмаклап ничек бүләргә мөмкин булуын сөйләгез.

Унарлы вакланманы бүлүне натураль санга бүлүгә кайтарып калдыру җиңел. Мәсәлән, 0,126 : 0,45 өлешен алыйк. Бүленүчене һәм бүлүчене 100 гә тапкырлаганда, аның кыйммәте үзгәрми. Шуңа күрә 0,126 : 0,45 = 12,6 : 45.

Игътибар итегез: беренче өлештән икенчесен табу өчен, бүленүчедә һәм бүлүчедә өтерне ике тамгага уңга күчерү җитә. Бу аңлашыла да: унарлы вакланманы берничә нульле берәмлеккә (бергә) тапкырлау өтерне шул ук кадәрле цифрга уңга күчерүгә тәңгәл.

Унарлы вакланманы унарлы вакланмага бүлү өчен:
- **бүлүчедә өтердән соң ничә цифр булса, бүленүчедә һәм бүлүчедә өтерне шулкадәр цифрга уңга күчерергә;**
- **натураль санга бүлүне башкарырга.**

■ Унарлы вакланманы унарлыга ничек бүләргә икәнен аңлатыгыз. Исәпләгез:

а) 30,2 : 0,4; б) 3,5 : 0,07.

А

321 Бүлүне башкарыгыз (үрнәк итеп 1 нче мисалдан файдаланыгыз):
а) 192,6 : 9; в) 17,22 : 2; д) 336,6 : 11; ж) 28,29 : 23;
б) 477,4 : 14; г) 30,25 : 5; е) 8,176 : 4; з) 17,15 : 7.

322 Исәпләгез (үрнәк итеп 2 нче мисалдан файдаланыгыз):
а) 4,41 : 7; в) 4,88 : 8; д) 10,71 : 21; ж) 0,121 : 11;
б) 8,28 : 9; г) 4,65 : 15; е) 5,12 : 32; з) 0,115 : 5.

323 Өлешне табыгыз (үрнәк итеп 3 нче мисалдан файдаланыгыз):
а) 5,87 : 2; в) 3,42 : 4; д) 13,8 : 15; ж) 14,7 : 12;
б) 10,63 : 2; г) 10,4 : 5; е) 24,4 : 8; з) 44,5 : 4.

324 Почмаклап бүлү ярдәмендә ике натураль санның өлешен табыгыз:
а) 157 : 2; в) 304 : 5; д) 490 : 4; ж) 300 : 8;
б) 78 : 4; г) 33 : 60; е) 12 : 25; з) 531 : 15.

325 Гади вакланманы ике ысул белән унарлыга әйләндерегез:
1) вакланманы 10 ның дәрәҗәсенә тигез булган ваклаучыга китереп;
2) вакланманың санаучысын ваклаучыга почмаклап бүлеп:
а) $\frac{13}{40}$; б) $\frac{18}{25}$; в) $\frac{7}{8}$; г) $\frac{9}{20}$.

326 Телдән исәпләгез һәм нәтиҗәне тапкырлап тикшерегез.
а) 0,8 : 4; г) 3,5 : 7; ж) 0,91 : 7; к) 9,8 : 2;
б) 0,9 : 3; д) 6,5 : 5; з) 0,84 : 6; л) 0,54 : 2;
в) 2,1 : 3; е) 5,2 : 4; и) 7,2 : 3; м) 0,75 : 5.

327 а) Барлык конфетларны 8 тартмага тигез итеп бүлеп салганнар. Барлыгы 3,6 кг конфет булса, һәр тартмадагы конфетларның массасы күпмегә тигез?
б) 13,5 м тукымадан 5 костюм тегәргә мөмкин. Бер костюм өчен ничә метр тукыма кирәк?

328 а) Этнең авырлыгы 20,2 кг. Көчек эттән 4 тапкырга җиңелрәк, ә мәче эттән 10 тапкырга җиңелрәк. Эт баласының һәм мәченең авырлыгы нинди?
б) Беренче бидонда сөт икенчесенә караганда 3 тапкырга күбрәк, ә икенчесендә өченчесенә караганда 2 тапкырга күбрәк. Беренче бидонда 4,5 л сөт булса, һәр бидонда күпме сөт булыр?

329 Кагыйдә буенча эшлибез Бүлүче бөтен сан булырлык итеп, өлешнең рәвешен үзгәртегез һәм бүлүне башкарыгыз.
а) 1,74 : 0,6; в) 17,28 : 7,2; д) 0,343 : 0,7; ж) 3,36 : 1,5;
б) 512 : 0,16; г) 12,25 : 0,005; е) 81,2 : 0,35; з) 1050 : 4,2.

330 КАГЫЙДӘ БУЕНЧА ЭШЛИБЕЗ Исәпләгез:

а) $8{,}9 : 0{,}4$; г) $77{,}7 : 0{,}37$; ж) $1{,}23 : 0{,}6$; к) $11{,}1 : 0{,}04$;
б) $3{,}08 : 0{,}05$; д) $3{,}534 : 0{,}5$; з) $28{,}42 : 1{,}4$; л) $0{,}04 : 2{,}5$.
в) $8{,}04 : 6{,}7$; е) $0{,}945 : 1{,}8$; и) $14{,}23 : 0{,}1$; м) $0{,}24 : 0{,}001$.

331 ПРАКТИК СИТУАЦИЯ а) Адымыгыз 0,5 м га тигез. 6 м ны үтү өчен, сезгә ничә адым атларга кирәк?

б) Һәр таблеткада 0,25 мг дару бар. Сезгә тәүлеккә 2 мг дару билгеләнгән булса, көнгә ничә таблетка эчәргә тиешсез?

332 а) Товарның упаковкасында аның бәясе һәм массасы күрсәтелгән. Әгәр бу товарның 1,5 кг ы 54 с.; 0,4 кг ы 25 с. торса, 1 кг ы күпме торыр?

б) Ниндидер товарның 1 кг ының бәясе 98 с. Сатып алган товарга 34,3 с.; 441 с. түләсәләр, күпме товар сатып алганнар?

333 а) 23 м озынлыктагы тасма бәйләменнән 2,5 әр м лы ничә кисәк тасма чыгар?

б) Бидонда 4,6 л сөт бар. Бидондагы бөтен сөтне салып бетерү өчен, 0,5 л сыйдырышлы ничә шешә кирәк булачак?

334 Билгесез санны табыгыз:

а) $10 \cdot x = 8$; б) $x \cdot 4 = 2{,}4$; в) $4{,}8 : x = 6$; г) $x : 25 = 1{,}2$.

Аңлатманың кыйммәтен табыгыз **(335—336)**.

335 а) $6{,}144 : 12 + 1{,}64$; в) $(62{,}1 - 61{,}44) : 1{,}2$;
б) $0{,}07 - 0{,}1001 : 1{,}43$; г) $48 : (73{,}29 + 46{,}71)$.

336 а) $40{,}28 - 22{,}5 : 12{,}5 + 1{,}7$; в) $30 - 19{,}56 : (4{,}2 + 3{,}95)$;
б) $(4{,}8 - 0{,}42 \cdot 8{,}5) : 0{,}5$; г) $(2{,}6 - 1{,}04) : 0{,}24 \cdot 0{,}8$.

337 а) Тагылмалы машина заводка карьердан ком ташый. Бер сменада ул 97,2 т ком китергән. Әгәр машинаның кузовына 5,2 т ком, ә тагылмасына 2,9 т сыйса, машина ничә рейс ясаган?

б) Кухня тастымаллары тегү өчен, хуҗабикә 5,5 м озынлыктагы тукымадан һәрберсе 0,65 әр м лы берничә кисәк кисеп алган. Тукымадан 0,95 м озынлыктагы кисәк калган. Хуҗабикә ничә тастымал теккән?

338 а) Бер пакетта 1,5 кг кофе, ә икенчесендә — 0,9 кг. Пакетларда кофе бертигез булсын өчен, бер пакеттан икенчесенә күпме кофены бушатырга кирәк? Шуннан соң һәр пакетта күпме кофе булыр?

б) Ике пакетта 1,3 кг орлык булган. Әгәр бер пакеттан икенчесенә 0,15 кг орлыкны бушатсаң, пакетлардагы орлыклар бертигез булыр. Башта һәр пакетта күпме орлык булган?

339 а) Ике кисәк сырның массасы 1,4 кг. Берсе икенчесеннән 3 тапкырга авыррак. Зур кисәкнең массасын табыгыз.

б) Ике пакетта 3,75 кг конфет булган. Бер пакетта конфет икенчесенә караганда 2 тапкырга кимрәк. Һәр пакетта күпме конфет булыр?

Б

340 **Фикер йөртәбез** $17 : 8 = 2{,}125$. Бу нәтиҗәне кулланып, өлешне табыгыз: $1{,}7 : 0{,}8$; $0{,}17 : 8$; $17 : 0{,}08$.

Аңлатманың кыйммәтен табыгыз (**341–342**).

341 а) $3{,}5 \cdot (8{,}68 + 1{,}136) - 135{,}531 : 33{,}3$; в) $46{,}08 : (1{,}5 - 1{,}116) \cdot 0{,}04 + 44{,}8$;
б) $(8{,}94 + 9{,}39) : (7{,}57 - 1{,}4 \cdot 2{,}05)$; г) $8{,}364 : (8 - 3{,}92) - 2{,}05 \cdot 0{,}4$.

342 а) $3{,}5 : 7 + 2{,}8 : 0{,}4 - 0{,}74 \cdot 5$;
б) $0{,}57 : 1{,}9 \cdot 4{,}4 - 0{,}68 : 1{,}7 : 0{,}4$;
в) $10{,}02 \cdot 5 - (44 - (34{,}5 + 7{,}87)) : 0{,}05$;
г) $3{,}36 : 3{,}2 + (4 - (7 - 6{,}3) \cdot 4{,}2) - 1{,}1$.

343 Балалар бәйрәменә бертөрле бүләкләр өчен 4,2 кг шоколад конфет һәм 2,4 кг га күбрәк карамель конфет алганнар. Һәрберсендә 0,175 кг шоколад конфет булса, бүләктәге конфетларның массасы күпме булыр?

344 Туристлар сукмак буйлап станциядән лагерьга баралар: башта тауга менәләр, аннары төшәләр. Тауга күтәрелә торган юлның озынлыгы таудан төшкәндәгедән 4 тапкырга кыскарак, ә барлык юл 7,5 км тәшкил итә.Туристлар тауга 0,6 сәг күтәрелгәннәр, ә лагерьга кадәр калган юлны 1,5 сәг тә үткәннәр. Туристларның тауга менгәндәге һәм төшкәндәге тизлекләрен табыгыз.

345 Йортның ике стенасын буяу өчен, 7,26 кг буяу тотканнар. Бер стенаның мәйданы икенчесеннән 6 $м^2$ га зуррак булса, һәм һәр квадрат метрга 0,22 кг буяу китсә, һәр стенага ничә килограмм буяу тотылган?

346 Яшелчә бакчасы буе 8 м, иңе 2,5 м булган турыпочмаклык формасында. Яшелчә бакчасының барлык мәйданының 0,4 енә кишер, калганына суган һәм сарымсак утыртылган, өстәвенә суган өлеше сарымсакныкыннан 4 тапкырга артыграк. Кишер, суган һәм сарымсак һәркайсы нинди мәйданга утыртылган?

347 **Практик ситуация** Сез әти-әниегезгә, буе 3,5 м, иңе 2,5 м булган юыну бүлмәсенә, ремонт ясарга булышасыз дип күз алдына китерегез. 2,5 м биеклектәге стеналарны плитка белән ябыштырырга кирәк, стеналар мәйданының 0,1 ен биләп торган тәрәзә һәм ишекне исәпкә алмаска. Ягы 25 см булган квадрат формасындагы ничә плитка кирәк булачак?

348 Җиргә казып утыртылган багананың җир өстендәге өлеше үз озынлыгының 0,8 өлешенә тигез. Әлеге өлеш 1,6 м га тигез булса, баганаың озынлыгы күпме булыр?

349 Бәрәңге утырту өчен барлык җир участогының 0,6 сын бүлеп биргәннәр, кишер өчен — бу участокның 0,3 ен, калган 2 сутыйга (200 $м^2$) суган утыртканнар. Җир участогының барлык мәйданын табыгыз. Аны гектарларда билгеләгез.

350 Турист барлык юлның 0,35 ен үткәннән соң, юлның уртасына кадәр 6 км үтәсе калган. Барлык юлның озынлыгын табыгыз.

К

351 Табылган тигезсезлек дөрес булсын өчен, йолдызчыклар урынына нинди цифрлар куярга була:

а) 0,566 < 0,5*6; б) 2*,03 < 23,03; в) 0,*7 < 0,17?

352 Унарлы вакланманы гадигә әйләндереп исәпләгез:

а) $0,75+\frac{1}{28}+\frac{5}{7}$; б) $\frac{8}{15}+\frac{1}{3}-0,2$.

353 Бирелгән унарлы вакланмалар арасында нинди натураль саннар бар? Җавапны тигезсезлекләр чылбыры рәвешендә языгыз.

а) 2,75 һәм 4,05; б) 1,08 һәм 5,06; в) 12,001 һәм 16,9.

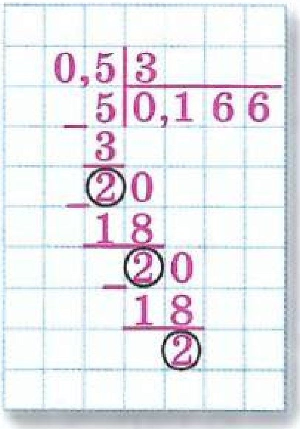
Үрнәк. 11,3 < 12 < 13 < 14 < 15 < 16 < 16,5.

4.5 Унарлы вакланмаларны бүлү (дәвамы)

Алдагы пунктны өйрәнгәндә, сез башкарган биремнәрдә унарлы вакланмаларны почмаклап бүлеп өлешне табуга китерелде. Ләкин бу алым һәрвакытта да яраклы түгел.

0,05 : 0,3 өлешен табарга кирәк булсын, ди. Аны почмаклап бүлү ярдәмендә исәпләп карыйк. Моның өчен 0,5 не 3 кә бүләбез.

Күрәсез, бүлгәндә, һәрвакыт бер үк калдык — 2 саны кабатлана. Димәк, бүлү, күпме генә дәвам итсәк тә, бервакытта да тәмамланмаячак.



Ләкин 0,05 һәм 0,3 саннарының өлеше бар, аны, билгеле, табарга була. Моның өчен гади вакланмаларга күчәргә кирәк:

$$0,05 : 0,3 = \frac{5}{100} : \frac{3}{10} = \frac{5}{100} \cdot \frac{10}{3} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}.$$

Игътибар итегез: 0,05 : 0,3 өлеше $\frac{1}{6}$ вакланмасына тигез, ул унарлыга әйләнми. Шуңа күрә 0,5 вакланмасын 3 кә почмаклап бүлү чиксез булып чыкты.

0,05 : 3 өлешен икенче төрле исәпләргә була: аны вакланма рәвешендә язарга һәм, санаучысында да, ваклаучысында да натураль саннар булырлык итеп, рәвешен үзгәртергә мөмкин:

$$0,05 : 0,3 = \frac{0,05}{0,3} = \frac{0,05 \cdot 100}{0,3 \cdot 100} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}.$$

1,37 : 0,3 өлешен ике ысул белән исәпләгез:

1) гади вакланмаларга күчеп;

2) өлешне $\frac{1,37}{0,3}$ вакланмасы рәвешендә язып.

А

354 Өлешне гади вакланмаларга күчеп табыгыз һәм, мөмкин булса, җавапны унарлы вакланма белән белдерегез:

а) 0,7 : 0,3; в) 2,5 : 9; д) 0,33 : 0,9; ж) 3,5 : 1,5;
б) 3,5 : 3; г) 4,2 : 2,8; е) 0,24 : 1,5; з) 0,04 : 1,2.

355 Аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

а) $\frac{0,4}{0,5}$; в) $\frac{1,7}{0,3}$; д) $\frac{3,8}{20}$; ж) $\frac{1}{0,6}$;
б) $\frac{0,25}{1,5}$; г) $\frac{12,6}{1,2}$; е) $\frac{0,24}{0,9}$; з) $\frac{8}{1,4}$.

356 Исәпләгез:

а) $\frac{2}{3} : 0,2$; в) $\frac{8}{9} : 1,6$; д) $0,8 : \frac{4}{7}$;
б) $1,4 : \frac{2}{7}$; г) $\frac{5}{6} : 1,5$; е) $\frac{5}{12} : 0,01$.

357 а) Бөтен урамны асфальтлау өчен 4 сәг; 2,5 сәг; 0,8 сәг кирәк булса, машина 1 сәг тә урамның күпме өлешенә асфальт җәяр?

б) Машина барлык юлны 2 сәг тә; 1,6 сәг тә; 1,5 сәг тә үтсә, ул 1 сәг тә юлның күпме өлешен үткән?

358 а) Фабрикада газлы суны 0,33 әр л итеп банкаларга салалар. 100 л газлы судан ничә тулы банка чыгар?

б) 1 итәк тегү өчен, 1,8 м тукыма кирәк. 15 м тукымадан ничә итәк чыгар?

359 а) Капчыкта шикәр тартмадагыга караганда 1,5 тапкырга, һәм банкадагыга караганда 12,5 тапкырга күбрәк. Капчыкта 37,5 кг шикәр булса, тартмада һәм банкада күпмешәр шикәр булыр?

б) Карбыз кавынга караганда 2,5 тапкырга авыррак, ә кавын ташкабактан 2,5 тапкырга авыррак. Карбыз 5,5 кг булса, кавын һәм ташкабак һәркайсы күпме авырлыкта булыр?

360 а) Бер станциядән икенчесенә кадәр 165 км. Беренче 1,5 сәг тә поезд 60 км/сәг тизлек белән барган. Калган юлны ул 1,2 сәг тә үткән. Икенче юл аралыгын поезд нинди тизлектә үткән?

б) Посёлоктан станциягә кадәр 2,7 км. Айрат бу араны 0,6 сәг тә җәяү үткән. Әгәр ул велосипедта җәяү барганга караганда 6,3 км/сәг кә зуррак тизлек белән барса, бу араны ул велосипедта күпме вакытта үтәр? (Җавапны минутларда белдерегез.)

Б

361 а) Тәскирә 2,4 км ны велосипедта 9 мин та, ә Камил 4,4 км ны 16 мин та үтә. Аларның һәрберсе нинди тизлек белән бара? Тәскирәнең һәм Камилнең тизлекләрен бер сәгатькә туры килгән километрларда (км/сәг) белдерегез.

б) Каенлык һәм Чыршылык станцияләре арасы 12,5 км га тигез. Электричка Каенлык станциясеннән 12 сәг 26 мин та чыгып киткән һәм Чыршылык станциясенә 12 сәг 38 мин та килеп җиткән. Бу ике станция арасын электричка нинди тизлектә үткән? Электричка тизлеген бер сәгатькә туры килгән километрларда (км/сәг) белдерегез.

362 Исәпләгез:

а) $\frac{3,4 + 2,8}{0,2}$; б) $\frac{1,2}{1 - 0,4}$; в) $\frac{3 - 0,5}{3 + 0,5}$; г) $\frac{4,5 - 2,7}{14,6 + 15,4}$.

Үрнәк. Исәпләүләрне чылбыр рәвешендә алып барырга була:

$$\frac{2 - 0,75}{2 + 0,75} = \frac{1,25}{2,75} = \frac{125}{275} = \frac{5}{11}.$$

363 Исәпләгез:

а) $\frac{5 \cdot 0,1}{0,6}$; б) $\frac{0,5 \cdot 3}{0,3}$; в) $\frac{10 \cdot 0,7}{4}$; г) $\frac{13}{2,6 \cdot 0,5}$.

Үрнәк. $\frac{1,4 \cdot 0,2}{2,1}$ аңлатмасының кыйммәтен табыгыз. Моның өчен аңлатманың санаучысында һәм ваклаучысында натураль саннар булырлык итеп, рәвешен үзгәртәбез:

$$\frac{1,4 \cdot 0,2}{2,1} = \frac{1,4 \cdot 10 \cdot 0,2 \cdot 10}{2,1 \cdot 100} = \frac{14 \cdot 2}{21 \cdot 10} = \frac{2}{15}.$$

364 Исәпләгез:

а) $\frac{5,8 - 2,65}{1,4 \cdot (3,7 - 2,2)}$; в) $\frac{(36,8 - 28,9) \cdot 3}{(12,52 + 12,48) \cdot 0,4}$;

б) $\frac{3,5 \cdot (4,9 - 4,6)}{2 \cdot (4,5 - 3,6)}$; г) $\frac{(15,94 + 17,54) \cdot 3}{10,06 + 14,24}$.

365 Китерелгән үрнәктән файдаланып, аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

а) 1,4 · 1,5 : 2,1; в) 0,36 : (4,5 : 0,25);

б) 9 : 0,12 : 300; г) 5,6 : (120 · 0,7).

Үрнәк. $2,25 : 0,15 \cdot 0,4 = \frac{225}{100} : \frac{15}{100} \cdot \frac{4}{10} = \frac{225}{100} \cdot \frac{100}{15} \cdot \frac{4}{10} =$

$$= \frac{225 \cdot 100 \cdot 4}{100 \cdot 15 \cdot 10} = \frac{15 \cdot 4}{10} = 6.$$

К

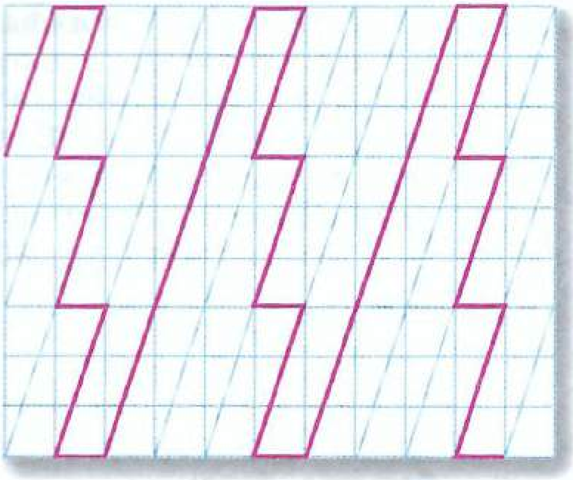
366 Ай Җир тирәли әйләнә. Перигейда — аның Җиргә иң якын орбитасы ноктасында — Җиргә кадәр ераклык 363 104 км га, апогейда — Җирдән иң ерак орбитасы ноктасында — Җиргә кадәр ераклык 405 696 км га тигез. Бу кыйммәтләрне меңнәргә кадәр түгәрәкләгез.

367 Кайсы тигезлек дөрес түгел:

1) 4 кг 300 г = 4,3 кг;
2) 2 кг 50 г = 2,05 кг;
3) 1 т 80 кг = 1,8 т;
4) 5 т 730 кг = 5,73 т?

368 2,5 меңне; 1,3 млн ны; 0,7 млрд ны цифрлар белән языгыз.

369 4.5 нче рәсемнең копиясен алыгыз. Челтәрнең яклары 0,5 см һәм 1,5 см га тигез булса, сынык сызыкның озынлыгын табыгыз.



Рәс. 4.5

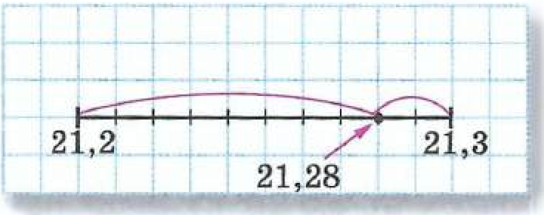
4.6 Унарлы вакланмаларны түгәрәкләү

Унарлы вакланмаларны практик исәп-хисапларда файдаланганда гадәттә түгәрәклиләр. Шундый ситуациягә мисал китерик.

Торакка документлар биргәндә, анда фатирдагы барлык бүлмәләрнең мәйданнарын күрсәтәләр. Бүлмә турыпочмаклык формасында һәм аның үлчәме 5,6 × 3,8 м булса, документларда нинди мәйдан күрсәтелер?

5,6 һәм 3,8 саннарын тапкырлап, 21,28 не табабыз. Ләкин документларда, бүлмәнең мәйданын күрсәткәндә, еш кына квадрат метрның унынчы өлешләре белән чикләнәләр.

21,28 саны 21,2 һәм 21,3 унарлы вакланмалары арасында була (рәс. 4.6). Аларның беренчесе 21,28 санының *киме белән* алынган якынча кыйммәте, ә икенчесе — *артыгы белән* якынча кыйммәте. Аларның кайсысы 21,28 санына якынрак? 21,3 булуы аермачык. Шуңа күрә, 21,28 унарлы вакланмасын унынчы өлешләргә кадәр түгәрәкләгәндә, аны артыгы белән алынган якынча кыйммәте белән алмаштыралар: 21,28 ≈ 21,3.



Рәс. 4.6

Документта бүлмәнең мәйданы 21,3 м^2 дип күрсәтелер.

Диңгездә ераклык мильләр белән үлчәнә. 1 диңгез милендә 1,853 км. 1 диңгез миле якынча ничә бөтен километрга тигез? Якынча кыйммәт киме белән күрсәтелгәнме, әллә артыгы беләнме?

Россиядә, үлчәүләрнең метрик системасы кертелгәнче, ераклыкны чакрымнар белән үлчәгәннәр: 1 чакрым ≈ 1,0688 км. 1 чакрым якынча ничә бөтен километрга тигез? Якынча кыйммәт киме белән күрсәтелгәнме, әллә артыгы беләнме?

Натураль саннарны дистәләргә, йөзләргә, меңнәргә һ. б. га түгәрәкләгән кебек, унарлы вакланмаларны да берәмлеккә, унынчы, йөзенче, меңенче һ. б. өлешләргә кадәр түгәрәкләргә була.

Мәсәлән:

$3{,}8026 \approx 4$ — берәмлеккә кадәр түгәрәкләү (3,8026 саны 3 кә караганда 4 кә якынрак);

$3{,}8026 \approx 3{,}8$ — унынчы өлешләргә кадәр түгәрәкләү (3,8026 саны 3,9 караганда 3,8 гә якынрак);

$3{,}8026 \approx 3{,}80$ — йөзенче өлешләргә кадәр түгәрәкләү (3,8026 саны 3,81 караганда 3,80 гә якынрак).

Өченче якынча тигезлеккә игътибар итегез: түгәрәкләү йөзенче өлешкә кадәр үткәрелгәнен күрсәтү өчен, без йөзенче өлеш разрядында «нуль» цифрын калдырдык.

Карап үтелгән мисаллар унарлы вакланмаларны түгәрәкләргә ярдәм итүче кагыйдәне тәгъбирләп әйтергә мөмкинлек бирә.

- **Сан түгәрәкләнә торган разрядның уң ягында 5 цифры яки 5 тән зуррак цифр торса, бу разрядның цифрына 1 не кушалар, киресенчә булганда, бу цифрны үзгәрешсез калдыралар.**
- **Сан түгәрәкләнә торган разрядтан уңдарак урнашкан барлык цифрларны төшереп калдыралар.**

1 нче мисал. 0,172504 вакланмасын унынчы өлешләргә кадәр түгәрәклик.

Өтердән соң без бер цифрны калдырырга тиеш. Унынчы өлеш разрядыннан уңдарак 5 тән зуррак цифр тора, шуңа күрә унынчы өлеш разрядындагы цифрны берәмлеккә (бергә) арттырырга кирәк:

$$0{,}172504 \approx 0{,}2.$$

2 нче мисал. 0,39608 вакланмасын йөзенче өлешләргә кадәр түгәрәклик.

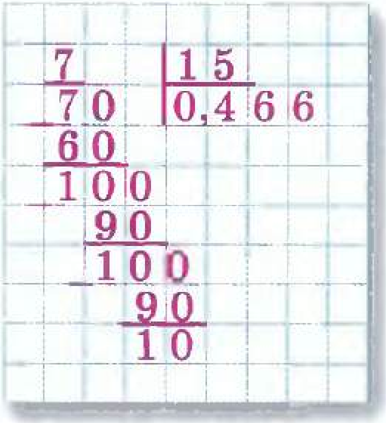
$$0{,}39608 \approx 0{,}40.$$

Бу катлаулы очрак. 9 цифрына берне кушып, йөзенче өлеш разрядында 10 йөзенче өлешне таптык. Шуңа күрә йөзенче өлеш разрядында 0 килеп чыкты, ә унынчы өлеш разрядына бер разряд берәмлеге өстәлде.

- 0,3725 вакланмасын йөзенче, меңенче өлешләргә кадәр түгәрәкләү мисалында унарлы вакланмаларны түгәрәкләү кагыйдәсен күрсәтегез.
- Җавапта: а) 72,4; б) 1,50 саны килеп чыкса, унарлы вакланманы нинди разрядка кадәр түгәрәкләгәннәр?
- Унарлы вакланманы түгәрәкләгәндә җавапта бөтен сан чыккан очракка мисал китерегез.

Теләсә нинди гади вакланманы унарлы рәвешенә китерергә мөмкин булмавын сез беләсез инде. Ләкин практик хисаплаулар өчен унарлы вакланмалар җайлырак, шуңа күрә еш кына гади вак-

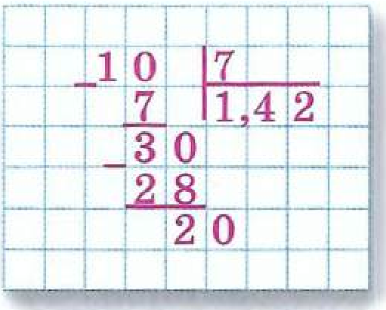
ланмаларны аңа якын торган вакланма белән алмаштыралар, өтердән соң кирәкле санда тамгалар алалар. Ә моның өчен почмаклап бүлүдән файдаланалар.



3 нче мисал. $\frac{7}{15}$ вакланмасын, өтердән соң ике тамга алып, унарлы вакланма белән якынча белдерик.

$\frac{7}{15}$ вакланмасының санаучысын аның ваклаучысына почмаклап бүлик һәм, өтердән соң өченче тамганы тапканнан соң, бүлүне туктатыйк.

0,466 вакланмасын йөзенче өлешләргә кадәр түгәрәклик һәм $\frac{7}{15} \approx 0,47$.



4 нче мисал. Тегү остаханәсендә 10 м тукымадан бертөрле 7 балалар костюмы тегкәннәр. Бер костюмга күпме тукыма киткән?

Бу мәсьәләнең җавабында метрларны һәм сантиметрларны күрсәтергә кирәк булуы табигый хәл. Шуңа күрә 10 ны 7 гә почмаклап бүләбез.

Шулай итеп, бер костюмга якынча 1,4 м, ягъни 1 м 40 см тукыма киткән.

Гади вакланмаларны, өтердән соң ике тамга алып, унарлы вакланма белән якынча белдерегез: $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{7}$; $\frac{1}{9}$.

A

370 Координаталар турысында һәр санның якынча торышын күрсәтегез. Ул эзлекле килүче нинди саннар арасында урнашкан? Санның киме белән алынган якынча кыйммәте; артыгы белән алынган якынча кыйммәте булган бөтен санны әйтегез.

а) 3,3; 5,7; 0,1; б) 2,04; 1,52; 6,39.

Үрнәк $3,71 \approx 3$ (киме белән); $3,71 \approx 4$ (артыгы белән).

371 **Фикер йөртәбез** Якынча тигезлекләрнең кайсысы төгәлрәк:

а) $0,36 \approx 0,4$ яки $0,36 \approx 0,3$; в) $2,834 \approx 2,83$ яки $2,834 \approx 2,84$;

б) $1,654 \approx 1,6$ яки $1,654 \approx 1,7$; г) $3,497 \approx 3,49$ яки $3,497 \approx 3,50$?

372 а) Борынгы заманда дарулар әзерләгәндә, махсус аптека авырлык берәмлеге — унцияләрдән файдаланганнар; 1 унция 31,1035 г га тигез булган. Бу санны унынчы өлешләргә; берәмлеккә кадәр түгәрәкләгез. 1 унция ничә бөтен граммга тигез?

б) Массаны үлчәү өчен, Англия үлчәүләр системасында фунт кулланалар: 1 фунт $\approx$ 0,45359237 кг. Бу санны меңенче өлешләргә кадәр түгәрәкләгез. 1 фунтта якынча ничә грамм булыр?

Кагыйдә буенча эшлибез (373—375)

373 Берәмлеккә кадәр түгәрәкләгез:

а) 38,459; б) 105,83; в) 0,963; г) 9,5004; д) 29,48.

374 Унынчы өлешләргә кадәр, йөзенче өлешләргә кадәр, меңенче өлешләргә кадәр түгәрәкләгез.

а) 28,37267; б) 43,52859; в) 106,09311; г) 4,03954.

375 Түгәрәкләгез:

1) 282,0954 унарлы вакланмасын унынчы өлешләргә кадәр, йөзенче өлешләргә кадәр, меңенче өлешләргә кадәр;

2) 282,0954 натураль санын берәмлеккә кадәр, йөзләргә кадәр, меңнәргә кадәр.

Натураль саннарны түгәрәкләү һәм унарлы вакланмаларны түгәрәкләү нәрсә белән охшаш, нәрсә белән аерыла?

376 **Дөрес яки дөрес түгел** Укучылар унарлы вакланмаларны түгәрәкләүгә биремнәр башкарганнар, һәм бу вакытта берничә хата җибәргәннәр. Һәр очракта хата кайда җибәрелгәнен аңлатыгыз, һәм түгәрәкләүне дөрес башкарыгыз.

1) 8,01253 санын меңенче өлешләргә кадәр түгәрәкләгәндә 8,01253 $\approx$ 8,012 чыкты. 2) 0,597 санын йөзенче өлешләргә түгәрәкләгәндә 0,597 $\approx$ 0,6 чыкты. 3) 123,756 санын унынчы өлешләргә кадәр түгәрәкләгәндә 123,756 $\approx$ 120 чыкты.

377 Бадминтон уйнау мәйданчыгының үлчәмнәре 13,4 м һәм 5,2 м. Уйнау кырының мәйданын табыгыз (Табылган санны берәмлеккә кадәр түгәрәкләгез.)

378 **Практик ситуация** Камил продуктлар сатып алган, төргәкләрнең массасы 0,756 кг, 1,2 кг, һәм 2,87 кг булган. Сумкасының авыр булу-булмавын белү өчен, ул якынча ничә килограмм күтәреп кайтачагын исәпләп караган: 0,756 $\approx$ 1; 1,2 $\approx$ 1; 2,87 $\approx$ 3; 1 кг + 1 кг + 3 кг = 5 кг. Шулай фикер йөртеп, сатып алган товарның гомуми массасын чамалап белегез: а) 2,05 кг, 3,7 кг һәм 0,925 кг; б) 1,87 кг, 2,2 кг һәм 3,08 кг.

379 Вакланмалар бирелгән: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{11}$, $\frac{1}{12}$.

Аларның кайсыларын унарлы вакланма рәвешендә күрсәтеп була? Вакланманы унарлы вакланма белән күрсәтеп булмаса, аны, өтердән соң ике тамга алып, якынча кыйммәте белән языгыз.

Б

380 Гади вакланманы, өтердән соң бер, ике, өч тамга алып, унарлы вакланма белән белдерегез: а) $\frac{2}{3}$; б) $\frac{5}{6}$; в) $\frac{2}{9}$; г) $\frac{4}{7}$.

381 Өтердән соң ике тамга алып, өлешнең унарлы вакланма белән белдерелгән якынча кыйммәтен табыгыз:

а) 7 : 0,3; б) 0,28 : 0,9; в) 3,5 : 1,5; г) 2 : 1,2.

382 а) 10,5 м озынлыктагы обой рулонын 8 тигез кисәккә бүлгәннәр. Һәр кисәкнең озынлыгын табыгыз. Һәр рулонда ничә метр һәм сантиметр обой булыр?

б) 3 кг конфеттан 16 бертөрле бүләк ясарга кирәк. Һәр бүләктәге конфет массасын табыгыз. Һәр бүләктә якынча ничә грамм конфет булыр?

в) Җиләк-җимешне консервлау өчен, биш килограмм сливаны җиде банкага тигез итеп салганнар. Һәр банкада якынча ничә грамм слива булыр?

383 Мәсьәләне чишегез һәм җавапны өтердән соң өч унарлы тамга белән языгыз:

а) Велосипедчы 1 сәг тә 14 км юл үтә. Шул ук тизлек белән хәрәкәт итеп, велосипедчының 1 мин та нинди ераклык (км ларда) үтүен белегез.

б) Автомобиль 1 сәг тә 110 км үтә. Шул ук тизлек белән хәрәкәт итеп, автомобильнең 1 мин та нинди ераклык (км да) үтүен белегез.

в) Кар автомобиле 1 сәг тә 80 км үтә. Шул ук тизлек белән хәрәкәт итеп, кар автомобиленең 1 мин та нинди ераклык (километрларда) үтүен белегез.

384 1,6666 санын меңенче өлешләргә кадәр, йөзенче өлешләргә кадәр, унынчы өлешләргә кадәр түгәрәкләгез. Һәр очракта табылган якынча кыйммәт белән әлеге вакланма арасындагы аерманы табыгыз.

385 Фикер йөртәбез Ниндидер унарлы вакланманы йөзенче өлешләргә, аннары бу вакланманы меңенче өлешләргә кадәр түгәрәкләгәннәр. Беренче түгәрәкләүнең нәтиҗәсе: 1) икенчесеннән кечерәк; 2) икенчесеннән зуррак; 3) икенчесенә тигез булган очракка мисал китерегез.

К

386 Вакланмаларны үсә бару тәртибендә урнаштырыгыз: 0,58; 0,538; $\frac{11}{20}$.

387 Сатучы сатуга әзерләнгән перәнникне өч тартмага салып куйган. Бер тартмага ул булган перәнникнең яртысын салган, икенчесенә — калганның өчтән берен, ә өченчесенә калган 30 перәнникне. Кибетчедә барлыгы ничә перәнник булган?

388 Гади вакланманы унарлыга әйләндереп исәпләгез:

а) $0,256 + \frac{1}{2} - \frac{3}{4}$; б) $\frac{17}{20} + \frac{3}{25} - 0,395$.

389 Әйләнә һәм берсе әйләнәне кисеп үтүче, икенчесе кисмәүче ике туры сызыгыз. Әйләнә үзәгеннән бу турыларның һәрберсенә кадәр ераклыкны үлчәгез. Тамгаланышларны кертегез һәм җавапны языгыз.

4.7 Хәрәкәткә карата мәсьәләләр

Хәрәкәттә ике катнашучы булган мәсьәләләрне чишәргә өйрәнүне дәвам итәбез. Сез инде катнашучыларның капма-каршы юнәлештә бер-берсеннән ераклашып яки бер-берсенә якынаеп хәрәкәт иткән очрактагы мәсьәләләрне чиштегез.

- Автобусның тизлеге — 50 км/сәг, автомобильнең 80 км/сәг булса һәм алар хәрәкәт итсәләр, автобус белән автомобиль арасындагы ераклык ничек үзгәрә (кимиме яки артамы) һәм сәгатькә ничә километрга:
  1) бер үк пункттан капма-каршы юнәлешләрдә;
  2) төрле пунктлардан бер-берсенә кара-каршы?

Хәзер катнашучыларның бер юнәлештә хәрәкәт итүләре турындагы мәсьәләләргә тукталыйк.

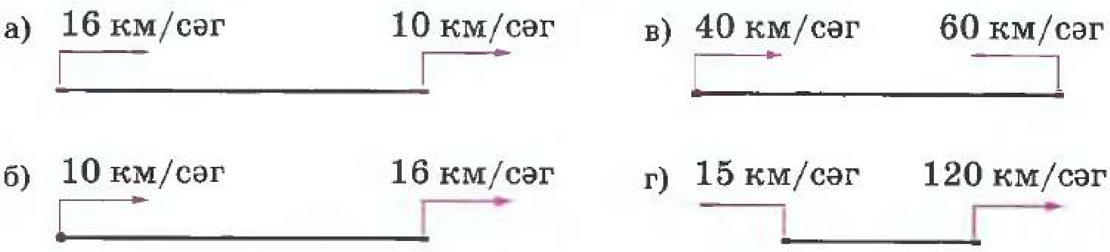
1 нче мәсьәлә. Бер җәяүле 4 км/сәг тизлек белән, икенчесе аның артыннан 6 км/сәг тизлек белән бара (рәс. 4.7). Башлангыч моментта алар арасындагы ераклык 3 км га тигез. Икенче җәяүле беренчесен күпме вакыттан соң куып җитәр?

Рәс. 4.7

Чишү. Икенче җәяүленең тизлеге беренчесенекеннән $6 - 4 = 2$ (км/сәг) зуррак, ягъни *якынаю тизлеге* 2 км/сәг тигез. Ул вакытта беренче җәяүлене икенчесе $3 : 2 = 1{,}5$ (сәг) тән соң куып җитәр.

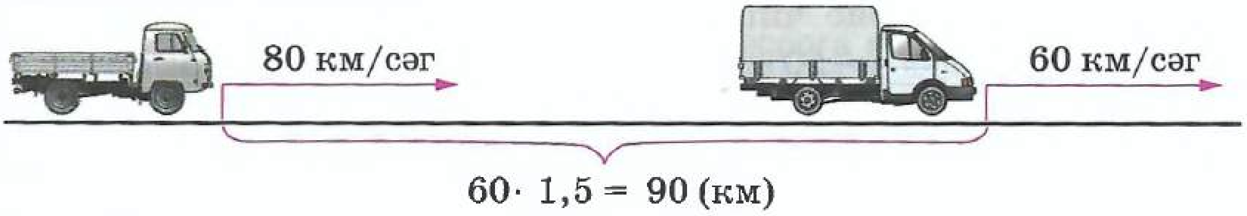
Игътибар итегез: әгәр җәяүлеләр урыннары белән алмашсалар, һәр сәгать саен алар бер-берсеннән $6 - 4 = 2$ (км/сәг) ераклашкан булырлар иде. Бу аларның *ераклашу тизлеге*. Мәсәлән, ярты сәгатьтән җәяүлеләр арасындагы ераклык 1 км га артыр иде.

- Һәр рәсем өчен (рәс. 4.8, *а–г*):
  1) бу рәсем сурәтләгән ситуацияне тасвирлагыз;
  2) бу очракта нинди тизлек турында — якынаю яки ераклашу турында сүз алып барырга кирәк, һәм бу тизлекне табыгыз.



Рәс. 4.8

2 нче мәсьәлә. Автомобиль A пунктыннан 60 км/сәг тизлек белән чыгып киткән. 1,5 сәг тән соң аның артыннан 80 км/сәг тизлек белән икенче автомобиль чыккан (рәс. 4.9). Икенче автомобиль беренчесен күпме вакыттан соң һәм A дан нинди ераклыкта куып җитәр?



Рәс. 4.9

Чишү.

1) $60 \cdot 1{,}5 = 90$ (км) — 1,5 сәг тә беренче автомобиль үткән ераклык;
2) $80 - 60 = 20$ (км/сәг) — автомобильләрнең якынлашу тизлеге;
3) $90 : 20 = \frac{90}{20} = \frac{9}{2} = 4{,}5$ (сәг) — икенче автомобильгә беренчесен куып җитү өчен кирәк булган вакыт.
4) $80 \cdot 4{,}5 = 360$ км — A пунктыннан икенче автомобиль беренчесен куып җитә алырлык ераклык.

Җавап. 4 сәг 30 мин тан соң; 360 км.

Мәсьәләне чишү өчен план төзегез: «Алия өйдән чыгып китә, ә 6 мин тан соң аның артыннан апасы чыга. Алия 1 мин та 50 м үтә, ә апасы — 70 м. Апасы Алияне үзе чыгып киткәннән соң ничә минуттан куып җитәр?

A

390 1) Ике велосипедчы бер үк вакытта бер үк пункттан капма-каршы юнәлешләрдә 10 км/сәг һәм 12 км/сәг тизлекләр белән чыгып китәләр. 1 сәг тән соң; 1,3 сәг тән соң алар бер-берсеннән нинди ераклыкта булырлар?
2) Ике велосипедчы ике посёлоктан бер үк вакытта кара-каршы чыгып китәләр һәм 0,6 сәг тән соң очрашалар. Берсенең тизлеге 11 км/сәг, икенчесенең — 14 км/сәг. Посёлок арасындагы ераклык күпмегә тигез?
3) Ике туристик база арасындагы ераклык 22,5 км. Бу базалардан бер үк вакытта бер-берсенә кара-каршы ике турист чыгып китә. Аларның берсе 4,3 км/сәг тизлек белән, икенчесе 4,7 км/сәг тизлек белән бара. 1 сәг тән соң; 1,5 сәг тән соң туристлар арасында нинди ераклык булыр? Алар ничә сәгатьтән соң очрашырлар?

391 Станцияләр арасындагы ераклык 350 км. Бу станцияләрдән бер үк вакытта бер-берсенә кара-каршы ике поезд чыгып китә. Алар 2,5 сәг тән соң очрашалар. Икенче поездның тизлеге 65 км/сәг булса, беренчесенең тизлеген табыгыз.
Ярдәм. Башта поездларның якынаю тизлеген табыгыз.

392 1) Автобусның тизлеге 50 км/сәг, автомобильнең 80 км/сәг. Автобус һәм автомобиль арасындагы ераклык ничек үзгәрер (кимерме яки артырмы) һәм сәгатькә ничә километрга, әгәр алар бер юнәлештә хәрәкәт итсәләр һәм:

а) автобус автомобиль артыннан барса;

б) автомобиль автобус артыннан барса.

2) Мәсьәләне чишегез:

а) Бер шоссе юлы буенда урнашкан шәһәрләр арасындагы ераклык 34 км га тигез. Бу шәһәрләрдән бер үк вакытта бер юнәлештә ике автобус чыгып киткән. Беренче автобусның тизлеге 70 км/сәг, икенчесенеке — 40 км/сәг. 0,5 сәг тән соң алар арасындагы ераклык нинди булыр? Күпме вакыттан соң алар арасындагы ераклык 94 км булыр?

б) Илсөяр өйдән мәктәпкә чыгып киткәндә, Гүзәл аннан 240 м га алдарак була. Илсөяр 80 м/мин тизлек белән, ә Гүзәл 60 м/мин тизлек белән барса, ничә минуттан Илсөяр Гүзәлне куып җитәр? Илсөяр Гүзәлне өйдән нинди ераклыкта куып җитәр?

393 Бер үк пристаньнан бер үк юнәлештә бер үк вакытта ике катер чыгып киткән. Аларның тизлекләре 20 км/сәг һәм 30 км/сәг. 1 сәг тән; 1,5 сәг тән алар арасындагы ераклык күпме булыр? Ничә сәгатьтән соң алар арасында ераклык 25 км га тигез булыр?

394 **План буенча эш итәбез** Мәсьәләне укып чыгыгыз:

«*A* һәм *B* станцияләре арасындагы ераклык 165 км га тигез. Бу станцияләрдән бер үк вакытта бер-берсенә кара-каршы ике поезд чыгып китә. Алар 1,5 сәг тән соң *A* станциясеннән соң 90 км да урнашкан разъездда очрашалар. Поездлар нинди тизлек белән баралар?»

Мәсьәләне план буенча чишегез:

1) Поездларның якынаю тизлеге күпмегә тигез?

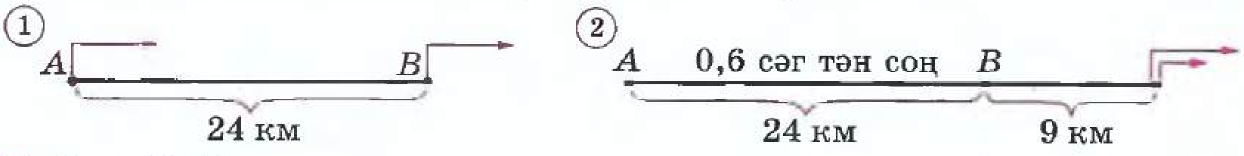
2) *A* станциясеннән килүче поездның тизлеге күпмегә тигез?

3) *B* станциясеннән поездларның очрашу урынына кадәр ераклык күпме булыр?

4) *B* станциясеннән килүче поездның тизлеге күпмегә тигез?

395 *A* һәм *B* посёлоклары арасы 24 км. *A* посёлогыннан В посёлогы юнәлешендә автобус чыгып киткән. Аның белән бер үк вакытта *B* посёлогыннан шул ук юнәлештә велосипедчы чыккан. 0,6 сәг тән соң автобус велосипедчыны *B* посёлогыннан 9 км ераклыкта куып җиткән. Автобус нинди тизлек белән барган һәм велосипедчының тизлеге нинди булган?

Ярдәм. Схематик рәсемнән файдаланыгыз (рәс. 4.10)



Рәс. 4.10

396 а) Көймәнең үз тизлеге 8,5 км/сәг, елганың агым тизлеге 3,5 км/сәг. Пристаньнар арасындагы ераклык 15 км. Пристаньнар арасындагы юлга (ары һәм бире) көймә күпме вакыт сарыф иткән?

б) *B* шәһәре *A* шәһәреннән елга агымыннан түбәнрәк 63 км да урнашкан. Теплоход *A* дан *B* га һәм кирегә бара. Теплоходның үз тизлеге 32 км/сәг, ә елганың агым тизлеге 4 км/сәг булса, аңа әйләнеп кайтканда вакыт күпмегә күбрәк кирәк булачак?

397 а) Моторлы көймә агым уңаена 2,5 сәг елга, аннары 2 сәг күл буйлап йөзгән. Көймәнең үз тизлеге 32 км/сәг, елганың агым тизлеге 2,4 км/сәг. Бу вакыт эчендә моторлы көймә нинди ара үткән?

б) Туристлар 4,5 сәг салда йөзгәннәр, аннары 1,5 сәг — байдаркада. Елганың агым тизлеге 2 км/сәг, байдарканың торгын судагы тизлеге 20 км/сәг. Туристлар күпме араны йөзеп үткәннәр?

Б

398 1) Автобуслар колоннасы шоссе юлы буйлап 60 км/сәг тизлек белән хәрәкәт итә. Патруль машинасының тизлеге 85 км/сәг. Патруль машинасы колонна азагыннан аның башына таба хәрәкәт итсә, ул беренче автобуска нинди тизлек белән якынлаша? Патруль машинасы колонна башыннан аның азагына таба хәрәкәт итсә, ул соңгы автобуска нинди тизлек белән якынлаша?

2) 400 м озынлыктагы автобуслар колоннасы шоссе буйлап 50 км/сәг тизлек белән хәрәкәт итә. Машинасы колонна азагында булган инспекторга колонна башына барып җитәргә кирәк. Инспектор 60 км/сәг тизлек белән барса, ул баштагы автобусны ничә минутта узып китәр?

Ярдәм. 400 м ны километрларда белдерегез.

399 Турист *A* пунктыннан *B* пунктына 4,5 км/сәг тизлек белән чыккан. 2 сәг тән соң *B* пунктына *A* юнәлешендә шундый ук тизлек белән почтальон чыккан, һәм 0,5 сәг тән соң ул туристны очраткан. *A* дан *B* га кадәрге ераклыкны табыгыз.

400 Самат өйдән чыккан һәм 50 м/мин тизлек белән стадионга юнәлгән. 2 мин тан соң аның артыннан 60 м/мин тизлек белән абыйсы чыккан һәм Саматны стадион янында куып җиткән. Стадион өйдән нинди ераклыкта урнашкан?

401 Араларындагы ераклык 45 км булган ике шәһәрдән бер үк вакытта бер үк юнәлештә 70 км/сәг һәм 60 км/сәг тизлекләр белән автомобильләр чыккан, өстәвенә беренче автомобиль икенчесен куып бара. Ничә сәгатьтән соң автомобильләр арасындагы ераклык 10 км га тигез булган? Ни өчен мәсьәләнең ике чишелеше була?

402 Бер үк вакытта *A* һәм *B* пунктларыннан бер-берсенә кара-каршы ике поезд чыккан. A һәм B пунктлары арасындагы ераклык 350 км га тигез. Бер поездның тизлеге 65 км/сәг, икенчесенеке — 75 км/сәг. Ничә сәгатьтән алар арасындагы ераклык 70 км булыр? Ни өчен мәсьәләнең ике чишелеше була?

403 Көймә һәм сал елга буйлап бер-берсенә кара-каршы йөзәләр. Алар арасындагы ераклык 9 км. 0,5 сәг тән көймә һәм сал очрашалар. Көймә 15 км/сәг тизлек белән йөзә. Елганың агым тизлеге һәм көймәнең үз тизлеге күпмегә тигез?

К

404 Вакланмаларны кимү тәртибендә урнаштырыгыз: $\frac{5}{11}$; $\frac{3}{7}$; 0,5.

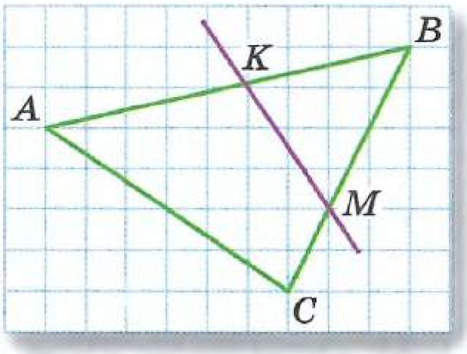
405 Табыгыз: а) 50 м ның 0,6 сын; б) 7 км ның 0,01 ен; в) 1 кг ның 0,1 ен.

406 Расламаларның һәрберсен кире кагыгыз.

1) Вакланмага бүлгәндә, өлештә бүленүчедән кимрәк сан чыга.

2) Ике вакланмалы санның суммасы шулай ук вакланмалы сан була.

407 4.11 нче рәсемнең копиясен төшерегез. Өчпочмакның һәр түбәсеннән *KM* турысына кадәрге ераклыкны табыгыз. Җавапны сантиметрларда языгыз.



Рәс. 4.11

Сез нәрсәгә өйрәндегез

Мәҗбүри белем күнекмәләре

Унарлы вакланмаларның кушу һәм алу кагыйдәләрен беләм; унарлы вакланмаларны куша һәм ала беләм.

1. 24,9 һәм 8,23 саннарының суммасын һәм аермасын исәпләү мисалында унарлы вакланмаларны ничек кушарга һәм алырга кирәклеген аңлатыгыз.
2. Исәпләүләрне баганалап башкарып, 3,005 + 0,265 + 18,79 суммасын табыгыз.

Вакланмаларны 10, 100, 1000, ... га тапкырлый һәм бүлә алам.

3. Исәпләгез:
а) 7,045 · 100; б) 0,8 · 1000; в) 25,14 : 10; г) 6,38 : 100.
4. а) 1,35 км ны метрларда;
б) 730 г ны килограммнарда белдерегез.

Унарлы вакланмаларны тапкырлау кагыйдәсен беләм; унарлы вакланмаларны тапкырлый алам.

5. Унарлы вакланманы унарлы вакланмага; натураль санга тапкырлаганда өтернең урынын ничек билгелиләр, сөйләгез. Исәпләгез:
а) 9,38 · 1,5; б) 0,06 · 50; в) $0{,}3^3$.

6. Бүлүне почмаклап башкарып, өлешне исәпләгез: а) 7,92 : 1,8; б) 0,91 : 2,6.

7. Өлешне табыгыз: 0,7 : 0,3.

Вакланмалы саннар кергән аңлатмаларның кыйммәтен таба беләм, шулай ук мәсьәләләр чишү барышында башкара алам.

8. Аңлатмаларның кыйммәтен табыгыз: 8,8 – (2,6 + 1,68) : 4.

9. Исәпләгез:

а) $0,7 + \frac{3}{5}$; б) $\frac{1}{6} \cdot 0,8$; в) 12 : 2,8; г) $\frac{1,2 \cdot 3}{40}$.

10. Турист 4,5 км/сәг тизлек белән бара. 1,8 км ны ул күпме вакытта үтәр? 1,2 сәг тә ул күпме юл үтәр?

11. Турбазадан бер үк вакытта бер үк юнәлештә 3,5 км/сәг һәм 4,2 км/сәг тизлек белән ике турист чыккан. 2 сәг тән соң алар арасында күпме ераклык булыр?

12. Остаханәдә 110 м тукымадан 7 кәнәфи тышлыгы (чехол) һәм 3 диван тышлыгы теккәннәр. Кәнәфи өчен тышлыкка 6,5 м тукыма киткән. Диван өчен тышлыкка күпме тукыма киткән?

Унарлы вакланмаларны түгәрәкләү кагыйдәләрен беләм һәм аларны практикада куллана алам.

13. 1,69457 санын унынчы өлешләргә кадәр, йөзенче өлешләргә кадәр, меңенче өлешләргә кадәр түгәрәкләгез.

14. 5,7 м озынлыктагы тасманы 4 тигез өлешкә бүлгәннәр. Һәр кисәкнең якынча озынлыгын табыгыз. Җавапны метрларда һәм сантиметрларда белдерегез.

Тагын башка биремнәрне дә башкара алам (берничә номерны күрсәтегез).

5 нче БҮЛЕК

Әйләнә

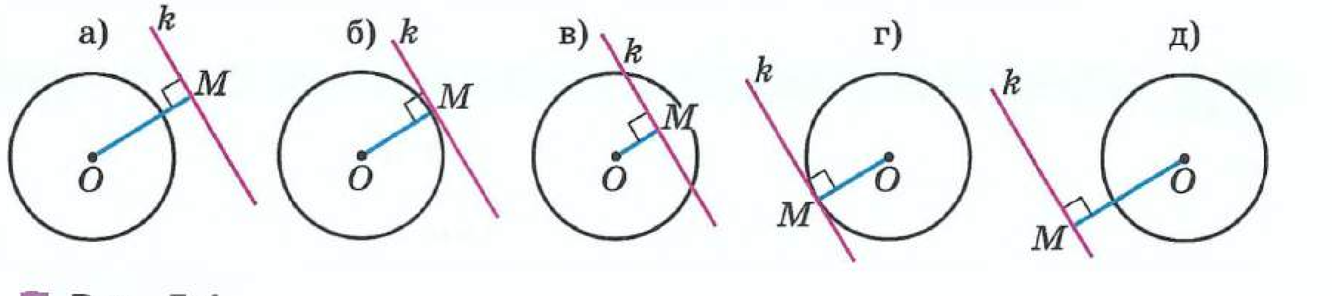
Яссылыкта ике туры кисешә яки параллель була. Туры белән әйләнәнең үзара торышы ничек булуы мөмкин? Яки ике әйләнәнең? Тормышта андый очраклар буламы? Әйе. Мәсәлән, сез сәгать механизмын күргән булсагыз, анда әйләнеп һәм бер-берсенә эләгеп торучы тәгәрмәчләргә игътибар иткәнсездер.
Ә сезгә ату коралы — пращ танышмы? Снарядны ату өчен, пращ баш өстендә әйләндерелә, ә иң көчле селтәү моментында аның буш очы ычкындырыла, һәм снаряд ычкыну моментында әйләнә радиусына перпендикуляр булган туры буенча оча. Бу әле ике генә мисал.

5.1 Әйләнә һәм туры

5.1 нче *а* рәсемендә үзәге *O* ноктасында булган әйләнә һәм аны кисми торган *k* турысы сурәтләнгән. *O* үзәгеннән турыга кадәр ераклык *OM* перпендикулярының озынлыгына тигез. Ул әйләнәнең радиусыннан зуррак.

Хәзер турыны әйләнәнең үзәгенә якынайтып, үз-үзенә параллель итеп күчерәбез. Ниндидер моментта үзәктән турыга кадәрге ераклык радиуска тигезләшә һәм *M* ноктасы әйләнәдә булып чыга (рәс. 5.1, *б*). Бу очракта *k* турысын **әйләнәгә орынма** дип, ә *M* ноктасын *орыну ноктасы* дип атыйлар.

Үзәккә хәрәкәт итүне дәвам итәбез. Үзәктән турыга кадәрге ераклык башта кими, ә инде туры үзәк аша үткәннән соң, яңадан арта башлый. Бу ераклык радиустан кимрәк булганда, туры әйләнәне кисә торган була (рәс. 5,1, *в*). Ул инде тагын радиуска тигез булса, без тагын бер орынманы табабыз (рәс. 5.1, *г*). Аннары яңадан туры белән әйләнәнең уртак нокталары булмый (рәс. 5.1, *д*).



Рәс. 5.1

Шулай итеп, туры белән әйләнә кисешергә мөмкин, кисешмәскә мөмкин һәм, ниһаять, туры әйләнәгә орынырга мөмкин.

- Һәр очрак өчен (5.1 нче рәс. к.) әйләнә радиусын һәм әйләнә үзәгеннән турыга кадәрге ераклыкны чагыштырыгыз.
- Туры белән әйләнәнең ничә уртак ноктасы булуы мөмкин?

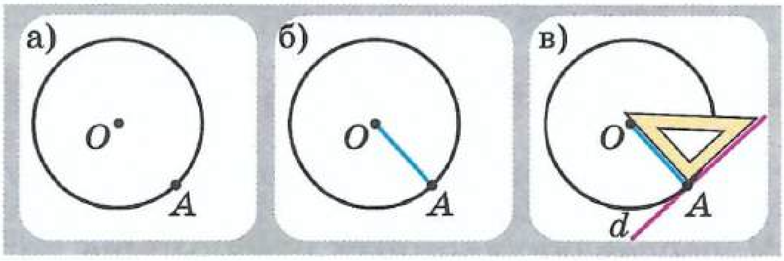
5.1 нче *б* рәсемендә орынманың үзлеге яхшы күренә:

Орыну ноктасына үткәрелгән орынма радиуска перпендикуляр була.

Әйләнәгә орынма төзү ысулы шушы үзлеккә нигезләнгән. 5.2 нче *а* рәсемендә үзәге O ноктасында булган әйләнә сурәтләнгән, анда A ноктасы билгеләнгән. Бу ноктада әйләнәгә орынма төзик:

- OA радиусын үткәрик (рәс. 5.2, *б*);
- OA радиусына перпендикуляр һәм A ноктасы аша үтүче d турысын сызыйк (рәс. 5.2, *в*).

d турысы — A ноктасында әйләнәгә орынма ул.



Рәс. 5.2

Алга таба күп кенә физик күренешләрне тасвирлаганда орынманың зур роль уйнаганын белерсез. Фотога карагыз. Анда кайракның кызган кисәкчекләре — чаткыларның, аннан аерылып китеп, аерылу ноктасында түгәрәккә орынма булып очып китүе бик яхшы күренә.

- Әйләнәгә орынма нинди үзлеккә ия?
- Нинди дә булса турыга параллель итеп, әйләнәгә ничә орынма үткәреп була?

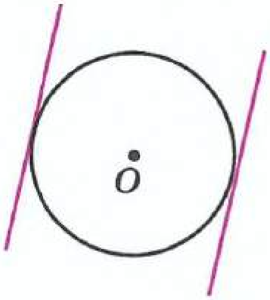
А

408 Әйләнә үзәгеннән турыга кадәрге ераклык 4 см га, ә әйләнәнең радиусы: а) 3 см; б) 4 см: в) 6 см га тигез булса, туры белән әйләнәнең үзара торышы турында нәрсә әйтергә мөмкин?

Ярдәм. Схематик рәсемен ясагыз.

409 **Алгоритм буенча эшлибез** Теләсә нинди әйләнә сызыгыз һәм анда *A* ноктасын билгеләгез. *A* ноктасында әйләнәгә орынма үткәрегез.

410 Радиусы 6 см га тигез булган әйләнәгә ике параллель орынма үткәрелгән (рәс. 5.3). Алар арасындагы ераклык күпмегә тигез?



Рәс. 5.3

411 **Сынап карыйбыз** Ике параллель туры сызыгыз. Бу ике туры орынма булырлык итеп әйләнә сызыгыз. Андый ничә әйләнә төзергә була? Аларның үзәкләре кайда ята?

412 **Анализ ясыйбыз** *k* турысы белән әйләнә *A* һәм *B* нокталарында кисешәләр. *k* турысы әйләнә үзәгенә үз-үзенә параллель булып күчә. *AB* кисемтәсенең озынлыгы нинди моментта иң зур була? Тиешле рәсемне ясагыз.

Б

Сынап карыйбыз (413—414)

413 Туры үткәрегез һәм бу туры әйләнәгә орынма булырлык итеп, радиусы 3 см булган нинди дә булса әйләнә сызыгыз. Шундый ничә әйләнә үткәрергә була? Аларның үзәкләре кайда урнашкан?

414 Туры үткәрегез һәм анда нинди дә булса *M* ноктасын билгеләгез. Әлеге турыга *M* ноктасында орынучы төрле радиустагы берничә әйләнә сызыгыз. Барлык шундый әйләнәләрнең үзәкләре кайда урнашкан?

415 Дәфтәрегездә ягы 8 см булган квадрат сызыгыз. Квадратның барлык якларына орынучы әйләнә сызыгыз.

К

416 Әлеге санны ике унарлы вакланманың тапкырчыгышы рәвешендә күрсәтегез (ике чишелешен күрсәтегез):

а) 0,12; б) 0,064; в) 0, 0002; г) 0,3.

417 Һәр аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

1) $25 - 3{,}6 \cdot 1{,}5 + 2{,}5$;

2) $(25 - 3{,}6) \cdot (1{,}5 + 2{,}5)$;

3) $25 - 3{,}6 \cdot (1{,}5 + 2{,}5)$.

418 **Практик ситуация** 1) 5 кг га чыдый торган полиэтилен пакетка 1,8 кг кыяр һәм аннан 1,5 тапкырга күбрәк алма салганнар. Пакет ертылмасмы?

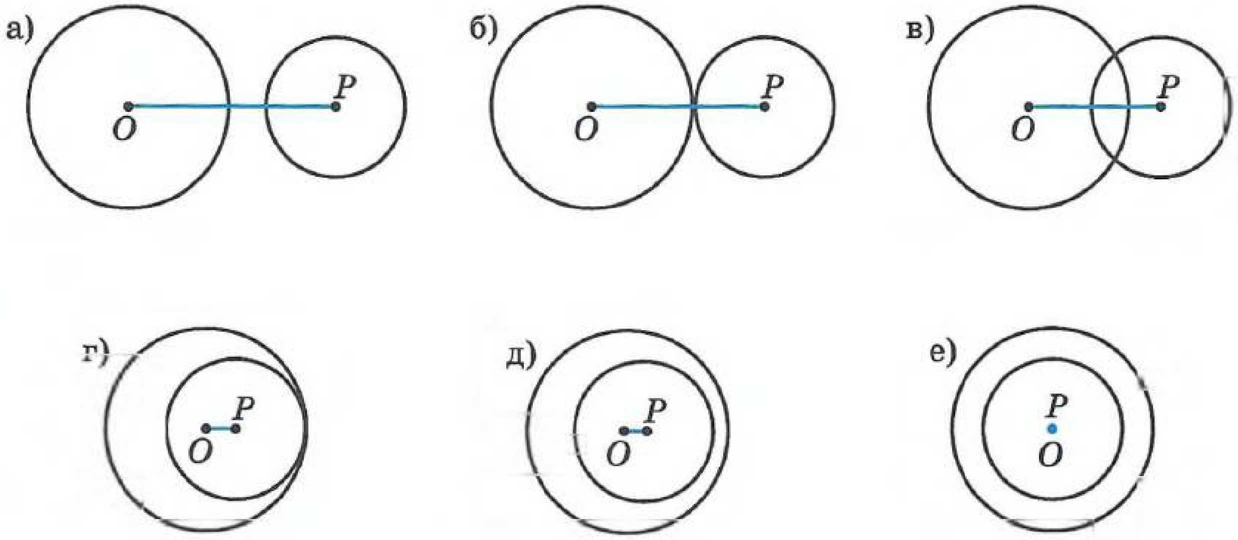
2) Сез дәү әниегезгә төрле төстәге җепләрдән йон келәм эшләү өчен материал әзерләргә булышырга телисез, ди. Кирәкле бизәкне ясау өчен барлык җепләрнең $\frac{1}{10}$ е кызыл төстә булырга тиеш, $\frac{2}{5}$ се — зәңгәр, $\frac{3}{20}$ е — коңгырт, калганнары — ак төстә. Дәү әниегезнең ак төстәге 700 г җебе бар. Эшне башкару өчен, һәр төстәге җепне ничә грамм алырга кирәклеген белегез.

5.2 Яссылыкта ике әйләнә

5.4 нче *а* рәсемендә ике әйләнә сурәтләнгән. *O* ноктасы — зур әйләнәнең үзәге, *P* ноктасы — кечкенәсенең үзәге. Кечерәк әйләнә тулысынча зурысыннан читтә ята, һәм аларның үзәкләре арасындагы ераклык радиусларының суммасыннан зуррак.

Кечерәк әйләнәне зурысы юнәлешендә күчерә башлыйбыз. Бу вакытта әйләнәләрнең үзәкләре якынаячак.

Ниндидер моментта кечерәк әйләнә зурысына орыначак, һәм аларның үзәкләре арасындагы ераклык радиусларның суммасына тигез булачак (рәс. 5.4, *б*). Мондый орыну *тышкы* орыну дип атала.



Рәс. 5.4

Әгәр әйләнәләрнең үзәкләрен якынайта барсак, әйләнәләр башта кисешәчәк (рәс. 5.4, *в*), аннары яңадан бер-берсенә орыначак (рәс. 5.4, *г*).

Бу очракта орыну *эчке* орыну була, һәм үзәкләр арасындагы ераклык радиусларның аермасына тигезләшә.

Әйләнәләрнең үзәкләрен якынайта барып, без кисешмәүче әйләнәләрне табабыз, ләкин хәзер кечкенә әйләнә тулысынча зурысы эчендә ятачак (рәс. 5.4, *д*).

Үзәкләре тәңгәл килгән очракта әйләнәләрне *концентрик* әйләнәләр дип атыйлар (рәс. 5.4, *е*). Кечкенә ташны тыныч сулык өстенә ыргытсак, таш төшү ноктасыннан концентрик әйләнәләрнең таралуын күрерсез.

Судагы әйләнәләр

Бер әйләнәнең радиусы 3 см, икенчесенеке 1 см га тигез булсын. Аларның үзәкләре арасындагы ераклыкны чагыштырыгыз: а) радиусларның суммасы белән (рәс. 5.4, *а–в*); б) радиусларның аермасы белән (рәс. 5.4, *г*, *д*).

А

419 Ике әйләнәне: кисешерлек итеп, кисешмәслек итеп сызыгыз. Һәр очракта әйләнәләрнең үзәкләре арасындагы ераклыкны үлчәгез.

420 Таблицада ике әйләнәнең үзәкләре арасындагы *OA* ераклыгы һәм аларның *R* һәм *r* радиуслары китерелгән. Бу әйләнәләрне сызыгыз. Һәр очракта әйләнәләрнең иң ерак һәм иң якын нокталары арасындагы ераклыкны табыгыз.

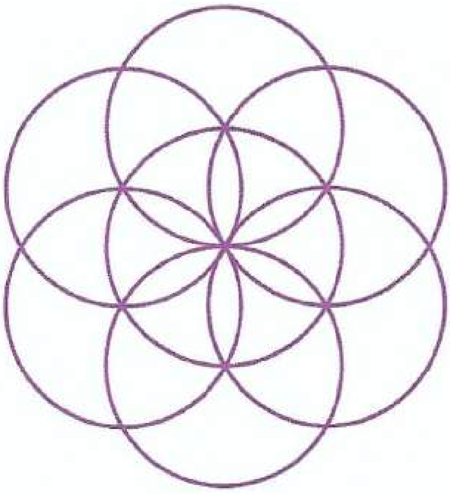
OA, см	0,5	1	6	5	2
R, см	3	4	2	3	2,5
r, см	2	3	2	2	2

421 Радиусы 5 см булган ике әйләнә бер-берсенә тышкы орыну белән орыналар. Аларның үзәкләре арасындагы ераклыкны табыгыз.

422 Радиуслары 2 см, 3 см, 4 см булган өч концентрик әйләнә сызыгыз.

423 Төзү ысулын эзлибез 5.5 нче рәсемдә сурәтләнгән чәчәкне төзегез.

424 Сынап карыйбыз Ике әйләнәнең үзара торышындагы һәр очрагы өчен (рәс. 5.4 не к.) әйләнәләрнең икесенә дә орынучы ничә төрле туры үткәрергә мөмкин булуын белегез. Дәфтәрдә схематик рәсемнәрне ясагыз.



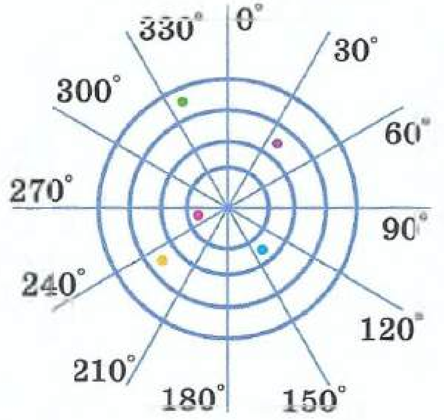
Рәс. 5.5

Б

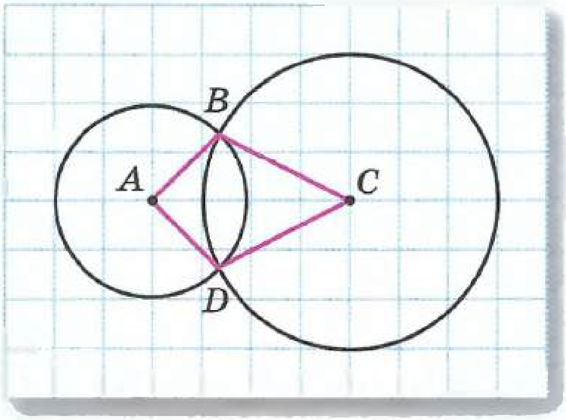
425 Практик ситуация Сез аэропорт диспетчеры булып эшлисез, ди. 5.6 нчы рәсемдә радар экраны сурәтләнгән. Әйләнәнең үзәге — аэропорт торган урын, экрандагы нокталар — самолётлар. Әйләнәләрнең радиуслары 50, 100, 150 һәм 200 км га туры килә. Ике күрше нурлар арасындагы ераклык 30° ка тигез.

1) Самолётларның кайсысы аэропортка башкаларына караганда иң якын; иң ерак тора?
2) Кайсы самолёт 50 дән 100 км га кадәр диапазонда урнашкан?
3) Җөмләне тулыландырыгыз: «Кызыл самолётка таба юнәлеш нуль юнәлеше белән якынча ... градуска тигез булган почмакны тәшкил итә, самолёт якынча ... км ераклыкта».
4) Һәр самолётның якынча торган урынын билгеләгез.

426 *ABCD* дүртпочмагының (рәс. 5.7; бер шакмакның ягы 5 мм га тигез) периметрын табыгыз.



Рәс. 5.6



Рәс. 5.7

К

427 Гамәлләрне башкарыгыз:

а) $1{,}485 : (0{,}513 + 0{,}477)$; б) $\dfrac{1 - \dfrac{1}{\frac{3}{4} + 1}}{3}$.

428 Өлешне табыгыз: а) 10 : 3; б) 41 : 8; в) 57 : 30; г) 14 : 42.

429 Туристлар станциягә таба 4,6 км/сәг тизлек белән баралар. Аларга 11 км юл үтәсе калган. Мондый тизлек белән барсалар, туристлар 3 сәг тән китә торган поездга өлгерерләрме?

430 Кибеткә 3 т бәрәңге китергәннәр. Беренче көнне барлык бәрәңгенең — 30% ын, икенче көнне 45% ын сатканнар. Кайсы көнне бәрәңге күбрәк сатылган һәм ничә тапкырга? Мәсьәләдә артык биремнәр бармы?

5.3 Өчпочмак төзү

Мондый эксперимент үткәрегез: металл конструктор элементларыннан дүртпочмак һәм өчпочмак җыегыз һәм аларның якларын күчереп йөртеп карагыз. Бу вакытта дүртпочмак үзгәрә, ә өчпочмак үзгәрми. Өчпочмак — каты фигура, дип әйтәләр. Аның бу үзлеген практикада, мәсәлән, металл конструкторларны беркетү өчен кулланалар. Ә математиклар, өчпочмак үзенең өч ягы белән төгәл билгеләнә, диләр.

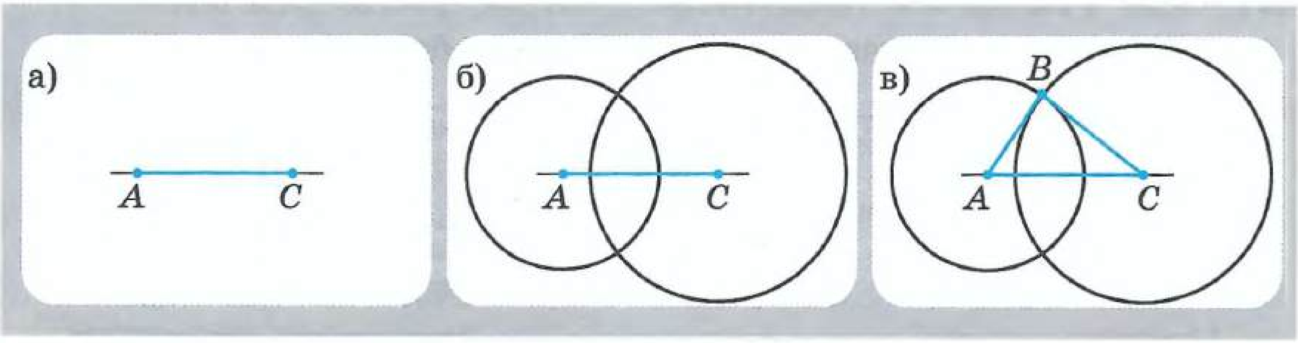
Электр үткәрү линияләре

Яклары 3 см, 4 см һәм 5 см булган өчпочмак төзик. Моның өчен безгә линейка һәм циркуль кирәк булачак.

Туры сызыйк һәм анда өчпочмак якларының берсенә, мәсәлән, 5 см га тигез булган кисемтә салыйк. Аның очларын — булачак өчпочмакның түбәләрен A һәм C хәрефләре белән тамгалыйк (рәс. 5.8, *а*). Өченче түбәне — B ноктасын ничек төзергә?

Менә монда циркуль кирәк булачак! A ноктасыннан 3 см га ераклашкан теләсә нинди нокта үзәге A ноктасында һәм радиусы 3 см булган әйләнәдә ята. Нәкъ шулай ук C түбәсеннән 4 см га ераклашкан теләсә нинди нокта үзәге C ноктасында һәм радиусы 4 см булган әйләнәдә ята (рәс. 5.8, *б*). Димәк, өчпочмакның өченче түбәсе беренче әйләнәнеке дә, икенчесенеке дә булырга тиеш, димәк, бу әйләнәләрнең кисешү ноктасы була.

Әйләнәләр ике ноктада кисешәләр. Аларның берсен B хәрефе белән тамгалыйк та AB һәм BC кисемтәләре үткәрик. Яклары бирелгән кисемтәләр булган ABC өчпочмагын табабыз (рәс. 5.8, *в*).

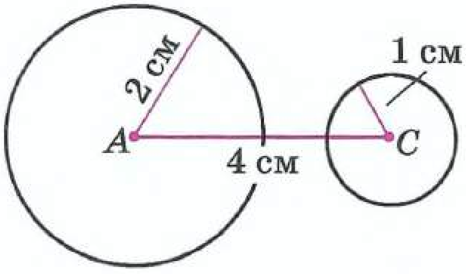


Рәс. 5.8

Аңлашыла ки, без әйләнәләр кисешкәндәге икенче ноктаны алган булсак, ABC өчпочмагына тигез булган икенче өчпочмакны тапкан булыр идек.

Яклары 2 см, 3 см һәм 4 см булган өчпочмак төзегез.

Хәзер яклары 1 см, 2 см һәм 4 см булган өчпочмак төзеп карыйбыз. Без моны эшли алмыйбыз — әйләнәләр кисешмәячәк (рәс. 5.9). Бу мисал теләсә кайсы өч кисемтә өчпочмакның яклары була алмавын күрсәтә.



Рәс. 5.9

Мондый сорау туа: кайсы очракта өч кисемтә өчпочмакның яклары булып хезмәт итә ала, кайсында — юк? Беренче очракта әйләнәләр кисештеләр, чөнки аларның үзәкләре арасындагы ераклык радиуслары суммасыннан кечерәк (рәс. 5.4, *в* ны к.). Икенче төзүдә әйләнәләр кисешмәде, чөнки аларның үзәкләре арасындагы ераклык радиуслары суммасыннан зуррак (рәс. 5.4, *а* ны к.). Әйләнәләрнең үзәкләре арасындагы ераклык аларның радиуслары суммасына тигез булганда да өчпочмак килеп чыкмый (рәс. 5.4, *б* ны к.).

Шулай итеп, өч кисемтәнең һәрберсе башка икесенең суммасыннан кечерәк булса, өч кисемтәдән өчпочмак төзергә була. Чынбарлыкта, иң зур кисемтәнең башка икесенең суммасыннан кечерәк булуын тикшерү дә җитә.

Математиклар *өчпочмак тигезсезлеге* дип атаган нәтиҗәгә килдек:

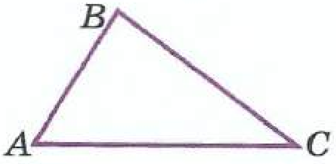
Өчпочмакның теләсә кайсы ягы аның калган ике ягының суммасыннан кечерәк.

Өч кисемтә бирелгән. Яклары шундый кисемтәләргә тигез булган өчпочмак төзергә мөмкинме, моны ничек тикшерергә?

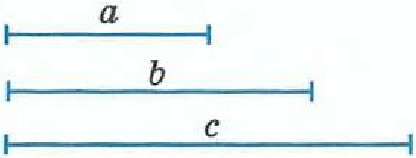
А

431 *ABC* өчпочмагына тигез булган өчпочмак төзегез (рәс. 5.10).
Күрсәтмә. Өчпочмакның якларын циркуль белән үлчәгез.

432 5.11 нче рәсемдә сурәтләнгән кисемтәләр — өчпочмакның яклары. Бу өчпочмакны төзегез.



Рәс. 5.10



Рәс. 5.11

433 Алгоритм буенча эшлибез а) Ягы 6 см булган тигезьяклы өчпочмак төзегез.
б) Нигезе 4 см, ян-яклары 5 см булган тигезьянлы өчпочмак төзегез.

434 **Сынап карыйбыз** 1) Яклары: а) 7 см, 3 см һәм 3 см; б) 6 см, 4 см һәм 2 см га тигез булган өчпочмакны төзеп булмавына инаныгыз. Өчпочмак төзеп булырлык итеп, бер ягының озынлыгын үзгәртегез. Төзүне башкарыгыз.

2) Яклары түбәндәгечә булган өчпочмакны төзеп буламы: а) 11 см, 13 см, 25 см; б) 15 см, 6 см, 12 см; в) 20 см, 18 см, 38 см?

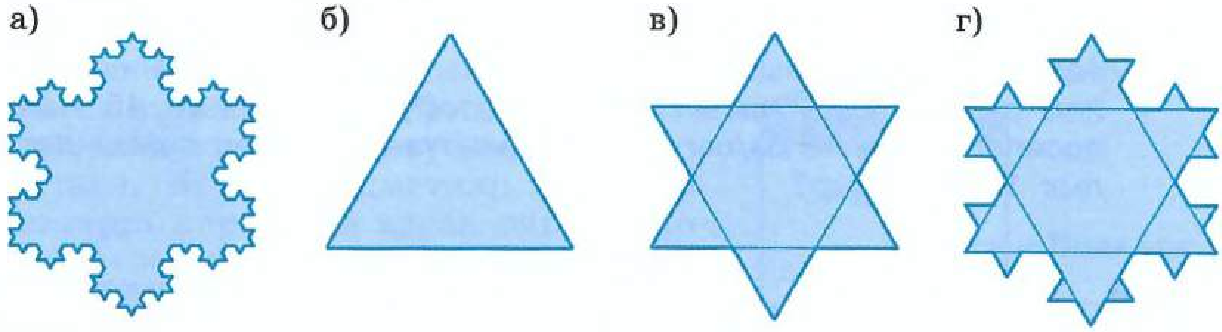
435 **Алгоритм буенча эшлибез** 1) Түбәндәге алгоритм буенча яклары 3 см һәм 5 см, ә бу яклар арасындагы почмак 80° ка тигез булган өчпочмак төзегез:

- 80° ка тигез булган почмак сызыгыз;
- почмакның бер ягында 3 см га, ә икенче ягында 5 см га тигез булган кисемтә салыгыз;
- табылган нокталарны тоташтырыгыз.

2) Өчпочмакның ике ягы һәм алар арасындагы почмак билгеле булса, өчпочмак төзегез: а) 6 см, 7 см һәм 30°; б) 3 см, 4 см һәм 120°; в) 4 см, 6 см һәм 90°.

Б

436 **Закончалыкны эзлибез** 5.12 нче *а* рәсемендә сурәтләнгән күппочмак Кох кар бөртеге дип атала. Аны түбәндәге алгоритм буенча төзегез:

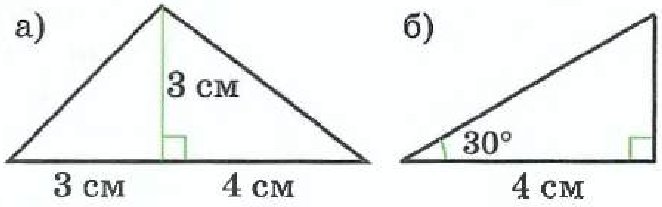


Рәс. 5.12

- сызыклы булмаган кәгазь битендә ягы 9 см булган тигезьянлы өчпочмак сызыгыз (рәс. 5.12, *б*);
- өчпочмакның һәр ягын 3 тигез өлешкә бүлегез һәм урта өлешендә тигезьяклы өчпочмак төзегез (рәс. 5.12, *в*);
- бу төзүне табылган күппочмакның һәр 12 ягында кабатлагыз (рәс. 5.12, *г*);
- 5.12 нче *а* рәсемендә сурәтләнгән кар бөртеге килеп чыксын өчен, төзүнең тагын бер этабын башкарырга кирәк.

Төзүнең һәр этабында Кох кар бөртеге якларының саны ничә тапкырга арта? Бу вакытта аның якларының озынлыгы ничә тапкырга кими? Һәрбер этапта табылган кар бөртегенең ничә ягы була? Аның периметры күпмегә тигез?

437 **Төзү ысулын эзлибез**
5.13 нче *а, б* рәсемнәрендә күрсәтелгән элементлары буенча өчпочмак төзегез.



Рәс. 5.13

438 **Исәпләү ысулын эзлибез**
2 см, 3 см, 5 см һәм 6 см озынлыктагы дүрт кисемтә бирелгән. Өчпочмак тигезсезлегеннән файдаланып, бу кисемтәләрдән төрлеяклы төрле-төрле ничә өчпочмак төзергә мөмкин?

К

439 Гамәлләрне башкарыгыз: а) $(0{,}24 + 0{,}96) : 0{,}25$; б) $\dfrac{2 - \dfrac{\frac{1}{2} - \frac{1}{4}}{2}}{2 + \dfrac{\frac{1}{2} - \frac{1}{4}}{2}}$.

440 30 000 сайлаучыдан 24 000 кеше тавыш бирергә килгән. Тавыш бирүдә сайлаучыларның күпме өлеше катнашкан?

441 18 м тукымадан 15 чалбар тегәргә була. 8 чалбар теккәч, күпме тукыма калыр?

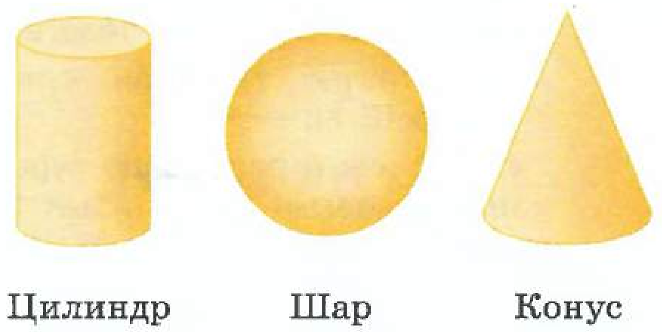
442 Автобус тукталышыннан бер үк вакытта бер үк юнәлештә автобус һәм велосипедчы чыгып киткән. Автобусның тизлеге 45 км/сәг, велосипедчының 15 км/сәг. Күпме вакыттан соң алар арасындагы ераклык 12 км булыр?

5.4 Түгәрәк җисемнәр

Әйләнә-тирә дөньяда предметларның формалары бик күп төрле. Алар арасында күпкырлыклар гына түгел, *түгәрәк җисемнәр* дип аталганнары да бар. Болар — **цилиндр, конус, шар** (рәс. 5.14).

Күпкырлык өслегенең барлык өлешләре яссы. Цилиндр һәм конус өслекләре яссы өлешләрдән һәм кәкреләрдән тора, ә шар түгәрәк.

«Цилиндр» сүзе безгә Борынгы Грециядән килгән һәм ул «вал»ны аңлаткан сүздән килеп чыккан. Цилиндр формасындагы бик күп предметлар кеше кулы белән эшләнгән: бина колонналары,



Рәс. 5.14

торбалар, стаканнар, йорт бүрәнәләре һ. б. А. С. Пушкин яшәгән чорда киелгән баш киеме дә «цилиндр» дип аталган.

Цилиндрның өслеге ике *нигездән* һәм ян өслегеннән тора, аны *цилиндрик* өслек дип тә атап йөртәләр. Цилиндрның нигезләре — ике тигез түгәрәк, алар параллель яссылыкта ята. Рәсемдә аларны ике эллипс — «ямьшәйгән» әйләнәләр белән сурәтлиләр (рәс. 5.15). Нигезләрнең үзәкләрен тоташтыра торган кисемтә аларның һәрберсенә перпендикуляр була, аны *цилиндрның биеклеге* дип атыйлар.

Патша-туп, Мәскәү Кремле

Александр Невский шлемы

Псков Кремле

«Конус» сүзе Борынгы Грециядә «күркә (шишка)» яки «шлемның түбәсе» дип тәрҗемә ителә. Конус-предметлар цилиндр-предметларга караганда азрак очрый. Конус формасында, мәсәлән, бүрәнкә, ком өеме була.

Конус билгеле бер мәгънәдә пирамидага охшаш. Аның пирамиданыкы кебек *түбәсе* һәм *нигезе* бар, ләкин аның нигезендә күппочмак түгел, ә түгәрәк ята. Конус түбәсеннән нигез яссылыгына төшерелгән перпендикуляр түгәрәк үзәгенә төшә (рәс. 5.16). Бу перпендикуляр *конусның биеклеге* дип атала.

Түгәрәк җисемнәр арасында шар аерым урын алып тора. Шарның өслеге *сфера* дип атала. Борынгы греклар аны «каты фигуралардан иң матуры» дип атаганнар.

Без үз планетабызны Җир шары дип атыйбыз. Җир ул шар сыман. Ә сферага мисал булып туп сүрүе, сабын куыгы

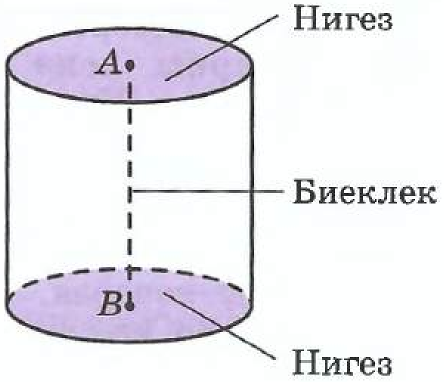
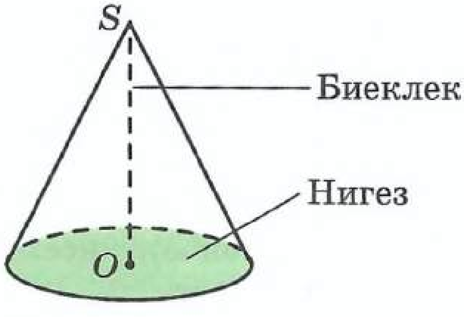


Рис. 5.15



Рәс. 5.16

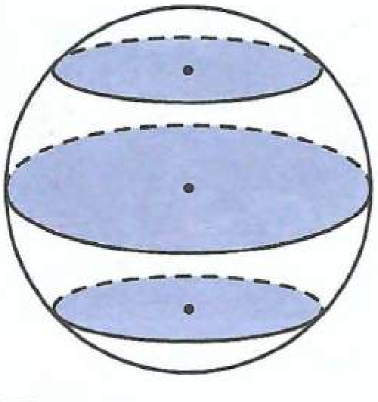
элпәсе тора. «Сфера» сүзе грек теленнән алынган, һәм ул «туп» дигәнне аңлата.

Шарның һәм сфераның, түгәрәк һәм әйләнә кебек үк, *үзәге, радиусы* һәм *диаметры* бар (рәс. 5.17). Түгәрәкнең чиге, белгәнегезчә, әйләнә була, ә шарның чиге — сфера.

Рәс. 5.17

- Шар, цилиндр, конус формасындагы берничә предметны атагыз.
- Кәгазь битен көпшә формасында төрегез — цилиндр өслеге килеп чыгар. Кәгазь битен конус өслеге итеп төрегез.

Математиклар борынгы заманнардан ук пространстводагы җисемнәрне яссылык белән кистергәндә нинди фигуралар килеп чыгуы белән кызыксынганнар. Шар яссылык белән, әфлисунны пычак белән кискәндәге кебек, кисеп чыгарыла дип күз алдына китерегез. Шарны кискәндә, түгәрәк кенә чыгуы мөмкин. Түгәрәкнең диаметры кисем яссылыгы шар үзәге аша үткәндә иң зур була (рәс. 5.18). Шундый түгәрәкләргә туры килгән әйләнәләр *зур әйләнәләр* дип атала. Аларның диаметры шар диаметрына тигез.


Рәс. 5.18

Глобуска төшерелгән параллельләрне һәм меридианнарны искә төшерегез (рәс. 5.19). Параллельләр — Җир шарын параллель яссылыклар белән «кистергән»дә килеп чыккан әйләнәләр ул. Иң зур параллель ул — экватор, аның диаметры Җир диаметрына тигез. Полюска якынлашканда, параллельләрнең диаметрлары кечерәя. Меридианнар исә — зур ярымәйләнәләр ул, алар полюс аша үтә. Җир шары өслеген каплаучы параллельләрдән һәм меридианнардан торган челтәрне борынгы грек галимнәре Гиппарх һәм Эратосфен уйлап тапкан.

Җир шары

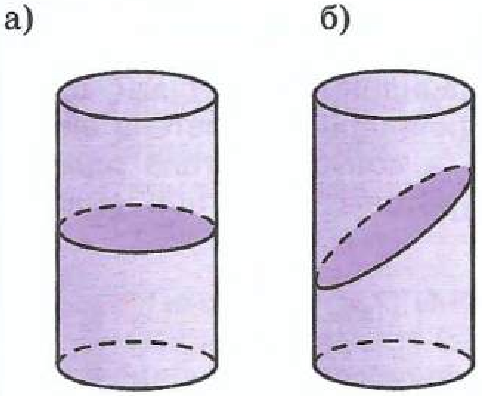
Цилиндрны һәм конусны кискәндә, әйләнә белән беррәттән, башка сызыклар да килеп чыга. Мәсәлән, цилиндр өслеген аның нигезләренә параллель булган яссылык белән кисеп үткәндә, кисемдә әйләнә килеп чыга (рәс. 5.20, *а*). Яссылык инде кыйгачлап үтсә (5.20 нче *б* рәсемендә күрсәтелгәнчә), кисемдә әйләнә түгел, ә *эллипс* барлыкка килә.

Рәс. 5.19

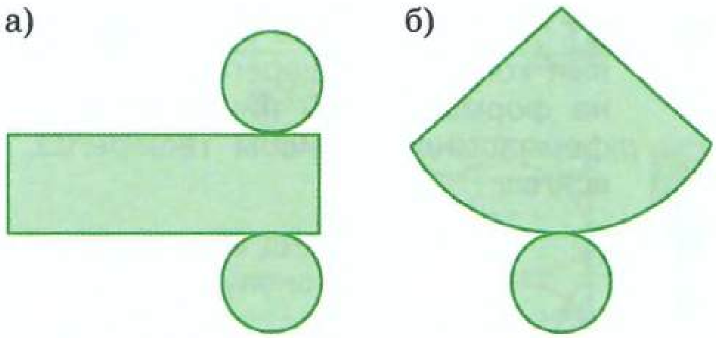
Цилиндр һәм конус өслекләрен, күпкырлык өслеге кебек, яссылык итеп җәеп салырга була.

Андый җәелмәләр 5.21 нче *а, б* рәсемнәрендә сурәтләнгән. Цилиндрның ян өслеге — турыпочмаклыкка, ә конусның ян өслеге — *түгәрәк секторга* (ике радиус белән чикләнгән түгәрәкнең бер өлеше) әйләнә.

Бу җисемнәрнең өслегеннән аермалы буларак, шарның өслеге яссылыкка әйләнми. Шуңа күрә барлык географик карталарда Җир өслегенең сурәте бозылып күрсәтелә.



Рәс. 5.20



Рәс. 5.21

- Тупта берничә зур әйләнә үткәрегез. Аларны күпме үткәрергә була?
- Шарда ике зур әйләнәне бер-берсе белән кисешмәслек итеп үткәрергә буламы?
- Җәелмәләрне 2 тапкыр зурайтып, кәгазь битенә күчерегез (рәс. 5.21 не к.). Алардан цилиндр һәм конус ясап ябыштырыгыз.

А

Сынап карыйбыз (443–444)

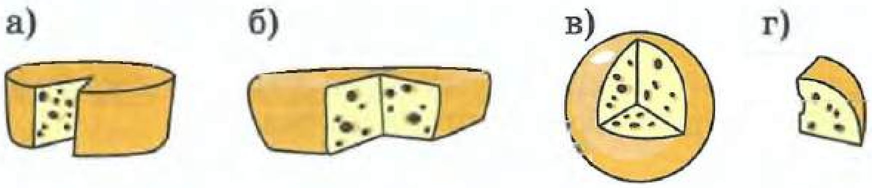
443 а) Турыпочмаклык формасындагы кәгазь бите алыгыз һәм кәгазьдән цилиндрның ян өслеген төрегез. Цилиндрның биеклеге күпмегә тигез? Шул ук кәгазь битеннән башка биеклектәге цилиндр төрегез.

б) Бер үк түгәрәктән ике тигез булмаган сектор кисеп алыгыз. Һәр секторны конус итеп төрегез. Кайсы конусның биеклеге зуррак булып чыккан: зуррак сектордан табылганымы, әллә кечерәгеннәнме? Конусның биеклеген ничек үзгәртергә була, уйлап табыгыз.

444 а) Пластилиннан цилиндр әвәләп ясагыз һәм аны кисемдә түгәрәк; эллипс килеп чыгарлык итеп кисегез. Кисемдә турыпочмаклык чыксын өчен, цилиндрны ничек кисәргә кирәк?

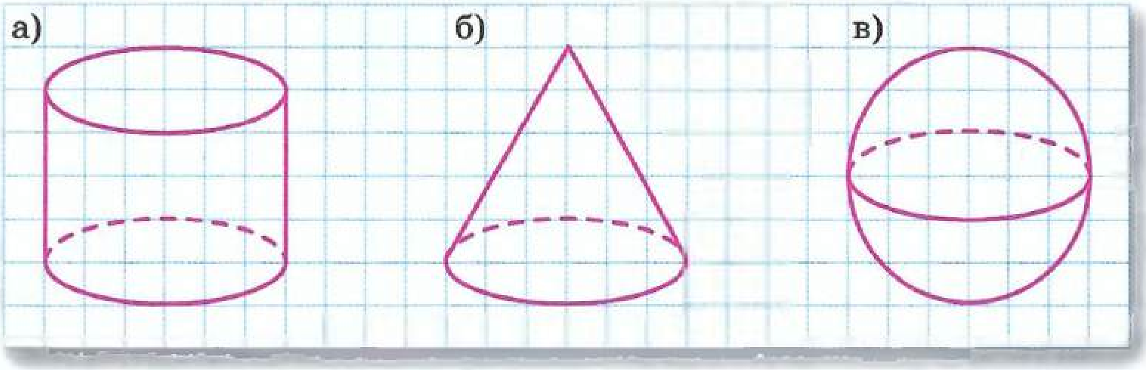
б) Пластилиннан конус әвәләп ясагыз. Аны, кисемдә эллипс чыгарлык итеп кисегез. Кисемдә өчпочмак; түгәрәк чыксын өчен, конусны ничек кисәргә кирәк?

445 Бу кисәк (рәс. 5.22, *г*) нинди формадагы сырдан кисеп алынган (рәс. 5.22, *а–в*)?



Рәс. 5.22

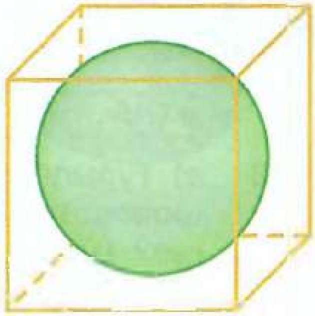
446 Копия алу ысулын эзлибез Дәфтәргә цилиндрның, конусның, шарның копиясен төшерегез (рәс. 5.23, *а–в*). Цилиндрның сурәтенә әйләнә формасындагы нинди дә булса кисем, ә конус сурәтенә эллипс формасындагы кисем төшерегез. Шар сурәтенә тагын бер әйләнә ясагыз.



Рәс. 5.23

Б

447 Практик ситуация Сезгә шар формасындагы карбызның диаметрын үлчәргә кирәк, ди. Аңа акбур белән тамга салабыз һәм, акбур тамгасы стенага төшәрлек итеп, карбызны стена янына идәнгә куябыз. Карбызның диаметрын табу өчен нишләргә кирәк?



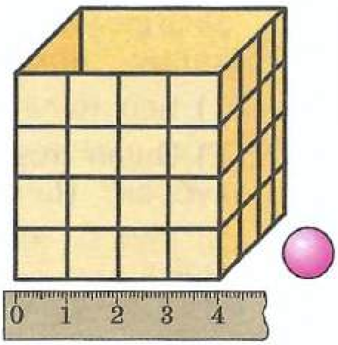
Рәс. 5.24

448 5.24 нче рәсемдә күрсәтелгәнчә, чыршы уенчыгы (шар) тартмага төреп салынган. Шар тартманың барлык кырларына орына. Тартманың формасы нинди? Шарның диаметры 8 см га тигез булса, тартманың үлчәме нинди булыр?

449 Исәпләү ысулын эзлибез Кабыргасы 4 см булган куб формасындагы тартмага 1 см диаметрлы ничә шар сыя (рәс. 5.25)? 1 см радиуслы ничә шар сыяр?

450 1) Теннис тубының диаметры 65 тән 69 мм га кадәр булырга мөмкин. Диаметрлары 6 см 7 мм, 6 см 4 мм, 7 см га тигез өч туп бар. Алар бу таләпкә туры киләләрме?

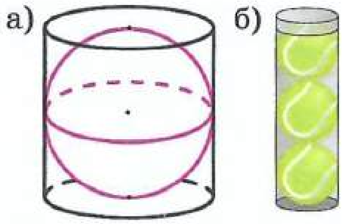
2) Теннис тубы цилиндр формасындагы тартмага төреп салынган, ул аның ян өслегенә дә, нигезләренә дә орынып тора (рәс. 5.26, *а*). Тупның диаметры 65 мм. Тартманың биеклеге нинди? Шундый өч тупны салу өчен, нинди биеклектәге тартма кирәк булачак (рәс. 5.26, *б*)?



Рәс. 5.25

451 Сынап карыйбыз Туп ядрәләрен пирамида итеп өйгәннәр. 5.27 нче рәсемдә сурәтләнгән пирамидада ничә ядрә?

Ярдәм. Мәсәлән, мондый пирамиданы өстәл теннисы шарчыкларыннан ябыштырып ясарга була.



Рәс. 5.26

452 Тикшерәбез 1) Әйләнә бер диаметр; ике диаметр; өч диаметр белән ничә өлешкә бүленә? Тиешле рәсемнәрне ясагыз.

2) Бер зур әйләнә; ике зур әйләнә; өч зур әйләнә белән сфера ничә өлешкә бүленә?

Ярдәм. Модель сыйфатында туптан файдаланыгыз. Игътибарлы булыгыз: соңгы очракта җавап бертөрле генә түгел.

453 Мәгълүмат эзлибез Картограф галимнәрнең Җирнең шарсыман өслеген яссы картада сурәтләү проблемасын ничек чишкәннәрен фәнни-популяр әдәбияттан табыгыз.

Рәс. 5.27

К

454 Саннарның һәрберсен меңенче өлешләргә, йөзенче өлешләргә, унынчы өлешләргә кадәр түгәрәкләгез. Һәр очракта нәрсә зуррак — сан үземе, әллә аның якынча кыйммәтеме:

а) 0,33333; б) 0,44444; в) 0,55555; г) 0,66666?

455 Гамәлләрне башкарыгыз: а) $\frac{7{,}2}{9 \cdot 0{,}05}$; б) $\frac{1{,}2 - 0{,}25 - 0{,}5}{1 - 0{,}25}$.

456 200 кг алма киптергәннәр. Киптергәндә, алманың массасы 70 % ка кимегән. Кипкән алманың массасы күпме булыр?

457 Араларындагы ераклык 5,4 км булган авылдан станциягә 4,5 км/сәг тизлек белән җәяүле чыгып киткән. Аның артыннан 0,5 сәг тән соң 12 км/сәг тизлек белән велосипедчы чыгып киткән. Аларның кайсы станциягә иртәрәк килеп җитәр һәм ничә минутка?

458 Диаграммаларда (рәс. 5.28) Россиядәге һәм Германиядәге төрле яшьтәге халык төркемнәренең чагыштырмасы (процентларда) күрсәтелгән.

1) Һәр илдәге халыкның ничә проценты 15 яшькә кадәрге балалар?

2) Эшли торган халык саны (15 тән 64 яшькә кадәр) кайсы илдә күбрәк? Ничә процентка?

3) Кайсы илдә олы кешеләр саны күбрәк (65 яшь һәм олырак)? Ничә процентка?

Рәс. 5.28

Сез нәрсәгә өйрәндегез

Мәҗбүри белем күнекмәләре

Әйләнәгә орынма үткәрә алам.

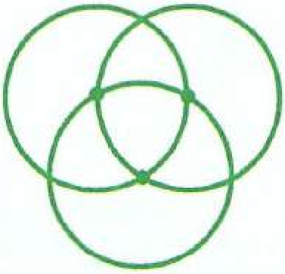
1. Әйләнә сызыгыз, анда нинди дә булса нокта билгеләгез һәм бу ноктада әйләнәгә орынма үткәрегез.

Ике әйләнәнең яссылыкта үзара торышының барлык очракларын беләм; ике әйләнәнең бирелгән радиуслары һәм аларның үзәкләре арасындагы ераклык буенча үзара торышын билгели алам.

2. Ике әйләнәнең үзара торышының түбәндәге очракларын сурәтләгез:
   а) әйләнәләр кисешә;
   б) әйләнәләр тышкы яктан орыналар;
   в) әйләнәләр эчке яктан орыналар.
3. Ике әйләнәнең радиуслары 7 см һәм 11 см га тигез, аларның үзәкләре арасындагы ераклык — 19 см. Бу әйләнәләр бер-берсенә карата ничек урнашканнар?
4. Радиуслары 2,5 см, 3 см, 3,5 см булган өч концентрик әйләнә сызыгыз.

Әйләнәләрдән, туры һәм әйләнәләрдән төзелгән бирелгән сурәтләрне ясап күрсәтә алам.

5. Әйләнәнең радиусын 2 см га тигез итеп алып, рәсемне ясап күрсәтегез.

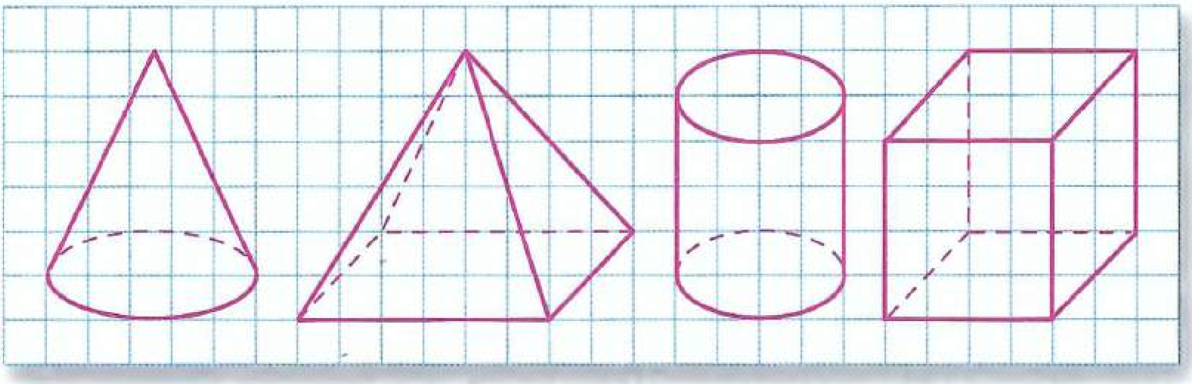


Бирелгән өч ягы буенча өчпочмак төзи алам.

6. Төзегез:
а) яклары 3 см, 5 см һәм 7 см га тигез булган өчпочмак;
б) нигезе 7 см га, ә ян-яклары 4 см га тигез булган тигезьянлы өчпочмак.

Цилиндр, конус, шарны аера алам; бу фигураларның өслекләрен яссылык белән кискәндә әйләнә, эллипс табарга мөмкин булуын беләм.

7. а) Конусны күчереп ясагыз һәм аның сурәтенә әйләнә формасындагы нинди дә булса кисем рәсеме төшерегез.
б) Цилиндрны күчереп ясагыз һәм аның сурәтенә эллипс формасындагы нинди дә булса кисем рәсеме төшерегез.



Тагын башка төрле биремнәрне дә башкара алам (берничә номерны күрсәтегез).

$$a : b : c = 1 : 2 : 6$$

6 нчы БҮЛЕК

Чагыштырмалар һәм процентлар

Саннарның һәм зурлыкларның чагыштырмасы — ул бары тик өлешнең башка төрле исеме генә. Сезнең, мөгаен, алтын кисем турында ишеткәнегез булгандыр. Ә бу кисемтә озынлыкларының якынча 1,66 га тигез чагыштырмасы була да инде. Яклары 3 см һәм 5 см булган турыпочмаклык сызсагыз, аның якларының чагыштырмасы сезгә алтын кисемне ($5 : 3 \approx 1{,}66$) күз алдына китерергә мөмкинлек бирер. Үз эчендә алтын кисем булган объектлар кешеләр тарафыннан аеруча төзек (гармонияле) дип кабул ителә, шуңа ул сәнгатьтә аеруча еш кулланыла. Мисыр осталары да үзләренең үлемсез әсәрләрен (шедеврларын) иҗат иткәндә, алтын кисем чагыштырмасыннан файдаланганнар дип күзаллана.

6.1 Нәрсә ул чагыштырма

Саннарны һәм зурлыкларны чагыштыруның ике ысулы бар: аерманы яки өлешне исәпләү. Беренче очракта беренче сан икенчесеннән *ничәгә* зуррак (яки кечерәк), икенче очракта беренчесе икенчесеннән *ничә тапкыр* зуррак (яки кечерәк), яисә берсе икенчесенең *нинди өлешен* тәшкил итә дигән сорауга җавап алалар.

Саннарны чагыштыруның әлеге ике ысулы да практик мәсьәләләр чишкәндә даими кулланыла, ләкин алар төрле максатларга хезмәт итәләр. Бүлүне теге яки бу ситуацияләрдә сыйфатлы бәяләмәне алырга теләгәндә файдаланалар.

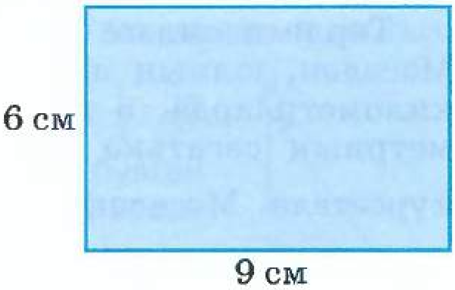
1 нче мисал. Каенлык шәһәрендә математика буенча «Пифагор» конкурсы үткәрелә. Быел конкурста катнашучылар саны узган елга караганда 50 кешегә арткан. Бу зур үсешме?

Җавап узган ел әлеге конкурста күпме укучы катнашуга бәйле. Мәсәлән, әгәр алар узган ел 25 булса, быел катнашучылар саны 3 тапкыр арткан, һәм үсешне шактый зур дип санарга була. Әгәр инде узган елда конкурста 1000 кеше катнашкан булса, катнашучылар саны нибары $\frac{1050}{1000} = 1{,}05$ тапкыр гына арткан. Башкача, ул бөтенләй үзгәрмәгән дип тә әйтеп була.

Зурлыкларны чагыштыру өчен бүлүне кулланган очракларда «өлеш» сүзе урынына, гадәттә, «чагыштырма» төшенчәсен кулланалар. Башкача әйткәндә, *ике санның чагыштырмасы ул* — өлешнең икенче төрле әйтелеше.

$a : b$ һәм $\frac{a}{b}$ өлешләрен тагын болай да укыйлар: «a санының b санына чагыштырмасы».

Ике санның чагыштырмасы бер санның икенчесеннән ничә тапкырга зуррак булуын, яки бер сан икенчесенең ничәнче өлешен тәшкил итүен күрсәтә.



Рәс. 6.1

2 нче мисал. Турыпочмаклыкның яклары 9 см һәм 6 см га тигез (рәс. 6.1). Аның якларының чагыштырмасын табыйк.

Зуррак ягының кечерәк ягына чагыштырмасы $\frac{9}{6} = 1{,}5$ кә тигез, ягъни бер ягы икенчесеннән 1,5 тапкыр зуррак.

Кечерәк ягының зуррак ягына чагыштырмасы, ягъни *кире чагыштырма* $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ гә тигез. Башкача әйткәндә, кечерәк ягы зуррак ягының $\frac{2}{3}$ сен тәшкил итә.

Кайвакытта чагыштырманы «исәпләп бетермичә» калдыралар. 6.1 нче рәсемдәге турыпочмаклыкның яклары $9 : 6$ чагыштырмасында. Бу очракта чагыштырмаларны язу өчен ике ноктадан файдаланалар.

$\frac{9}{6} = \frac{3}{2}$ булганлыктан, тигезлекне болай язарга була:

$$9 : 6 = 3 : 2.$$

Чагыштырманың ике кисәген дә нульгә тигез булмаган бер үк санга тапкырласаң яки бүлсәң, бирелгән чагыштырмага тигез чагыштырма табыла.

Мәсәлән, $9 : 6 = 3 : 2 = 0{,}3 : 0{,}2 = 0{,}6 : 0{,}4 = 90 : 60 = \ldots$.

- Укытучыга, 45 контроль эшне тикшергәннән соң, тагын 75 эшне тикшерәсе калган.

  а) Тикшерелмәгән эшләр санының тикшерелгәнгә чагыштырмасын һәм аңа кире чагыштырманы табыгыз. Аларның һәркайсы нәрсәне аңлата?

  б) Әлеге мәсьәләдә бирелгәннәрне кулланып, башка чагыштырмалар табыгыз һәм аларны аңлатыгыз.

- Чагыштырмаларны гадирәк чагыштырмага алыштырыгыз: а) $12 : 8$; б) $15 : 20$; в) $\frac{5}{2} : 3$.

Мәсьәләләрдә, шулай ук тормыш практикасында да еш кына *зурлыкларның чагыштырмасын* табарга кирәк була. Әгәр зурлыклар — озынлык, мәйдан, масса һ. б. булса, аларның чагыштырмалары сан белән күрсәтелә. Мондый очракларда чагыштырмаларны исәпләгәндә, зурлыкларның бер үк үлчәү берәмлегендә булуларын тикшерергә кирәк. Мәсәлән, 1 м ның 45 см га чагыштырмасын табу өчен, бу озынлыкларны бер үк үлчәү берәмлегенә, мәсәлән, сантиметрларга күчерергә кирәк:

$$1 \text{ м} = 100 \text{ см}, \; 100 : 45 = 20 : 9.$$

Төрле исемдәге зурлыкларның чагыштырмасы яңа зурлык була. Мәсәлән, юлның вакытка чагыштырмасы ул тизлек була. Әгәр юл километрларда, ә вакыт сәгатьләрдә үлчәнгән булса, тизлек километрның сәгатькә туры килгән берәмлегендә (чагыштырмасында) күрсәтелә. Мәсәлән: $\frac{30\,км}{6\,сәг} = \frac{30}{6}\frac{км}{сәг} = 5\frac{км}{сәг}$. Әгәр юл метрларда, ә вакыт секундларда үлчәнгән булса, тизлек секундка туры килгән метрларда күрсәтелә һ. б.

$\frac{км}{сәг}$, $\frac{м}{с}$, $\frac{м}{мин}$ тамгаланышлары ераклыкны вакытка бүлеп табыла. Әлеге тамгаланышларда кыек вакланма сызыгын куллану кабул ителгән: км/сәг, м/с, м/мин.

Товар кыйммәтенең товар микъдарына (массага, озынлыкка, данәгә һ. б.) чагыштырмасы товарның бәясе була. Ул шулай ук аналогик берәмлекләрдә үлчәнә: с./кг, с./м, с./данә. Ләкин практикада бу язулар кулланылмый. Аларны сүзләр белән белдерәләр, мәсәлән: килограммы 130 сумнан, тартмасы 50 сумнан һ. б.

- 3 км ның 750 м га чагыштырмасын ничек табарга кирәклеген аңлатыгыз һәм аны табыгыз.
- Юлның вакытка чагыштырмасы нинди зурлык була? Ул нинди берәмлекләрдә үлчәнә? Әгәр $s = 900$, $t = 5$ булса, малайның йөгереп үткән юлының s (м) үткән вакытка t (мин) чагыштырмасын табыгыз. Бу чагыштырма нәрсәне белдерә?

Сезгә табигать белеме, география дәресләреннән таныш масштаб сүзе зурлыклар чагыштырмасының практик кулланылышына мисал булып тора. **Масштаб** дип, картадагы кисемтә озынлыгының урындагы кисемтә озынлыгына чагыштырмасын атыйлар.

Масштабны, гадәттә, беренче буыны 1 гә тигез булган, ә икенче буыны картадагы озынлык берәмлегенең урындагы озынлык берәмлегеннән ничә тапкыр кечерәк икәнлеген күрсәтүче ике санның чагыштырмасы рәвешендә язалар. Әгәр картаның масштабы 1 : 15 000 000 булса, бу картадагы 1 см чынбарлыктагы 15 000 000 см га, ягъни 150 000 м га, яки 150 км га тигез икәнне күрсәтә. Шулай итеп, M һәм N пунктлары арасындагы ераклык бу картада 6 см га тигез булса, урындагы аңа туры килә торган ераклык $6 \cdot 150 = 900$ км га тигез булуын аңлавы җиңел.

«Масштаб» сүзе картага карата гына түгел, әниндидер объектларның үлчәмнәрен бер үк чагыштырмада кечерәйтеп яки зурайтып эшләнгән копияләре турында сүз барганда да кулланыла.

- Масштаб дип нәрсәгә әйтәләр? Картаның масштабы 1 : 200 000. Бу чагыштырманың нәрсәне күрсәтүен аңлатыгыз. Әлеге картадагы 1 см озынлыктагы кисемтә урындагы ничә километрны сурәтли? 5 см лы кисемтә? Урындагы 20 км га тигез булган ераклык картада күпмегә тигез булыр?

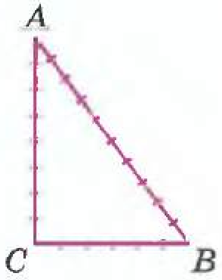
A

459 Чагыштырманы укыгыз һәм аны исәпләгез:

а) 121 : 33; б) 1,5 : 0,6; в) $\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$; г) $1\frac{1}{5} : \frac{2}{5}$.

460 а) 5 кә; б) 0,5 кә; в) $\frac{3}{4}$ кә тигез булган берничә чагыштырма языгыз.

461 Кайсы чагыштырма «артык»: 10 : 15; 20 : 25; 1 : 1,5; $\frac{1}{3} : \frac{1}{2}$?



Рәс. 6.2

462 а) *ABC* өчпочмагы (рәс. 6.2) якларының мөмкин булган барлык чагыштырмаларын языгыз һәм аларны исәпләгез. (Барлык кечкенә кисемтәләр үзара тигез.)

б) Турыда эзлекле итеп *A, B, C, D, E, F* нокталарын билгелиләр, өстәвенә $AB = BC = CD = DE = EF$. $AD : DF$, $AC : AF$, $BD : CE$, $BF : BD$ чагыштырмаларын табыгыз.

463 Дәфтәрдә 30 чиста һәм 18 язылган бит бар. 30 : 18 чагыштырмасы нәрсәне күрсәтә? 18 : 30 чагыштырмасы? Һәр чагыштырманы аңа тигез булган, ләкин кечерәк саннар белән язылган чагыштырмага алыштырыгыз. Мәсьәләнең шартын кулланып, тагын нинди чагыштырмалар төзеп була? Бу чагыштырмаларны языгыз һәм аларны гадиләштерегез.

464 Су тутырылган 200 литрлы кисмәктән 60 л су агызып алганнар. Түбәндәге чагыштырмаларның кайсысы агызып алынган суның кисмәктә калган суга чагыштырмасын белдерә?

1) 3 : 10. 2) 7 : 3. 3) 3 : 7. 4) 7 : 10.

Фикер йөртәбез (465—466)

465 Яклары 1 : 2; 5 : 3; 1 : 1 чагыштырмасында булган өч турыпочмаклык сызыгыз. Кайсы очракта квадрат килеп чыкты?

466 *AB* кисемтәсе сызыгыз. Аңарда, а) $\frac{AC}{BC} = 1$; б) $\frac{AC}{BC} < 1$; в) $\frac{AC}{BC} > 1$ шарты үтәлерлек итеп, *C* ноктасы билгеләгез.
Һәр очракта AC һәм BC кисемтәләренең озынлыкларын чагыштырыгыз.

Фикер йөртәбез (467—468)

467 Кызыл шарлар санының зәңгәр шарлар санына чагыштырмасы 5 : 2 гә тигез. Кайсы шарлар күбрәк? Ничә тапкырга? Кире чагыштырманы языгыз. Ул нәрсәне күрсәтә?

468 Ручка карандаштан 1,5 тапкырга кыйммәтрәк. Ручка бәясенең карандаш бәясенә чагыштырмасы нәрсәгә тигез? Карандаш бәясенең ручка бәясенә чагыштырмасы нәрсәгә тигез?

469 Чагыштырманы табыгыз:

а) 3 км ның 750 м га; б) 300 м ның 2,1 км га;
в) 700 г ның 1 кг га; г) 2 т ның 160 кг га.

Ярдәм. Зурлыкларны бер үлчәү берәмлегендә күрсәтергә онытмагыз.

470 Чагыштырманы табыгыз:

а) 10 мин ның 10 сәг кә; б) 4 сәг нең 40 мин ка;
в) 1,5 сәг нең 20 мин ка; г) 30 мин ның 1 сәг 15 мин ка.

471 **Дөрес яки дөрес түгел** Чагыштырма дөрес табылганмы? Дөрес түгел икән, хатасын аңлатыгыз һәм дөрес чагыштырмасын табыгыз:

а) 30 кг ның 1 т га чагыштырмасы 30 : 1 кебек;

б) 1,2 сәг нең 24 мин ка чагыштырмасы 3 : 1 кебек;

в) 20 см ның 2 м га чагыштырмасы 10 : 1 кебек;

г) 36 с. ның 3 мин ка чагыштырмасы 1 : 5 кебек.

472 Тиешле чагыштырмаларны төзеп һәм исәпләп, мәсьәләнең соравына җавап бирегез:

а) Велосипедчы 2,4 сәг тә 36 км юл үткән. Ул нинди тизлек белән барган?

б) Принтер 15 мин та 180 бит чыгарган. Принтерның эш тизлеге нинди?

473 Практик ситуация Сез биологиядән тәҗрибә үткәрәсез дип күз алдына китерегез — мәктәп участогына утырту өчен, иң яхшы чыгышлы орлыклар сайлыйсыз. Сездә бер үк сортлы, ләкин өч фирмадан алынган фасоль орлыклары бар. Орлыкларның чыгышын тикшерү өчен, билгеле бер санда орлыклар утырталар һәм тиешле срокка шытып чыккан орлыкларның утыртылган орлыкларга чагыштырмасын табалар. Әлеге тәҗрибәнең нәтиҗәсен сез таблицада күрәсез:

Фирма	A	B	C
Утыртылган орлыклар саны	20	25	30
Шытып чыккан орлыклар саны	14	20	18

Утырту өчен, сез кайсы фирманың орлыкларын сайларсыз?

474 Чишү ысулын эзлибез а) Алмаз һәм Булат бокс белән шөгыльләнәләр. Алмаз үткәрелгән 15 ярышның 10 сында җиңгән, ә Булат 12 ярышның 9 ында җиңүгә ирешкән. Кемнең нәтиҗәсе яхшырак?

б) Әни бер банкага 500 г су һәм 120 г шикәр комы салган, икенче банкага 600 г су һәм 180 г шикәр комы салган. Кайсы банкадагы су баллырак?

Пункттан аңлату текстындагы масштаб турындагы фрагментны укыгыз һәм мәсьәләне чишегез **(475—476)**.

475 а) Картада ике посёлок арасындагы ераклык 4 см га тигез, ә урында әлеге посёлоклар арасы 40 км. Картаның масштабын табыгыз.

б) Планда мәктәп һәм автобус тукталышы арасындагы ераклык 2 см га тигез, ә чынлыкта исә 50 м. Планның масштабын ачыклагыз.

476 Планның масштабы 1 : 1000. Пландагы ике нокта арасындагы ераклык урындагы әлеге нокталар арасындагы ераклыктан ничә тапкырга кечерәк? Урындагы ераклык пландагы ераклыктан ничә тапкырга зуррак?

Бу фактларны кулланып, мәсьәләне чишегез:

1) Планда 1,5 см; 12 см га тигез булган ике нокта арасындагы ераклык урында күпмегә тигез булыр?

2) Чынлыкта ераклык 20 м; 350 м га тигез булса, планда ике нокта арасындагы ераклык күпмегә тигез булыр? Әлеге планда урындагы ераклыклары 0,5 м булган ике ноктаны күрсәтеп буламы?

Б

477 Вакланмалы саннарның чагыштырмасын аңа тигез булган бөтен саннарның чагыштырмасы белән алыштырыгыз:

а) 0,5 : 1,5; б) 4,5 : 2,7; в) $\frac{1}{2} : \frac{1}{5}$; г) $1\frac{2}{3} : \frac{2}{3}$.

Үрнәк. 1,5 : 2,5 = 15 : 25 = 3 : 5.

478 **Фикер йөртәбез** Мәктәптә 600 укучының 120 се йөзә белми. Йөзә белмәүче укучылар санының сораштыруда катнашкан барлык укучылар санына чагыштырмасы $\frac{120}{600} = \frac{1}{5}$ гә тигез, ягъни йөзә белмәүчеләр әлеге мәктәп укучыларының бишенче өлешен тәшкил итә, димәк, йөзә белүчеләр саны $\frac{4}{5}$ кә тигез. Болай да әйтергә була: мәктәпнең һәр бишенче укучысы йөзә белми, яисә мәктәптә биш укучының дүртесе йөзә белә.

Түбәндәге ситуацияне аналогик рәвештә тасвирлагыз:

а) чәчәк аткан лаләләр санының утыртылган лаләләр санына чагыштырмасы $\frac{4}{5}$ кә тигез;

б) финалга чыгучылар санының конкурста катнашучылар санына чагыштырмасы $\frac{1}{6}$ гә тигез;

в) кертелгән шайбалар санының капкага ыргытылган шайбалар санына чагыштырмасы $\frac{2}{3}$ гә тигез.

479 «Чагыштырма» сүзен кулланып, раслауны әйтегез:

а) дәрес калдыручыларның һәр сигезенчесе — мәктәпкә йөрмәүче;

б) һәр меңенче карга — ак карга.

480 **Анализ ясыйбыз** Бер квадратның ягы 12 см га, ә икенче квадратның ягы 2 см га тигез. Чагыштырманы табыгыз:

1) зуррак квадрат ягының кечерәк квадрат ягына;

2) зуррак квадрат периметрының кечерәк квадрат периметрына;

3) зуррак квадрат мәйданының кечерәк квадрат мәйданына.

Бу чагыштырмаларның кайсылары тигез? Квадратларның мәйданнарының һәм якларының чагыштырмалары тигезме?

481 **Практик ситуация** Географик карта алыгыз (мәсәлән, Европа картасын, дөнья картасын, Россиянең үзегез яши торган регион картасын). Анда өч шәһәрне сайлап алыгыз. Тиешле үлчәүләрне башкарып, һәр ике шәһәр арасындагы ераклыкны табыгыз.

482 Ташлы юл участогы озынлыгы картада 20 см булган сызык белән сурәтләнгән. Картаның масштабы 1 : 200 000. Вертолёт транспортның хәрәкәтен күзәтә һәм ташлы юл өстеннән 100 км/сәг тизлек белән оча. Вертолёт бу участок өстеннән күпме вакытта очып үтәр?

483 Масштабы 1 : 100 булган планда посёлоклар арасындагы ераклык 12 см га тигез. Масштабы 1 : 80 булган планда әлеге посёлоклар арасындагы ераклык артырмы, әллә кимерме? Яңа планда әлеге ераклык күпмегә тигез булыр?

484 Турыпочмаклык формасындагы җир участогының үлчәмнәре 30 м һәм 50 м. 1 : 500 масштабында әлеге участокның планын сызыгыз. Участокның озынрак ягында бер почмактан 10 м ераклыкта урнашкан һәм иңе 3 м га тигез капканы планда ничек күрсәтеп була?

К

485 Аңлатмаларның кыйммәтен табыгыз:

а) $0{,}65 \cdot 3{,}4 + 45{,}25 : 25$; б) $19{,}6 : 1{,}6 - 0{,}85 \cdot 4{,}4$.

486 Витаминлы җыелма 5 өлеш вакланган гөлҗимеш һәм 7 өлеш камыр агачы (дүләнә) җимешләреннән тора. 0,6 кг витаминлы җыелма чыксын өчен, әлеге ике җимешне ничәшәр грамм алырга кирәк?

487 Тигезьянлы өчпочмакның бер ягы 7 см га, ә икенче ягы 15 см га тигез. Кайсы ягы өчпочмакның нигезе булыр?

Ярдәм. Өчпочмаклар тигезсезлеген кулланыгыз.

488 Металл чыбыкны бөгеп, яклары 7,5 см, 8,3 см һәм 9,4 см булган өчпочмак ясаганнар. Аннан соң шул ук металл чыбыктан квадрат ясаганнар. Аның ягы күпмегә тигез?

6.2 Бирелгән чагыштырмада бүлү

Кешенең практик тормышында — ризык пешерү рецептларын файдаланганда, катнашмалар һәм төнәтмәләр әзерләгәндә, акча керемен бүлгәндә, еш кына теге яки бу зурлыкны чагыштырмасы бирелгән чагыштырмага тигез булган өлешләргә бүләргә кирәк була. Мондый очракларда *зурлыкны бирелгән чагыштырмада бүләргә* кирәк дип әйтәләр.

Мисал. Бишенче һәм алтынчы сыйныф укучылары өчен мәктәп циркка 50 билет сатып алган. Бишенче сыйныфларда 72 кеше, ә алтынчы сыйныфларда 48 кеше укый. Билетларны бишенче һәм алтынчы сыйныф укучылары арасында ничек бүләргә?

Мәктәптә билетларны бишенче сыйныф укучыларының санын алтынчы сыйныф укучылары санына бүлү гадел булыр дигән фикергә килгәннәр, ягъни 72 гә 48 чагыштырмасында. Бу чагыштырманы гадиләштереп табабыз:

$$72 : 48 = 3 : 2.$$

Шулай итеп, 50 билетны 3 : 2 чагыштырмасында бүләргә кирәк. Моның өчен инде сезгә таныш булган «өлешләргә» бүлү мәсьәләсен чишәргә кирәк. Барлыгы $3 + 2 = 5$ өлеш бар, һәр өлешкә $50 : 5 = 10$ билет туры килә. Шуңа күрә бишенче сыйныфларга $10 \cdot 3 = 30$ билет, ә алтынчы сыйныфларга $10 \cdot 2 = 20$ билет бирергә кирәк.

- 550 г конфетны 2 : 3 чагыштырмасында ничек бүләргә икәнен сөйләгез.
- Җеп составына йон һәм җитен 3 : 5 чагыштырмасында керә. Барлык эрләнгән җеп ничә өлештән тора? Җепнең составында ничә өлеш йон, ничә өлеш җитен булыр? Барлык җепнең ничә өлешен йон, ә ничә өлешен җитен тәшкил итә?

A

489 а) Кульязманы компьютерда җыйган өчен оператор һәм аның укучысы 2400 с. акча алганнар. Алар бу акчаны 2 : 1 чагыштырмасында бүлешкәннәр. Һәркайсы күпме акча алган?

б) Ике дус, бастыру өчен, 120 битне 3 : 5 чагыштырмасында бүлгәннәр. Һәркайсына ничәшәр бит бастырырга туры килгән?

490 а) Математиканы өйрәнүгә җиденче сыйныфка 170 дәрес бүлеп бирелгән. Бу вакыт алгебра һәм геометрия арасында 3 : 2 чагыштырмасында бүленә. Уку елында ничә алгебра һәм ничә геометрия дәресе бар?

б) Математика һәм рус теленнән өйгә бирелгән эшләрне башкаруга Надирның 1,5 сәг вакыты киткән. Ул әлеге предметлар арасында вакытны 4 : 5 чагыштырмасында бүлгән. Һәр предметка күпме вакыт киткән?

491 а) Эретмә бакырдан һәм цинктан тора, аларның массалары 9 : 8 чагыштырмасында. Эретмәнең массасы 2 кг 550 г. Бу эретмәдә цинкның массасы күпме булыр?

б) Эретмә аккургаштан һәм бакырдан тора, массалары 11 : 7 чагыштырмасында. Эретмәнең массасы 1 кг 440 г. Эретмәдә күпме аккургаш булыр?

492 Бишенче һәм алтынчы сыйныф укучылары спорт лагеренда ял иткәннәр. Бишенче сыйныф укучыларының саны алтынчы сыйныф укучылары санына 5 : 3 чагыштырмасында. Алтынчы сыйныф укучылары 15 булса, лагерьда бишенче сыйныф укучылары ничә булган?

493 **Чишү ысулын эзлибез** Транспортир ярдәмендә җәелгән почмакны: а) 1 : 2; б) 4 : 5; в) 5 : 7 чагыштырмасында ике почмакка бүлегез.

494 **Анализ ясыйбыз** Турыпочмаклыкның периметры 36 см га тигез. Әгәр яклары а) 1 : 5; б) 1 : 3; в) 1 : 2; г) 1 : 1 чагыштырмасында икәне билгеле булса, турыпочмаклыкның мәйданын табыгыз. Беренче очрактан соңгысына кадәр турыпочмаклыкның мәйданы ничек үзгәрә? Кайсы турыпочмаклыкның мәйданы зуррак?

495 **Фикер йөртәбез** AC һәм AB кисемтәләренең озынлыклары 2 : 5 чагыштырмасында (рәс. 6.3). а) $AC : CB$; б) $CB : AB$; в) $AB : AC$; г) $AB : CB$ чагыштырмасы нәрсәгә тигез?

Рәс. 6.3

Ярдәм. Һәр кисемтәне кирәкле санда кисәкләргә бүлегез.

496 Мәктәптә укучы малайлар саны кызлар санына карата 5 : 4 чагыштырмасында. Мәктәптәге барлык укучылар санының кайсы өлешен малайлар, ә кайсы өлешен кызлар тәшкил итүен ачыклагыз.

497 Хуҗаның ике эте бар. Зурысы — 9 кг, ә кечерәге 3 кг авырлыкта. Хуҗа, пакеттагы азыкны этләргә аларның массалары чагыштырмасына тигез булган чагыштырмада бүлеп бирә. Кечерәк эткә азыкның кайсы өлеше туры килгән. Дөрес җавапны сайлагыз.

1) $\frac{1}{3}$. 2) $\frac{1}{4}$. 3) $\frac{1}{9}$. 4) $\frac{1}{12}$.

Б

498 Театр студиясендә бишенче һәм алтынчы сыйныф укучылары шөгыльләнә. Бишенче сыйныф укучыларының алтынчы сыйныф укучыларына чагыштырмасы 1 : 3 кә тигез.

а) Алтынчы сыйныф укучылары 30 булса, студиядә барлыгы ничә укучы шөгыльләнә?

б) Студиядә барлыгы 36 укучы булса, алтынчылар бишенчеләргә караганда ничәгә артыграк?

в) Алтынчы сыйныфлар бишенчеләргә караганда 16 га күбрәк булса, студиядә барлыгы ничә укучы шөгыльләнә?

499 Бүлмә буеның иненә чагыштырмасы 5 : 4 кә тигез.

а) Буе 6 м га тигез булса, бүлмәнең мәйданын табыгыз.

б) Буе иненнән 0,8 м га зуррак булса, бүлмәнең мәйданын табыгыз.

500 Укытучы булган барлык акбурны, 7 : 4 чагыштырмасында бүлеп, ике тартмага тутырган. Зуррак тартмадан 12 кисәк акбурны алганнан соң, тартмалардагы акбурлар саны тигез калган. Башта һәр тартмада ничәшәр акбур булган?

501 Ике зур һәм өч кечкенә тартмада 66 карандаш бар. Кечкенә тартмадагы карандашларның зуррак тартмадагы карандашларга чагыштырмасы 5 : 9 га тигез. Кечкенә тартмада һәм зур тартмада ничә карандаш бар?

502 Әтисе, әнисе һәм кызларына бергә 75 яшь. Әтисе әнисеннән 5 яшькә өлкәнрәк, ә әнисенең яше кызының яшенә 3 : 1 чагыштырмасында. Һәркайсына ничә яшь?

503 Зоопаркта 110 сары чыпчык, тузбаш елан һәм керпе бар. Сары чыпчыклар саны тузбаш еланнар санына 5 : 4 чагыштырмасында, ә тузбаш еланнарның керпеләр санына чагыштырмасы 2 : 1 гә тигез. Зоопаркта ничә сары чыпчык, ничә тузбаш елан һәм ничә керпе бар?

Күрсәтмә. 2 : 1 чагыштырмасын аңа тигез булган 4 : 2 чагыштырмасы белән алыштырыгыз.

К

504 Исәпләгез:

а) $\frac{11{,}2}{5{,}6 \cdot 3}$; б) $\frac{0{,}2 \cdot 0{,}3}{0{,}24}$; в) $\frac{1{,}2}{0{,}7 + 0{,}8}$; г) $\frac{0{,}5 + 0{,}75}{0{,}5}$.

505 а) Мәктәптә барлыгы 420 укучы. Алтынчы сыйныфларда барлык укучыларның 0,15 е укый. Мәктәптә алтынчы сыйныфларда барлыгы ничә укучы укый?

б) Кибеткә 18 т бәрәңге китергәннәр. Беренче көнне барлык бәрәңгенең 0,2 сен, икенче көнне калганының 0,25 ен сатканнар. Һәр ике көндә ничәшәр тонна бәрәңге сатканнар? Ике көн сатканнан соң, кибеттә ничә тонна бәрәңге калган?

506 Радиусы 3 см булган әйләнә сызыгыз. Әйләнәнең үзәге аша *k* турысы үткәрегез. *K* турысына перпендикуляр итеп, әйләнәгә орынмалар үткәрегез. Бу орынмалар арасындагы ераклык күпмегә тигез?

6.3 Процентларга «төп» мәсьәлә

Сезгә инде *процентларга караган төп мәсьәләләрнең берсен: бирелгән зурлыкның берникадәр санда процентын табарга* туры килгән иде. Ул вакытта процентны вакланма белән белдердегез. Йөзенче өлешне аңлатканлыктан, процентларны унарлы вакланма белән җиңел генә күрсәтеп була һәм унарлы вакланмаларны процентларны исәпләгәндә кулланырга да җайлы.

Процентны унарлы вакланмага әйләндерергә ярдәм итүче мисалны карап үтик.

1 нче мисал. Җир өслегенең якынча 71 % ын — Бөтендөнья океаны, 29 % ын коры җир алып тора. Бу өлешләрне унарлы вакланма ярдәмендә күрсәтик:

Бөтендөнья океаны: 71 % ул — $\frac{71}{100} = 0{,}71$.

Коры җир: 29 % ул — $\frac{29}{100} = 0{,}29$.

Шул ук нәтиҗәгә икенче төрле фикер йөртеп килергә мөмкин: 1 % ул — йөздән бер өлеш, яки 0,01; шулай булгач, 71 % — $0{,}01 \cdot 71 = 0{,}71$, ә 29 % ул — $0{,}01 \cdot 29 = 0{,}29$.

Карап үткән мисалдан аңлашылганча, унарлы вакланма ярдәмендә процентны кыска юл белән, алдагы фикер йөртүләрдән башка күрсәтергә мөмкин.

Процентны унарлы вакланма белән белдерү өчен, % билгесе алдында торган санны 100 гә бүләргә, яки 0,01 гә тапкырларга кирәк.

Һәр җөмләдә процентны унарлы вакланма белән алыштырыгыз:

а) Яңа елда метрода йөрү бәясе узган елгыдан 12 % ка арткан.

б) Сатып бетерү вакытында, компьютер уенлы дискның бәясе элеккеге бәясенең 80 % ын тәшкил иткән.

в) Бер елдан соң банк счётындагы сумма салынганның 120 % ын тәшкил иткән.

2 нче мисал. Россия законнары буенча, кешенең хезмәт хакына 13 % күләмендә салым салына. 12 500 с. хезмәт хакы алган кеше күпме салым түләргә тиеш?

13 % ул 0,13 булганлыктан, 12 500 сумнан 0,13 не табарга кирәк. Моның өчен 12 500 санын 0,13 кә тапкырларга була: $12\,500 \cdot 0{,}13 = 1625$ (с.), ягъни 12 500 с. эш хакыннан салым 1625 с. тәшкил итә.

Процентларны гади вакланма белән күрсәтү уңайлырак, бигрәк тә аларны кулланып, телдән исәпләгәндә. Мәсәлән, башлангыч сыйныфларда укучы 120 укучының 25% ы мәктәпнең спорт секцияләрендә шөгыльләнә, ди. 25% ул $\frac{1}{4}$ булганлыктан, 120 нең 25% ы $\frac{120}{4}=30$ (укучы).

3 нче мисал. Тимер юл билеты 820 с. торган. Бәя 15% ка арткач, билет күпме торачак?

Мәсьәләне төрле юл белән чишәргә мөмкин. Башта билет бәясенең күпмегә артканлыгын табабыз, аннары табылган суммага баштагы бәяне кушабыз. 15% ул — 0,15, 820 сумның 0,15 ен табабыз.

$820 \cdot 0{,}15 = 123$ (с.) — билетка арткан бәя.

Хәзер яңа бәяне табабыз:

$820 + 123 = 943$ (с.) — билетның яңа бәясе.

Башкача фикер йөртергә була. Билетның баштагы бәясе 100% ка тигез. Бәяне арттыргач, ул 15% ка үскән, һәм башлангыч бәянең 115% ын тәшкил иткән. 115% ул 1,15 булганлыктан, башлангыч бәяне 1,15 кә тапкырларга кирәк:

$$820 \cdot 1{,}15 = 943 \text{ (с.)}.$$

- 3000 сумның 18% ын ничек табарга?
- 800 с. торган күлмәкнең бәясе күпләп сату вакытында 20% ка киметелгән. Яңа бәяне нинди ысуллар белән табып була, сөйләгез.

А

507 Унарлы вакланма белән күрсәтегез:

а) 21%, 56%, 78%; б) 60%, 80%, 50%; в) 6%, 8%, 2%.

508 Унарлы һәм гади вакланма белән күрсәтегез: 10%, 20%, 25%, 50%, 75%, 80%.

Үрнәк. 10% ул — 0,1 яки $\frac{1}{10}$.

509 Диаграммада дүрт океанның мәйданнары чагыштырмасы күрсәтелгән (рәс. 6.4). Атлантик океанга Бөтендөнья океаны мәйданының ничә проценты туры килүен ачыклагыз. Диаграммада китерелгән процентларны унарлы вакланма белән күрсәтегез.

Рәс. 6.4

Аңлату текстындагы 2 нче мисалны тикшерегез һәм мәсьәләне чишегез **(510—511)**.

510 а) Бензин багына 40 л бензин керә. Әгәр бакның күләме 55% ка тутырылса, бакта ничә литр бензин булыр?

б) Беренче атнада юлның 24% ын төзегәннәр. Әгәр юлның барлык озынлыгы 850 м булса, ничә метр юл төзелгән?

511 Аналитик үзәк 1500 россияле арасында сораштыру үткәргән. Түбәндәге сораулар бирелгән:

а) Сез берәр чит телдә сөйләшәсезме?

б) Сезнең шәхси кесә телефоныгыз бармы?

Сораштыру мәгълүматлары диаграммада китерелгән (рәс. 6.5, *а, б*).

Сораштырылучыларның ничәсе һәр сораугa җавап биргән?

Рәс. 6.5

512 Дүрт укчы мишеньгә 60 ар тапкыр аткан. Беренче укчының цельгә эләгүе — 80%, икенчесенеке — 55%, өченчесенеке — 95%, дүртенчесенеке — 75%. Һәрбер укчы ничә тапкыр мишеньгә тидермәгән?

513 Унарлы вакланма белән күрсәтегез: а) 112%; б) 175%; в) 120%; г) 250%; д) 105%; е) 101%.

514 а) Эстония территориясенең мәйданы Молдавия территориясе мәйданының 130% ын тәшкил итә. Кайсы илнең мәйданы зуррак һәм ничә тапкырга?

б) АКШ халкының саны Россия халкы санының 210% ын тәшкил итә. Кайсы илнең халык саны күбрәк һәм ничә тапкырга?

515 Озынлыгы 5 см булган *AB* кисемтәсен сызыгыз. Озынлыгы *AB* кисемтәсе озынлыгының 80% ына, 150% ына, 200% ына һәм 220% ына тигез булган кисемтәләр сызыгыз.

516 а) Малайларның уртача буй озынлыгы 130 см, ә Сәлимнең буе малайларның уртача буй озынлыгының 110% ына тигез. Сәлимнең буен табыгыз?

б) Университетның беренче курсына 320 кеше кабул ителергә мөмкин. Бирелгән гаризалар саны урыннар санының 250 % ын тәшкил итә. Университетка ничә гариза бирелгән?

517 Товарның яңа бәясе баштагы бәянең ничә процентын тәшкил итә, әгәр:

а) товарның бәясе 40% ка, 15% ка, 5% ка арткан булса;

б) товарның бәясе 20% ка, 8% ка, 1% ка кимесә?

Аңлату текстындагы 3 нче мисалны тикшерегез һәм үзегезгә уңайлы булган ысул белән чишегез **(518—519)**.

518 а) Банк ел саен кертелгән керемгә (вкладка) 9% өстәп түли. Керем 5000 с. булганда, бер елдан соң счётта күпме акча булыр?

б) Эшмәкәр складтан 1100 с. га товар сатып ала һәм аны кибеттә 15% ка кыйбатрак сатарга планлаштыра. Товар кибеттә күпме торыр?

519 а) Бер метры 150 с. торган тукыманың бәясе 8% ка киметелгән. Тукыманың яңа бәясе күпме?

б) Җиләк согының бәясе 15% ка кимегән. Бер литры 20 с. торган җиләк согы күпме тора башлаган?

520 **Практик ситуация** Игъландагы хәбәр буенча, паласларның бәясе 20% ка төшкән. Бәясе төшкәнче 9980 с. торган паласны сатып алганда, якынча күпме экономия ясап булуны карап үтик.

Болай фикер йөртәбез: 9980 с. — якынча 10 000 с. 20% ул — $\frac{1}{5}$; 10 000 нең $\frac{1}{5}$ ул — $\frac{10\,000}{5} = 2000$. 2000 с. га якын экономия ясарга була.

Товарның бәясе күпләп сату вакытында 25% ка төшерелсә, бәясе төшкәнче 399 с., 4890 с., 19790 с. торган товардан күпме экономия ясап була?

Б

521 а) 50% ка, 35% ка, 27% ка, 80% ка, 150% ка арттырганда, товарның бәясе ничә тапкыр арткан?

б) 90% ка, 80% ка, 50% ка, 25% ка төшергәндә, товарның бәясе ничә тапкыр кимегән?

Фикер йөртәбез (522—524)

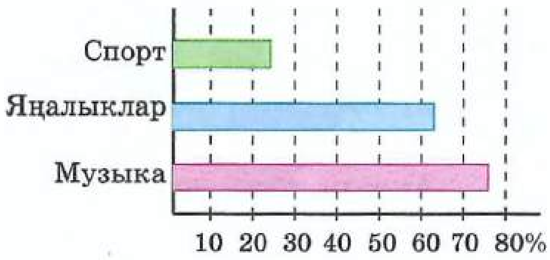
522 Җәяүле юл йөрү кагыйдәләрен бозган өчен салынган 200 с. штрафны билгеләнгән вакытка түләргә тиеш. Соңга калып түләнгән һәр көн өчен штраф суммасы 2% ка арта. 5 көнгә соңга калса, җәяүлегә күпме штраф түләргә туры киләчәк?

523 Мәктәптә 800 укучы. Алтынчы сыйныфларда барлык укучыларның 10% ы укый, шуларның 45% ы кызлар. Алтынчы сыйныфларда ничә кыз һәм ничә малай укый?

524 Китапханәдә 98 000 китап. Рус телендәге китаплар барлык китапларның 78% ын тәшкил итә, шуларның 5% ы — дәреслекләр. Калган китаплар — рус телендәге матур әдәбият һәм белешмәлекләр. Аларның чагыштырмасы 5 : 2. Китапханәдә рус телендә ничә белешмәлек бар?

525 Диаграммада (рәс. 6.6) 950 кешенең кайсы радиоканалны тыңлаулары турында мәгълүмат китерелгән. Якынча әйтегез:

а) Сораштырылган кешеләр арасында ничәсе спорт каналын тыңлый?



Рәс. 6.6

б) Ничә кеше яңалыкларга караганда музыкаль каналларны өстенрәк күрә?

Күрсәтмә. Җавапларны унынчы өлешләргә кадәр түгәрәкләгез.

526 Чишү ысулын тикшерәбез Кер юуу машинасын китерү һәм урнаштыру өчен 540 с. түләгәннәр. Бу — машина бәясенең 5% ын тәшкил итә. Кер юуу машинасы күпме тора?

Мәсьәлә чишүнең ике ысулын карап үтик.

1 нче ысул. 5% ул 540 с. ны тәшкил итә, ә 1% ул 540 : 5 = 108 (с.). Машинаның бәясе 100% булганлыктан, 108 с. ны 100 гә тапкырлыйбыз; 10 800 с. ны табабыз.

2 нче ысул. 5% ны унарлы вакланма белән күрсәтик, 0,05 не табабыз. Хәзер вакланма белән билгеләнгән санны аның өлеше буенча табу мәсьәләсен чишик. Моның өчен бу өлешне аңа туры килгән вакланмага бүләбез: 540 : 0,05 = 10 800 с. ны табабыз.

Алда тикшерелгән ысулларның берсе белән мәсьәләне чишегез:

а) Тартмада лампочкалар бар, шуларның 4 есе ватылган. Ватык лампочкалар барлык лампочкаларның 2% ын тәшкил итә. Тартмада барлыгы ничә лампочка булган?

б) Мәктәптә 15 бала гел «5» легә генә укый. Бу барлык укучыларның 5% ын тәшкил итә. Мәктәптә барлыгы ничә укучы укый?

527 Фикер йөртәбез Ниндидер бер санның 15% ы 12 гә тигез. Шул санның 5% ын, 30% ын, 50% ын, 100% ын табыгыз.

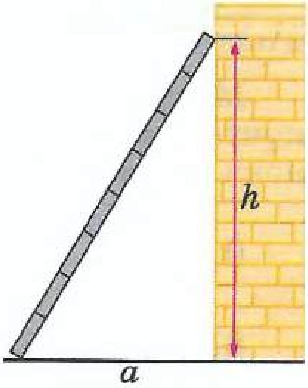
528 Практик ситуация Сезгә музейга экскурсия оештыру эше тапшырыла. Бер кешегә керү билеты 200 с. тора. Төркемнәрнең санына карап, ташлама ясала. 3 тән 10 га кадәр кеше булган төркемгә ташлама — 5%, ә 11 дән 20 гә кадәр кешелек төркемгә 10% ташлама ясала. Төркемдәге кеше санын үзегез билгеләп, экскурсия өчен күпме түләргә кирәклеген табыгыз.

К

529 Исәпләгез:

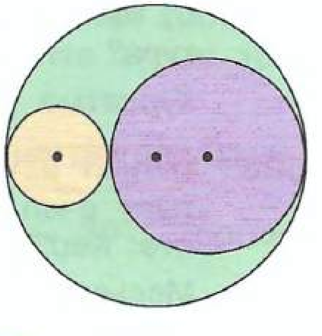
а) $\dfrac{3{,}18 + 6{,}82}{0{,}025}$; б) $\dfrac{0{,}5 + 0{,}01}{3{,}4 \cdot 0{,}5}$.

530 6.7 нче рәсемдә баскычның җирдән стенага сөялгән өске өлешенә кадәр ара h хәрефе белән күрсәтелә, a — баскычның аскы өлеше белән стенага кадәр ара. h ның a га чагыштырмасы баскычның текәлеген күрсәтә. Кайсы очракта текәлек зуррак: әгәр h = 1,8 м, ә a = 1,2 м булсамы, әллә h = 2 м, ә a = 1,5 м булгандамы?



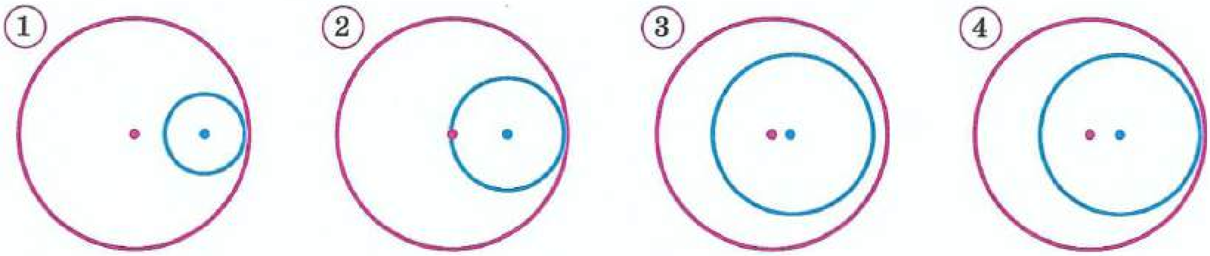
Рәс. 6.7

531 Кечкенә әйләнәнең радиусы 2 см га тигез, уртачасының радиусы — 3 см (рәс. 6.8). Зур әйләнәнең радиусы күпмегә тигез? Рәсемне күчереп ясагыз.



Рәс. 6.8

532 **Анализлыйбыз һәм фикер йөртәбез** Рәсемнәрнең (рәс. 6.9) кайсында зуррак әйләнәнең радиусы 6 см га тигез, кечерәгенең радиусы — 4 см, әйләнә үзәкләре арасындагы ераклык 1 см га тигез? Калган өч рәсем өчен туры килә торган кыйммәтләрне уйлап табыгыз.



Рәс. 6.9

6.4 Чагыштырманы процентларда белдерү

1 нче мисал. Иске Чәчкап авылы кешеләре арасында тавыш бирүдә катнашырга 350 кешенең хокукы бар. Сайлау көнендә сайлау участогына 189 кеше килгән. Иске Чәчкап авылы сайлаучыларының күпме өлеше тавыш бирүдә катнашкан?

Мәсьәләнең соравына җавап бирү өчен, 189 ның 350 гә чагыштырмасын табыйк.

$\frac{189}{350} = \frac{27}{50}$ табабыз. Ләкин мондый җавап уңайлы түгел, шуңа күрә унарлы вакланмага күчәбез:

$$\frac{27}{50} = 0,54.$$

Ачыклык өчен сайлаучылар санын процентларда белдерү кабул ителгән. $0,54 = \frac{54}{100}$ булганлыктан, 54 % сайлаучы тавыш бирүгә килгән.

Мәсьәләне чишү барышында без унарлы вакланмадан процентларга күчтек: 0,54 ул — 54 %. Башка унарлы вакланмалар да процентларда нәкъ шулай ук белдереләләр. Мәсәлән:

0,48 ул — 48 %; дөрестән дә, $0,48 = \frac{48}{100}$;

0,06 ул — 6 %; дөрестән дә, $0,06 = \frac{6}{100}$;

1,25 ул — 125 %; дөрестән дә, $1,25 = \frac{125}{100}$.

Унарлы вакланмадан процентларга күчү өчен, бу вакланманы 100 гә тапкырларга кирәк.

- Унарлы вакланманы процентларда ничек белдерергә? Тартмадагы дару катнашмасының 0,07 составын процентларда белдерегез.

2 нче мисал. Куртка 1600 с. торган. Сатып бетерү вакытында аның бәясе 240 с. га төшерелгән. Куртканың бәясе ничә процентка төшерелгән?

Мәсьәләне болай аңларга кирәк: ташламаның суммасы беренче бәянең ничә процентын тәшкил итә? Шуңа күрә 240 с. куртканың баштагы бәясенең нинди өлешен тәшкил итүен, ягъни 240 с. ның 1600 с. га чагыштырмасын табабыз, аннары табылган вакланманы процентларда белдерәбез:

$$\frac{240}{1600} = 0{,}15;\ 0{,}15 \text{ — это } 15\,\%.$$

Шулай итеп, куртка бәясе 15 % ка төшкән.

Карап үтелгән мисаллардан түбәндәге аңлашыла: бер сан икенчесенең ничә процентын тәшкил итүен белү өчен, бер санның икенчесенә чагыштырмасын табарга кирәк (икенче сүзләр белән әйткәндә, бер сан икенчесенең нинди өлешен тәшкил итүен, яки ничә тапкырга зуррак булуын ачыкларга кирәк) һәм бу чагыштырманы процентларда белдерергә.

2 нче мисал. *A* заводында бер айда эшләп чыгарылган 2150 телевизорның беренче елны ук 49 ын ремонтларга кирәк булган. Ә *B* заводында бер айда чыгарылган 725 телевизорның беренче елны 31 ен ремонтларга кирәк булган. Кайсы заводта сыйфатсыз телевизорлар проценты югарырак?

Беренче очракта 2150 телевизорның 49 ын, ә икенчесендә 725 нең 31 ен ремонтларга кирәк булганлыктан, сыйфатсыз телевизорлар өлешләре $\frac{49}{2150}$ һәм $\frac{31}{725}$ чагыштырмалары белән белдереләләр.

Гади вакланмалардан унарлыга, аннары процентларга күчәбез:

```
 49      |2150           31     |725
 490     |0,022...       310    |0,042...
-4900                   -3100
 4300                    2900
 -6000                   -2000
  4300                    1450
  1700                     550
```

Шулай итеп, $\frac{49}{2150} \approx 0{,}02$ һәм $\frac{31}{725} \approx 0{,}04$.

Беренче очракта ремонт кирәк булган телевизорлар өлеше якынча 0,02 гә тигез булган, ягъни 2%, икенче очракта — 0,04, ягъни 4%. Шулай итеп, *B* заводында сыйфатсыз телевизорлар проценты югарырак.

Бер сан икенчесенең ничә процентын тәшкил итүен ничек белергә? 250 кг нан 40 кг ничә процент тәшкил итүен табыгыз.

A

Кагыйдә буенча эшлибез (533—534)

533 Мәктәп укучыларының санын процентларда белдерегез:

а) 0,24; 0,38; 0,76; б) 0,3; 0,5; 0,9.

534 Мәктәптә еллык бюджетның күпме өлеше төрле кирәк-яракларга таләп ителүен исәпләп чыгарганнар. Нәтиҗә таблицада китерелгән.

Дәреслекләр сатып алу	0,37
Җиһазлар сатып алу	0,6
Өстәлләр ремонтлау	0,08
Бүлмәләрне ремонтлау	1,25
Мебель сатып алу	1,1

Бу өлешләрне процентларда белдерегез. Сез ничек уйлыйсыз, бер елда мәктәптә кайсы эшләрне башкарып була?

535 **Дөрес яки дөрес түгел** Хаталарны табыгыз һәм аларны төзәтегез:

1) 0,3 ул — 3%; 3) 0,17 ул — 17%; 5) 1,2 ул — 12%;

2) 0,9 ул — 90%; 4) 1,5 ул — 150%; 6) 0,64 ул — 64%.

536 Вакланманы процентларда белдереп, җөмләләрне укыгыз:

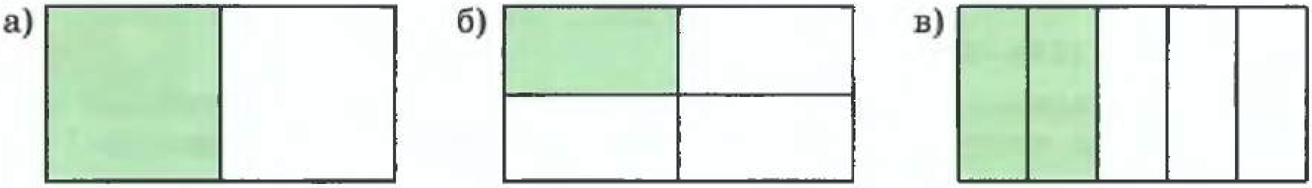
а) бакның $\frac{9}{10}$ ына бензин салганнар;

б) мәктәп укучыларының $\frac{2}{5}$ се мәктәпкә автобус белән бара;

в) кипкән чиянең массасы яңа өлгергәненең $\frac{6}{25}$ сын тәшкил итә;

г) кибет китерелгән шикәрнең $\frac{17}{20}$ сен саткан.

Ярдәм. Гади вакланманы унарлыга әйләндерегез.



Рәс. 6.10

537 Турыпочмаклык мәйданының ничә проценты буялган (рәс. 6.10, *а–в*)?

538 а) Кино сеансы вакытында залдагы барлык урынның $\frac{3}{5}$ е тулган, калган урыннар буш булган. Залдагы барлык урынның ничә проценты тулган, ничәсе буш булган?

б) Китапханәдәге барлык китапларның $\frac{11}{20}$ е рус телендә, калганнары чит телләрдә булган. Китапханәдәге барлык китапларның ничә проценты чит телләрдә булган?

539 Баскетбол боҗрасына тупны Тимур 50 тапкыр ыргыткан. Ул боҗрага тупны: а) 10 тапкыр; б) 25 тапкыр; в) 32 тапкыр; г) 40 тапкыр кертсә, керү саны ыргытулар санының күпме өлешен тәшкил итүен белегез, һәм бу өлешне процентларда билгеләгез.

540 а) Телевикторина сорауларына җибәрелгән 500 җавапның 120 се дөрес булып чыккан. Дөрес җаваплар санының барлык җибәрелгән җаваплар санына чагыштырмасын табыгыз. Викторинада катнашучыларның ничә проценты дөрес җавап биргән?

б) Мәктәптә 800 укучы, аларның 600 е спорт белән шөгыльләнә. Спортчылар санының барлык мәктәп укучылары санына чагыштырмасын табыгыз. Укучыларның ничә проценты спорт белән шөгыльләнә?

Мәсьәләне чишегез һәм чишүне аңлатыгыз **(541–543)**.

541 а) Округта 25 000 сайлаучы. Тавыш бирүдә аларның 13 000 е катнашкан. Сайлауларда ничә процент сайлаучы катнашкан һәм ничәсе катнашмаган?

б) 30 000 шәһәр халкының 6900 е балалар. Балалар барлык халыкның ничә процентын тәшкил итә? Барлык халыкның ничә процентын олылар тәшкил итә?

542 а) 40 литрлы канистрдан 16 л бензин агызып алганнар. Канистрда ничә процент бензин калган?

б) Боксчы үткәрелгән 60 көрәшнең 54 ендә җиңүгә ирешкән. Көрәшнең ничә проценты боксчыга җиңү китермәгән?

543 а) Банкта 8000 с. га 1 ел срок белән счёт ачылган. Бер елдан счёттагы сумма 8640 с. га тигез булган. Счёттагы яңа сумма кертелгән сумманың ничә процентын тәшкил итә?

б) Дальнегорск шәһәрендә көзге айларда 45 юл-транспорт һәлакәте ЮТҺ (ДТП) булган. Кышкы айларда һава торышы начарлануга бәйле ЮТҺ саны 54 кә кадәр арткан. Көзге ЮТҺ саныннан кышкы айлардагы ЮТҺ саны ничә процент тәшкил иткән?

Аңлату текстындагы 2 нче мисалны тикшерегез һәм мәсьәләне чишегез **(544—545)**.

544 а) Фирманың акцияләре августта 1000 с. булган, ә сентябрьдә бәя 30 с. га күтәрелгән. Акциянең бәясе ничә процентка күтәрелгән?

б) Автобуста йөрү бәясе 3 с. га күтәрелгән. Бәясе күтәрелгәнче, билет 25 с. торса, ул ничә процентка арткан?

545 а) Товарны сатып бетерү вакытында 3000 с. торган өстәлнең бәясе 600 с. га төшерелгән. Өстәл бәясе ничә процентка төшкән?

б) Гыйнварда фирма акцияләре 50 с. торган. Февральдә аларның бәясе 2 с. га төшкән. Акцияләр бәясе ничә процентка төшкән?

546 Унарлы вакланмаларны башта йөзенче өлешләргә кадәр түгәрәкләп, аларны якынча процентларда белдерегез:

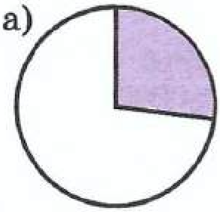
а) 0,843; в) 0,5016; д) 0,4666;
б) 0,1391; г) 0,0449; е) 0,018.

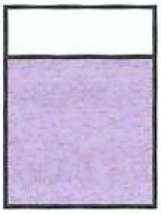
547 Якынча ничә процент тәшкил итә:

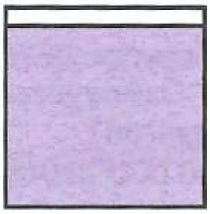
а) Мәктәп укучыларының $\frac{1}{3}$ е; г) гаилә бюджетының $\frac{1}{9}$ е;
б) китапханә фондының $\frac{1}{6}$ е; д) акча кеременең $\frac{1}{11}$ е;
в) Мәскәү халкының $\frac{1}{7}$; е) шәһәр бюджетының $\frac{1}{12}$ е?

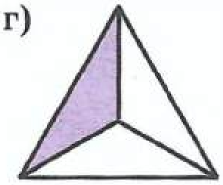
Ярдәм. Гади вакланманы өтердән соң өч тамга белән якынча унарлы вакланма белән алмаштырыгыз һәм нәтиҗәне йөзенче өлешләргә кадәр түгәрәкләгез.

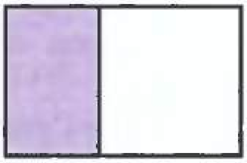
548 Фигура мәйданының (рәс. 6.11, *а–е*) якынча күпме проценты буялган булуын билгеләгез. Һәр рәсем өчен туры килгән җавапны табыгыз.

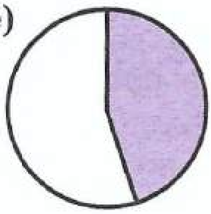
а)

А. 20%
Б. 27%
В. 48%

б)

А. 40%
Б. 60%
В. 80%

в)

А. 40%
Б. 60%
В. 90%

г)

А. 25%
Б. 33%
В. 66%

д)

А. 40%
Б. 50%
В. 70%

е)

А. 55%
Б. 25%
В. 45%

Рәс. 6.11

549 Фикер йөртәбез. Исәпләүләрне башкармыйча гына, түбәндәге вакланмаларны процентларда белдергәндә кайсысының 50 % тан зуррак яки кечерәк булуын әйтегез:

а) $\frac{2}{5}$; б) $\frac{4}{5}$; в) $\frac{1}{3}$; г) $\frac{2}{3}$; д) $\frac{5}{12}$; е) $\frac{7}{12}$.

Б

550 а) 160 г какао һәм 40 г шикәр комын катнаштырганнар. Какао барлык катнашманың ничә процентын тәшкил итә? Шикәр комы барлык катнашманың ничә процентын тәшкил итә?

б) Бронза — бакыр белән аккургаш һәм цинкның эретмәсе. Нинди дә булса маркадагы бронза кисәгенә 1,78 кг бакыр, 0,1 кг аккургаш, 0,12 кг цинк кирә. Һәр матдә барлык эретмәнең ничә процентын тәшкил итә?

551 а) Сентябрьдә компания акцияләрен 250 шәр с. нан сатканнар, ә октябрьдә аларның бәясе төшкән, һәм акцияләр 200 әр с. нан сатыла башлаган. Акцияләрнең бәясе ничә процентка төшкән?

б) 2005 елда йорт 2,4 млн с. га сатып алынган, ә 2007 елда 3 млн с. га сатылган. Йортның бәясе ничә процентка арткан?

552 **Мәсьәләне план буенча чишәбез**

а) Мәктәп китапханәсендә китаплар һәм журналлар бар. Китаплар санының журналлар санына чагыштырмасы 4 : 1 гә тигез.

1) Китаплар китапханә фондының күпме өлешен тәшкил итә?

2) Табылган вакланманы унарлы вакланма белән күрсәтегез һәм аны процентларда белдерегез.

Киләсе мәсьәләне «а» пунктында күрсәтелгән план буенча чишегез.

б) Туфан «Авиация» һәм «Автомобильләр» темасына маркалар җыя. Аның коллекциясендә бу темаларга караган маркалар 3 : 7 чагыштырмасында бүленгән. Коллекциядә һәр тема буенча маркалар ничә процент тәшкил итә?

553 Аңлату текстындагы 3 нче мисалны тикшерегез һәм мәсьәләне чишегез:

а) Беренче заводта 1000 эшләнмәдән 29 ы яраксыз булган, ә икенчесендә 2000 эшләнмәдән – 42 се. Һәр заводтагы яраксыз эшләнмәләрнең якынча процентын табыгыз һәм ике заводның кайсысы сыйфатлырак продукция чыгарганлыгын белегез.

б) *A* шәһәрендә сайлауга 21 мең сайлаучының 13 меңе килгән, ә *B* шәһәрендә 19 мең сайлаучының 11 меңе катнашкан. Кайсы шәһәрдә сайлаучылар активрак?

554 **Практик ситуация** Сез Россия шәһәрләре турында чыгыш әзерлисез дип күз алдына китерегез. Халык саны буенча барлык шәһәрләр биш типка бүленәләр: кече, уртача, эре, иң зур һәм миллионер шәһәрләр.

Диаграммада (рәс. 6.12 к., 142 б.) һәр типтагы шәһәрләрнең саны күрсәтелгән.

Суздаль. Шәһәр үзәге

Рәс. 6.12

1) Диаграмма мәгълүматлары буенча, Россиядә барлыгы ничә шәһәр исәпләнә?

2) Шәһәрләрнең гомуми саныннан һәр типтагы шәһәрләр ничә процент тәшкил итә? Җавапны берәмлекләргә кадәр түгәрәкләгез.

К

555 а) Бүлмә стенасына ябыштыру өчен, 80 м обой кирәк. Һәр рулонның озынлыгы 10,5 м булса, ничә рулон обой сатып алырга кирәк?

б) Озынлыгы 6,2 м булган тактаны 0,8 м озынлыктагы кисәкләргә бүләргә кирәк. Шундый ничә кисәк килеп чыгар?

556 Анализ ясыйбыз Бер кубның кабыргасы 10 см га тигез, ә икенчесенеке — 5 см (рәс. 6.13). Чагыштырманы табыгыз:

1) кечкенә куб кабыргасының зур куб кабыргасына;

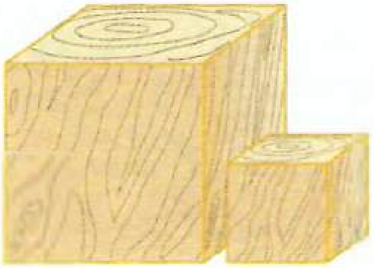
2) кечкенә куб кыры мәйданының зур куб кыры мәйданына;

3) кечкенә куб күләменең зур куб күләменә.

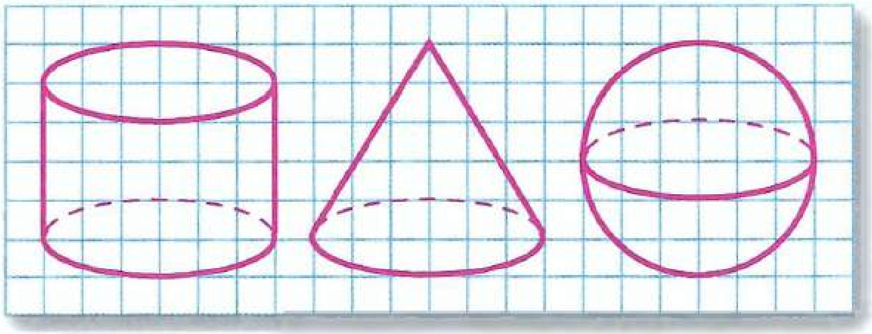
Бу чагыштырмалар арасында тигез булганнары бармы?

557 Йортның сызымы 1 : 24 масштабында башкарылган. Чынлыкта стенаның биеклеге 6 м га тигез булса, аның биеклеге сызымда күпмегә тигез булыр? Сызымда бу йортның фасады озынлыгы 35 см га тигез булган кисемтә белән сурәтләнсә, фасад озынлыгы чынлыкта күпмегә тигез булыр?

558 Дәфтәрегезгә цилиндр, конус, шар (рәс. 6.14) сурәтенең копиясен төшерегез. Цилиндр һәм конусның нигезләрен буягыз, аларның биеклекләрен сызыгыз. Шарның үзәген билгеләгез, аның радиусын һәм диаметрын күрсәтегез.



Рәс. 6.13



Рәс. 6.14

Сез нәрсәгә өйрәндегез

Мәҗбүри белем күнекмәләре

Саннар һәм зурлыкларның нәрсә күрсәткәнен беләм; саннар һәм зурлыкларның чагыштырмасын таба алам.

1. AB кисемтәсе C ноктасы белән, $AC = 1{,}2$ дм, $BC = 6$ см булырлык итеп, ике өлешкә бүленгән. $\frac{AC}{BC}$, $\frac{BC}{AB}$ чагыштырмалары нәрсәне күрсәтә? Бу чагыштырмаларны табыгыз.
2. Тартмада гади һәм төсле карандашлар 5 : 8 чагыштырмасында була. Гади карандашлар төслеләрнең нинди өлешен тәшкил итә? Төсле карандашлар гадиләренә караганда ничә тапкырга күбрәк?

Масштабның нәрсә икәнен беләм, сурәтнең масштабын исәпкә алып, озынлыкларны һәм ераклыкларны таба алам.

3. Картаның масштабы 1 : 200 000. Бу картада ике пункт арасындагы ераклык 8,5 см га тигез. Урында бу пунктлар арасындагы ераклык күпмегә тигез?

Бирелгән чагыштырмада бүлүгә мәсьәләләр чишә алам.

4. Мәктәптә дәресләр 5 сәг бара. Дәресләргә һәм тәнәфесләргә вакыт 9 : 1 чагыштырмасында бүленә. Барлык дәресләргә күпме вакыт бирелә һәм барлык тәнәфесләргә күпме?

Процентларны унарлы вакланмалар белән һәм киресенчә белдерә алам.

5. Унарлы вакланма белән белдерегез:
а) 39%; б) 50%; в) 6%; г) 230%.
6. Ил халкының 0,4 ен; округ сайлаучыларының $\frac{7}{20}$ сен процентларда белдерегез.

Процентларга төп мәсьәләләрне чишә алам.

7. Табыгыз:
а) 200 с. ның 3% ын; б) 200 с. ның 120% ын.
8. Кибет компьютерларга бәяләрне 24% ка төшергән. Бәясен төшергәнче 18 000 с. торган компьютер ничә сум тора башлаган?
9. 50 помидор орлыгы утыртканнар. 45 орлык тишелеп чыккан. Орлыкларның күпме өлеше шытып чыкканын белегез, аны процентларда белдерегез.

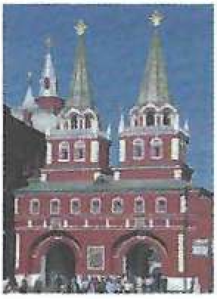
Тагын башка биремнәрне дә башкара алам (берничә номерны күрсәтегез).

7 нче БҮЛЕК

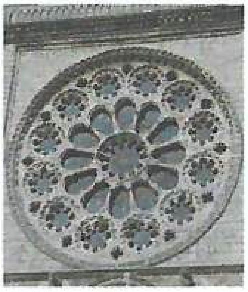
Симметрия

«Симметрия» сүзе грек теленнән алынган. Ул «гармония» сүзе кебек үк бер үлчәмдәге дигәнне, өлешләрнең урнашуында билгеле бер тәртип, закончалык булуны аңлата. Кар бөртегенә, күбәләккә, су өстендәге кош чагылышына карагыз — болар табигатьтә очрый торган симметрик күренешләрнең кайберләре генә.

Борынгы заманнан ук симметрияне кешеләр архитектурада, көнкүреш предметларында, орнаментларда кулланганнар.



Воскресение капкасы, Мәскәү, XVII г.



Католиклар соборындагы чәчәк

Билбаудагы асылмалы бизәктә чуваш орнаменты

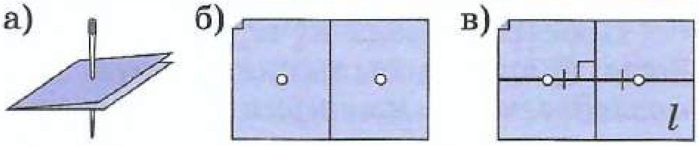
Математикада симметриянең күп төрләре өйрәнелә, сез *күчәрле, үзәкле,* шулай ук *көзгедәгечә* симметрия белән танышырсыз.

7.1 Күчәрле симметрия

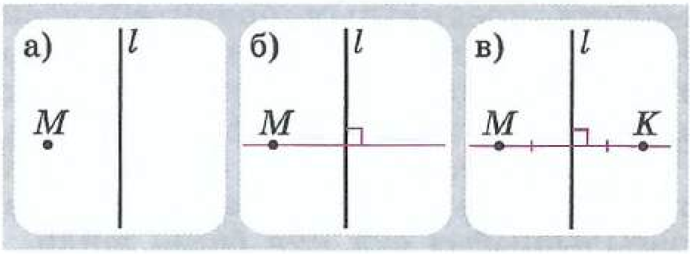
Кәгазь бите алыгыз. Анда нинди дә булса туры үткәрегез һәм шул туры буенча кәгазьне бөкләгез. Бөкләнгән битне энә белән кадап куегыз (рәс. 7.1, *а*). Битне ачып карасагыз, анда бу турының ике ягында урнашкан ике ноктаны күрерсез (рәс. 7.1, *б*). Бу *нокталар*

турыга карата — бөгү сызыгына *симметрик* дип әйтәләр.

Табылган нокталар аша туры үткәрегез һәм аны l хәрефе белән тамгалагыз. Инструментлар ярдәмендә l турысының бөгү сызыгына перпендикуляр булуын, ә нокталарның аннан бертигез ераклыкта ятуына ышана аласыз (рәс. 7.1, *в*). Бу — симметрик нокталарның мөһим үзлеге. Аның ярдәмендә, кәгазь битен бөкләмичә дә, нинди дә булса турыга карата симметрик нокталар төзергә була.



Рәс. 7.1



Рәс. 7.2

Тасвирланган экспериментны үткәрегез. Кирәкле тамгаларны куегыз һәм, алардан файдаланып, симметрик нокталарның үзлеген языгыз.

l турысы һәм M ноктасы бирелгән булсын, ди (рәс. 7.2, *а*). l турысына карата M ноктасына симметрик ноктаны билгелик. Моның өчен:

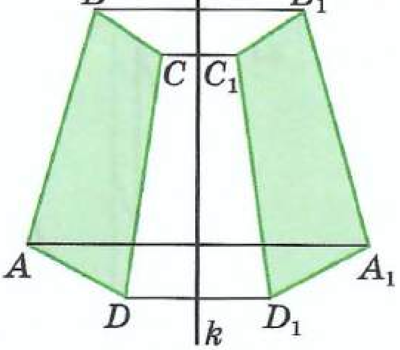
- M ноктасы аша l турысына перпендикуляр туры үткәрик (рәс. 7.2, *б*);
- анда l турысыннан M ноктасы урнашкан ераклыкта K ноктасын билгелик (рәс. 7.2, *в*).

K ноктасы l турысына карата M ноктасына симметрик була.

7.3 рәсемен яхшылап карагыз: $ABCD$ һәм $A_1B_1C_1D_1$ турыпочмаклыклары k турысына карата симметрик. Симметрик түбәләр бер үк төрле хәреф белән тамгаланганнар, ләкин — аска куелган цифр-индекс өстәлгән. Игътибар итегез: $ABCD$ дүртпочмагын әйткәндә, сез сәгать теле уңаена «йөрисез», ә аңа симметрик булган $A_1B_1C_1D_1$ дүртпочмагын әйткәндә — сәгать теленә каршы. Бу — күчәрле симметриянең йөрү юнәлешен капма-каршыга үзгәртүен аңлата.

Рәсемне k турысы буенча бөкләгәндә, $A_1B_1C_1D_1$ һәм $ABCD$ дүртпочмаклары тәңгәл килә. Икенче сүз белән әйтсәк, бу дүртпочмаклар тигез.

Фигуралар симметрик булса, алар тигез.



Рәс. 7.3

7.3 рәсеме буенча әйтегез: *A* түбәсенә, *C* түбәсенә симметрик түбәне; *BC* ягына, *DC* ягына симметрик якны; *ABC* почмагына, *CDA* почмагына симметрик почмакны.

Теләсә нинди турыга карата бирелгән күппочмакка симметрик булган күппочмакны ничек төзергә?

Пространствода күчәрле симметриянең аналогы булган яссылыкка карата симметрия — *көзгедәгечә симметрия*. Нәрсәнең дә булса судагы чагылышы көзгедәгечә симметриягә мисал була. Көзгедән караганда, без бу симметрия белән даими очрашып торабыз.

Күчәрле симметрия кебек, көзгедәгечә симметрия предметның ориентациясен үзгәртә. Әгәр сез, көзге каршына басып, сәгать теле юнәлеше уңаена әйләнсәгез, сезнең чагылышыгыз сәгать теле юнәлешенә каршы әйләнер.

Тагын бер кызыклы фактка игътибар итегез: уң кулыгыз белән эшләнгән һәр нәрсәне чагылышыгыз сул кул белән эшли, һәм киресенчә.

Нерль елгасы буендагы Покров чиркәве (XII г.)

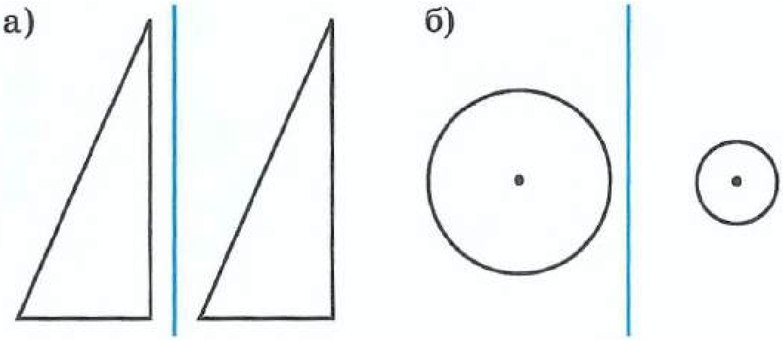
A

559 **Алгоритм буенча эшлибез** Кәгазь битендә l турысы үткәрегез, өч нокта билгеләгез һәм аларны A, B һәм C хәрефләре белән тамгалагыз. l турысына карата бу нокталарга симметрияле нокталар төзегез. Аларны индекслы тиңдәшле хәрефләр белән тамгалагыз. l турысы буенча битне бөкләп, төзүнең дөрес башкарылуын тикшерегез.

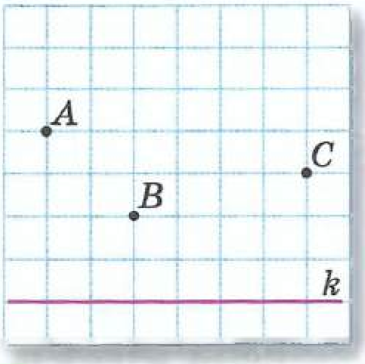
560 Рәсемне үткәрелгән туры буенча (рәс. 7.4) куңелдән бөкләгез һәм бу турыга карата анда сурәтләнгән фигураларның симметрик булу-булмавын ачыклагыз.

561 **Символлар белән эшлибез** 7.5 нче рәсемнең копиясен алыгыз һәм k турысына карата A, B һәм C нокталарына симметрик A_1, B_1 һәм C_1 нокталарын төзегез.

562 Дәфтәргә 7.6 нчы рәсемнең копиясен төшерегез һәм k турысына карата бирелгән фигураларга симметрик фигуралар төзегез. Һәр дүртпочмакта диагональләр үткәрегез һәм дүртпочмакның диагональләре кисешү ноктасына симметрик ноктаны билгеләгез.

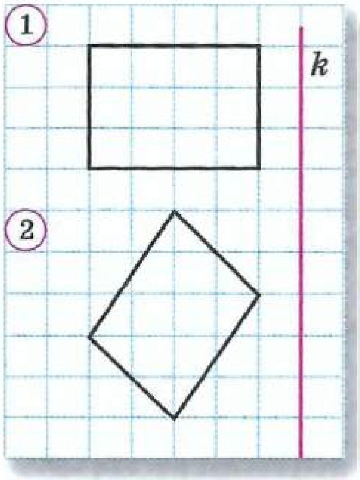


Рәс. 7.4

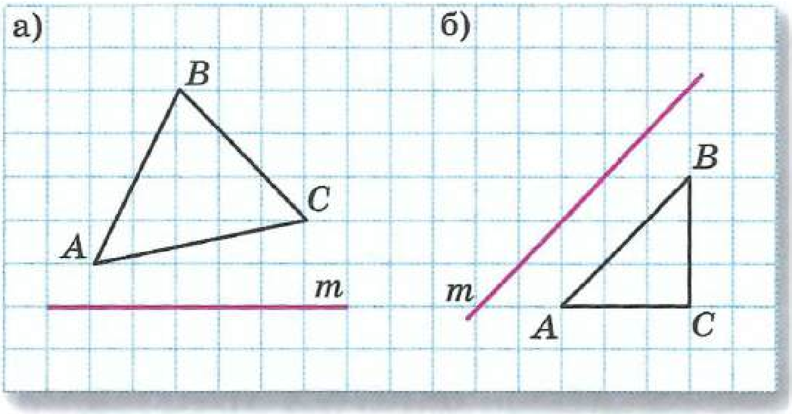


Рәс. 7.5

563 m турысына карата ABC өчпочмагына симметрик булган өчпочмак төзегез (рәс. 7.7, *а, б*).



Рәс. 7.6



Рәс. 7.7

564 Сызыклы булмаган кәгазьдә нинди дә булса туры үткәрегез һәм аны m хәрефе белән тамгалагыз.

а) m турысын кисмәүче кисемтә сызыгыз һәм m турысына карата аңа симметрик булган кисемтә төзегез.

б) бер ягы m турысында яткан дүртпочмак төзегез, һәм m турысына карата аңа симметрик булган дүртпочмак төзегез.

565 Әйләнә сызыгыз һәм

а) әйләнәне кисми торган;

б) әйләнәне кисә, ләкин аның үзәге аша үтми торган;

в) әйләнә үзәге аша үтә торган;

г) әйләнәгә орынма була торган турыга карата аңа симметрик булган әйләнә төзегез.

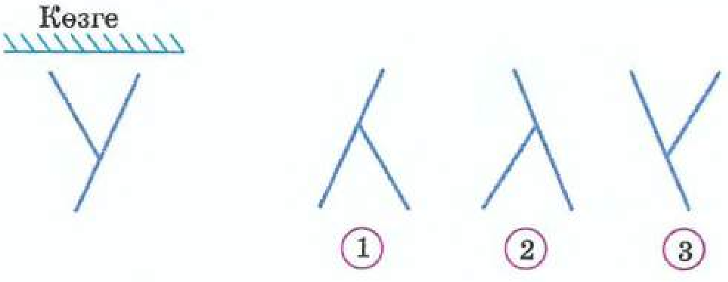
566 K һәм l турылары:

а) параллель;

б) кисешә.

l турысына карата k турысына параллель булган m турысы үткәрегез.

567 **У** хәрефенең көзгедәгечә чагылышы ничек була (рәс. 7.8)? Көзгедән файдаланып, үзегезне тикшерегез.



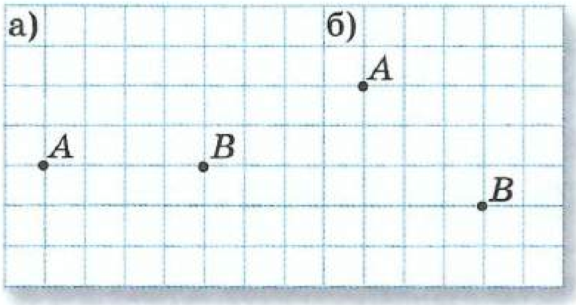
Рәс. 7.8

Б

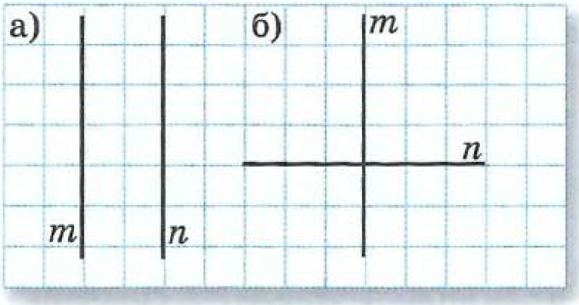
568 7.9 нчы рәсемнең копиясен алыгыз һәм шундый l турысы үткәрегез: аңа карата A һәм B нокталары симметрик булсын.

569 **Дөрес яки дөрес түгел** 1) Шундый туры үткәрегез, аңа карата m турысы n турысына симметрик булсын (рәс. 7.10). Шундый ничә туры үткәрергә була?

2) Раслама дөресме: «Теләсә нинди a һәм b турылары өчен шундый c турысы бар, аңа карата a һәм b турылары симметрик була. Җавабыгызны нигезләгез.



Рәс. 7.9

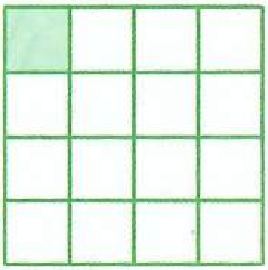


Рәс. 7.10

570 **Фикер йөртәбез** Квадрат 16 кечкенә квадратка бүленгән, аның берсе буялган (рәс. 7.11). Буяу кипми дип уйлыйк. Зур квадратны сызыклар эзеннән башта бөкләп, аннары турайтып, кечкенә квадратларны буяп чыгарга мөмкин. Бөкләгән саен, буялган мәйдан зурая бара. Бөтен квадратны буяу өчен, аны ничә тапкыр бөкләргә кирәк?

571 **Закончалыкны эзлибез** 1) Ике турыпочмаклы көзге һәм нинди дә булса предмет, мәсәлән, карандаш алыгыз. Көзгеләрне 120° лы почмак ясарлык итеп, бер-берсенә каратыгыз, алар алдына карандаш куегыз (рәс. 7.12). Ничә карандаш күрәсез? Бу тәҗрибәне көзгеләр арасындагы почмак: 90°, 60°, 45° булырлык итеп кабатлагыз. Һәр очракта ничә карандаш күрәсез?

2) Бер-берсенә берникадәр почмак белән урнашкан берничә көзгедән торган конструкция балалар уенчыгы «Калейдоскоп»та кулланыла, анда төсле пыяла ватыкларыннан чиксез күп бизәкләр барлыкка килә. Берничә төсле төймә, фишка яки башка вак әйберләр алыгыз һәм аларны көзгеләр алдына куегыз. Сез бизәк килеп чыгуын күрерсез.



Рәс. 7.11

Рәс. 7.12

К

572 Гамәлләрне башкарыгыз: (8 – 7,6) · (0,33 + 0,7).

573 Сәяхәтче 0,2 сәг тә 0,9 км, 2 сәг тә 7 км һәм 0,5 сәг тә 1,7 км юл үткән. Юлның кайсы өлешендә аның тизлеге иң кечкенә булган?

574 Кибеткә 3 т бәрәңге һәм 900 кг помидор китергәннәр. Беренче көнне барлык бәрәңгенең 30% ы һәм барлык помидорның 45% ы сатылган. Кайсы яшелчә күбрәк сатылган һәм ничә тапкыр күбрәк?

575 Спортчы тренировка вакытында мишеньгә 80 тапкыр аткан һәм 7 атуда тидерә алмаган. Спортчының мишеньгә тидерү проценты күпмегә тигез? Җавапны берәмлеккә кадәр түгәрәкләгез.

7.2 Фигураның симметрия күчәре

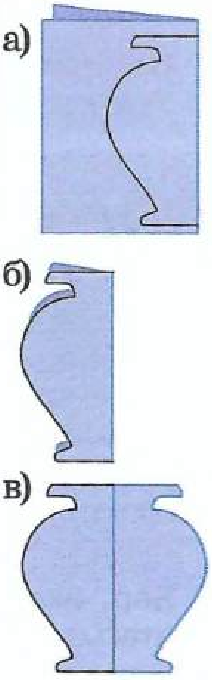
Туры фигураны ике өлешкә бүлсә һәм, туры буенча фигураны бөкләгәндә, бу кисәкләр тәңгәл килсә, фигураны турыга карата симметрияле диләр. Симметрик фигураны табу ысулы бик гади.

Моның өчен кәгазь бите алыгыз һәм аны урталай бөкләгез. 7.13 нче *а* рәсемендәге кебек, очлары бөкләнгән урында яткан теләсә нинди сызык сызыгыз һәм кәгазь битен бу сызык буенча кисегез (рәс. 7.13, *б*), киселгән фигураны җәеп салыгыз (рәс. 7.13, *в*). Килеп чыккан фигура симметрик була. Бөкләү сызыгы – *фигураның симметрия күчәре.*

Сез белгән фигураларның күбесе симметрик, мәсәлән, турыпочмаклыкның ике симметрия күчәре бар.

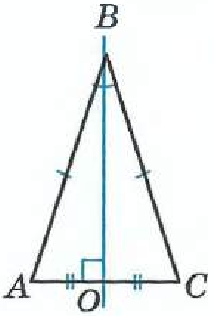
Тигезьянлы өчпочмакның да симметрия күчәре бар. Нигез янындагы почмаклары тәңгәл килерлек итеп, аны бөкләсәгез, бөкләү сызыгы аның симметрия күчәре була да инде (рәс. 7.14).

Тигезьянлы өчпочмакның симметрия күчәре аны ике тигез өлешкә бүлә. Ул нигезгә каршы ятучы почмакны урталай бүлә, нигезнең уртасы аша уза һәм нигезгә перпендикуляр була.



Рәс. 7.13

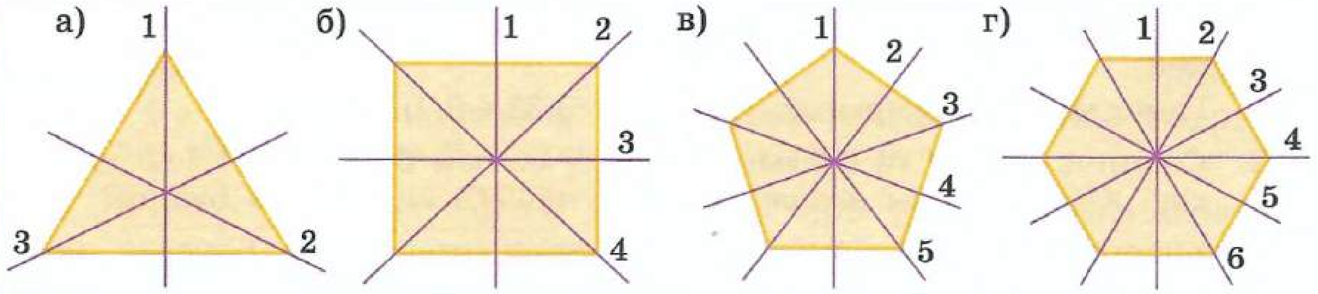
- *ABO* һәм *BOC* өчпочмакларының тигез элементларын атагыз, аларның төрен билгеләгез (рәс. 7.14 к.).
- Симметрия күчәре булмаган күппочмак төзегез.



Рәс. 7.14

Фигураның ничә симметрия күчәре булырга мөмкин? Бу сорауга җавапны күппочмаклардан эзли башлыйк.

«Иң симметрик өчпочмак» — тигезьяклы өчпочмак икәнен ачыклау авыр түгел. Аның өч симметрия

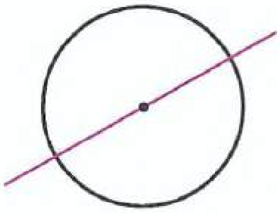


Рәс. 7.15

күчәре бар (рәс. 7.15, *а*), ә «иң симметрик дүртпочмак» – квадрат, аның 4 симметрия күчәре бар (рәс. 7.15, б).

Игътибар иткәнсездер, бу ике күппочмак – яклары да, почмаклары да тигез булган фигуралар. Яклары да, почмаклары да тигез бишпочмак та (рәс. 7.15, *в*), алтыпочмак та (рәс. 7.15, *г*) була.

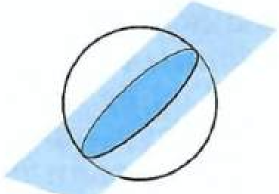
Барлык яклары да, почмаклары да тигез булган күппочмакны төзек дип атыйлар.



Рәс. 7.16

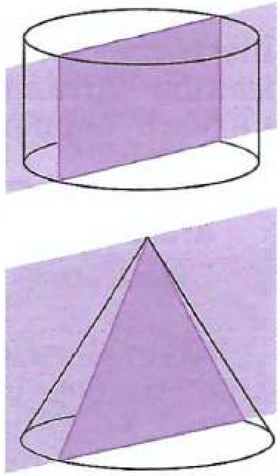
Шулай итеп, тигезьяклы өчпочмак – төзек өчпочмак, ә квадрат төзек дүртпочмак була.

Билгеле булганча, барлык бишпочмаклар арасында «иң симметриялесе» — төзек бишпочмак, алтыпочмаклылар арасында — төзек алтыпочмак һ. б. Яссылыкта «иң симметрик» фигуралар — әйләнә һәм шул әйләнә белән чикләнгән түгәрәк. Әйләнә үзәге аша узучы теләсә нинди туры аның симметрия күчәре була (рәс. 7.16).



Рәс. 7.17

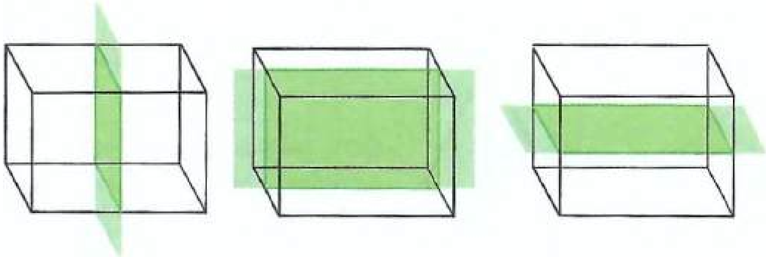
- Бер, ике симметрия күчәре булган күппочмаклыкны атагыз.
- Тигезьяклы өчпочмакның; квадратның ничә симметрия күчәре бар?
- Нинди күппочмакларны төзек дип атыйлар?



Рәс. 7.18

Пространствода «иң симметрик» фигура — шар. Ул зур әйләнәсен кисеп үтүче теләсә нинди яссылыкка симметрик була (рәс. 7.17). Яссылыкта мондый кызыклы үзлеккә түгәрәк кенә ия булса, пространствода чиксез күп симметрия яссылыкларына ия башка җисемнәр дә бар. Сезгә таныш җисемнәрдән цилиндр һәм конус шундый үзлеккә ия (рәс. 7.18).

Күпкырлыклар да симметрик була ала. Мәсәлән, параллелепипедның өч симметрия яссылыгы бар (рәс. 7.19).



Рәс. 7.19

а) Шарны; б) параллелепипедны; в) цилиндрны; г) конусны симметрия яссылыгы кисеп үтсә, киселмдә нинди фигура килеп чыгар?

Математик яктан кимчелексез симметрик предметларга мисаллар тормышта сирәк очрый. Мәсәлән, кеше гәүдәсен симметрик өлешләргә бүлүче яссылыкны күрсәтү авыр түгел. Ләкин шул ук вакытта симметриядән тайпылышларны табу да кыен түгел: миңнәр, чәч бүлеме яки киемдә симметрияне боза торган нинди дә булса деталь һ. б. Зур булмаган бу тайпылышлар кешенең кыяфәтен *асимметрияле* итә, ягъни кеше симметрияле булмый.

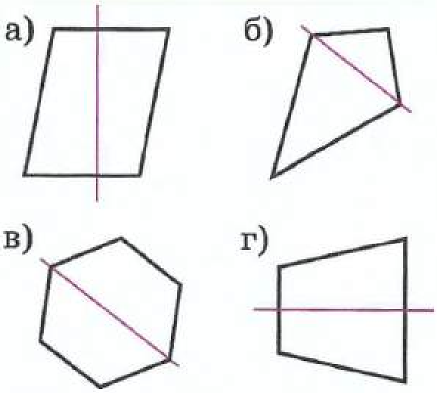
Симметрия һәм асимметрия бер-берсе белән тыгыз бәйләнештә тора. Мәсәлән, уен башланганчы, шахмат тактасындагы бер төстәге фигураларның торышы король һәм королева аркасында асимметрик була. Шул ук вакытта кара төстәге фигураларның торышы ак фигураларның көзгедәгечә чагылышы булып тора.

Шахмат фигураларын урнаштыру

А

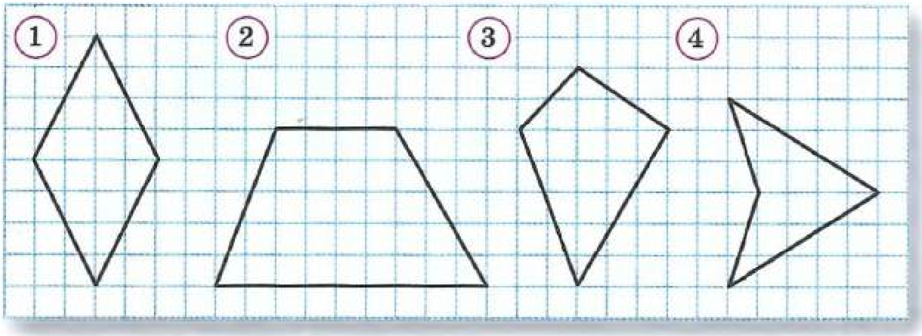
576 Мәгълүмат эзлибез. Матур әдәбиятта, Интернетта һәм фотоальбомнардагы табигать тарафыннан барлыкка китерелгән яки кеше куллары белән ясалган предмет яки объектлар арасыннан күчәрле симметрия үзлегенә ия булганнарын табыгыз.

577 Дөрес яки дөрес түгел. 7.20 нче рәсемне карагыз. Үткәрелгән туры – күппочмакның симметрия күчәре. Бу дөресме?



Рәс. 7.20

578 7.21 нче рәсемдә бирелгән фигуралар арасыннан симметрик фигураларны табыгыз. Аларны дәфтәрегезгә күчереп ясагыз һәм симметрия күчәрләрен үткәрегез.



Рәс. 7.21

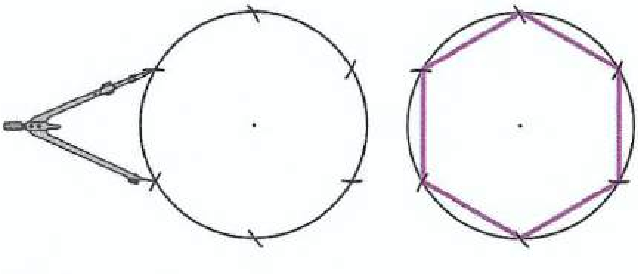
579 **Сынап карыйбыз** а) Турыпочмаклы кәгазь битен алыгыз һәм, бөкләү юлы белән, аның симметрия күчәрләрен табыгыз. Турыпочмаклыкның диагонале симметрия күчәре була аламы?

б) Квадратның дүрт симметрия күчәре бар. Аларны бөкләү юлы белән табыгыз. Дәфтәрегездә квадрат сызыгыз һәм аның симметрия күчәрләрен үткәрегез.

580 Сызыклы булмаган кәгазьдә яклары 3 см, 5 см, 5 см һәм 7 см, 4 см, 4 см булган ике өчпочмак төзегез. Һәр өчпочмакның симметрия күчәрен үткәрегез, тигез кисемтәләрне һәм тигез почмакларны билгеләгез.

581 Дәфтәрегездә тигезьяклы өчпочмак сызыгыз һәм аның барлык симметрия күчәрләрен үткәрегез.

582 **Алгоритм буенча эшлибез** Төзек алтыпочмак төзү өчен, әйләнәне 6 тигез өлешкә бүлегез (циркульне әйләнә радиусы озынлыгында ачып, әйләнәдә нокталар билгеләгез) һәм эзлекле рәвештә нокталарны тоташтырыгыз.



Рәс. 7.22

1) 7.22 нче рәсемне карагыз һәм төзүне башкарыгыз.

2) Килеп чыккан төзек алтыпочмакның симметрия күчәрләрен үткәрегез.

3) Төзек алтыпочмакның почмаклары күпмегә тигез?

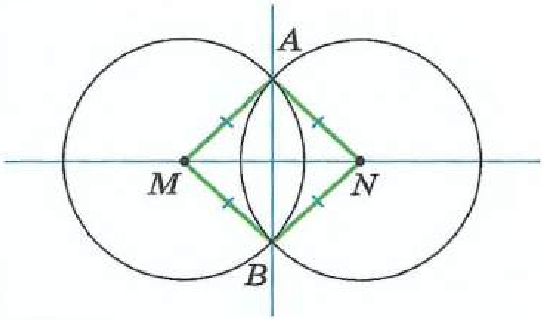
583 Кар бөртегенең ничә симметрия күчәре бар? (144 нче б. к.) Дәфтәрегездә схематик рәсемен ясагыз һәм аның симметрия күчәрләрен күрсәтегез.

584 **Законлылыкны эзлибез** Төзек өчпочмакның; дүртпочмакның; бишпочмакның; алтыпочмакның ничә симметрия күчәре бар (7.15 нче рәс. к.)? Төзек тугызпочмакның; унпочмакның ничә симметрия күчәре бар? Бу фигураларны кулдан гына ясагыз һәм аларның симметрия күчәрләрен үткәрегез. Төзек n-почмакның ничә симметрия күчәре булыр?

Б

585 Дөрес яки дөрес түгел 7.23 нче рәсемне карагыз.
Дөрес булган раслауларны сайлап алыгыз.

1) *AB* турысы — ике әйләнәдән торган фигураның симметрия күчәре.
2) *AMN* өчпочмагы — тигезьяклы.
3) *MANB* дүртпочмагы — квадрат.
4) *A* һәм *B* нокталары *MN* турысына карата симметрик.



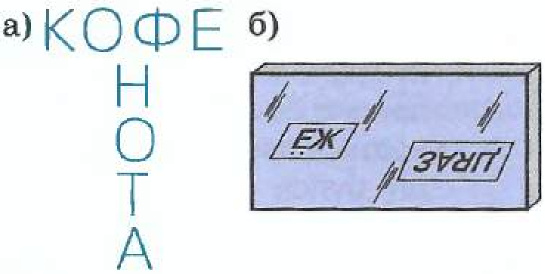
Рәс. 7.23

586 а) 7.24 нче рәсемдә рус алфавиты хәрефләре бирелгән. Кайсы хәрефләрнең бер симметрия күчәре; ике симметрия күчәре бар?

б) 7.25 нче *а* рәсемендә бирелгән беренче сүзнең — горизонталь, ә икенчесенең вертикаль симметрия күчәре бар. Горизонталь симметрия күчәре булган һәм вертикаль симметрия күчәре булган башка сүзләрне языгыз.

в) Көзгедә чагылдырылган сүзләрне укыгыз (рәс. 7.25, *б*). Аларның берсе җиңел укыла, икенчесе — авыр. Шундый ике сүзне үзегез төзегез.

Рәс. 7.24

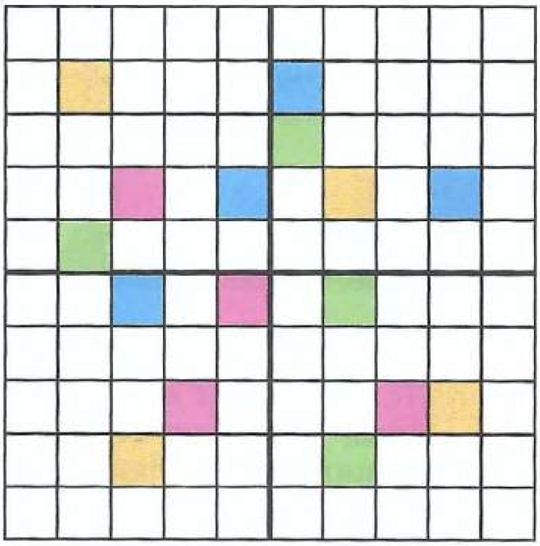


Рәс. 7.25

587 Практик ситуация Сез рәссам-реставратор, ди. Сезгә кайбер кисәкләре коелып төшкән мозаик панноны элекке хәленә кайтарырга кирәк (рәс. 7.26). Паннода сурәтләнгән бизәкнең бер-берсенә перпендикуляр булган ике симметрия күчәре булуы билгеле. Рәсемне дәфтәрегезгә күчереп ясагыз һәм бизәкне элекке хәленә кайтарыгыз.

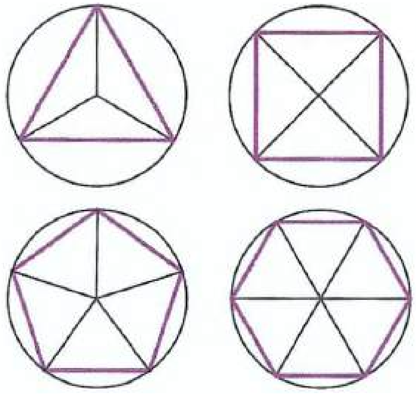
588 Күзәтәбез Нигезләре уртак һәм 6 см га тигез булган тигезьянлы өчпочмаклар сызыгыз. Бу өчпочмакларның түбәләре кайда урнашкан?

589 Сынап карыйбыз Кәгазьне бөкләп, тигезьянлы өчпочмак төзегез.



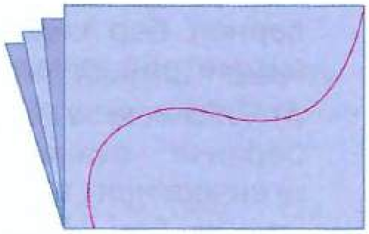
Рәс. 7.26

590 **Төзү ысулын эзлибез** Төзек күппочмаклар әһәмиятле үзлеккә ия. *Төзек күппочмакның барлык түбәләре дә бер әйләнәдә ята* (рәс. 7.27).
Бу үзлекне төзек күппочмакларны төзегәндә кулланырга мөмкин. Моның өчен әйләнәне кирәкле санда тигез кисәкләргә (тигез дугаларга) бүләләр һәм бүлгән нокталарны эзлекле рәвештә тоташтыралар.
1) Рәсемне карагыз. а) төзек өчпочмак; б) төзек дүртпочмак төзү алгоритмын әйтегез. Төзүне башкарыгыз.
2) Рәсемнән калган ике төзек күппочмакның берсен сайлап алыгыз һәм аны төзегез.



Рәс. 7.27

591 **Закончалык эзлибез** Юка кәгазь алыгыз һәм бөкләгән сызыклар бер-берсенә перпендикуляр булырлык итеп аны ике тапкыр бөкләгез. Бөкләнгән кәгазьдән нинди дә булса бер фигура кисегез (рәс. 7.28) һәм аны җәеп салыгыз. Килеп чыккан фигураның ничә симметрия күчәре булыр?
2) Икенче кәгазь бите алыгыз һәм аны шулай ук бөкләгез, ә аннан соң турыпочмаклыкның яклары тәңгәл килерлек итеп тагын бөкләгез. Аннары нинди дә булса бер фигура кисеп алыгыз. Аның ничә симметрия күчәре булыр?
3) Тагын бер тапкыр бөкләп, өченче фигураны кисеп алыгыз. Өченче фигураның ничә симметрия күчәре булыр? Әгәр кәгазь битен биш тапкыр бөкләсәк, фигураның ничә симметрия күчәре булыр?



Рәс. 7.28

592 **Тикшерәбез** Параллелепипедның өч симметрия яссылыгы бар (7.19 нчы рәс. к.). Кубның симметрия яссылыгы ничә?
Күрсәтмә. Капма-каршы кырларының диагональләре аша узучы өстәмә яссылыкларны яхшылап карагыз.

К

593 Гамәлләрне башкарыгыз: $(10 - 5{,}5) \cdot (0{,}6 + 0{,}44)$.

594 6 м озынлыктагы чыбыктан озынлыгының 0,25 ен кисеп алганнар. Ничә метр чыбык калган?

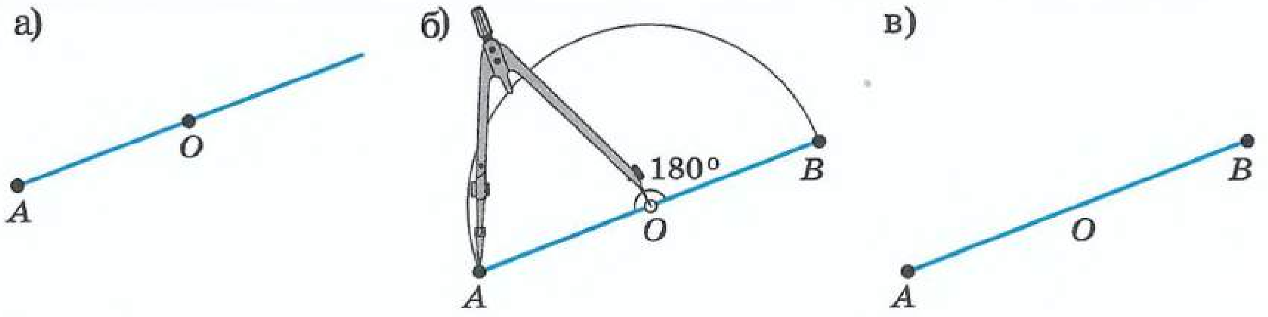
595 Алма белән грушаның массасы 0,625 кг. Алма грушадан 0,185 кг га авыррак. Алма һәм грушаның массалары күпмегә тигез?

596 Мәктәпнең китапханә фонды бер елга 125% ка арткан. Әгәр башта: а) 400 китап; б) 640 китап булса, ел ахырында ничә китап булган?

7.3 Үзәкле симметрия

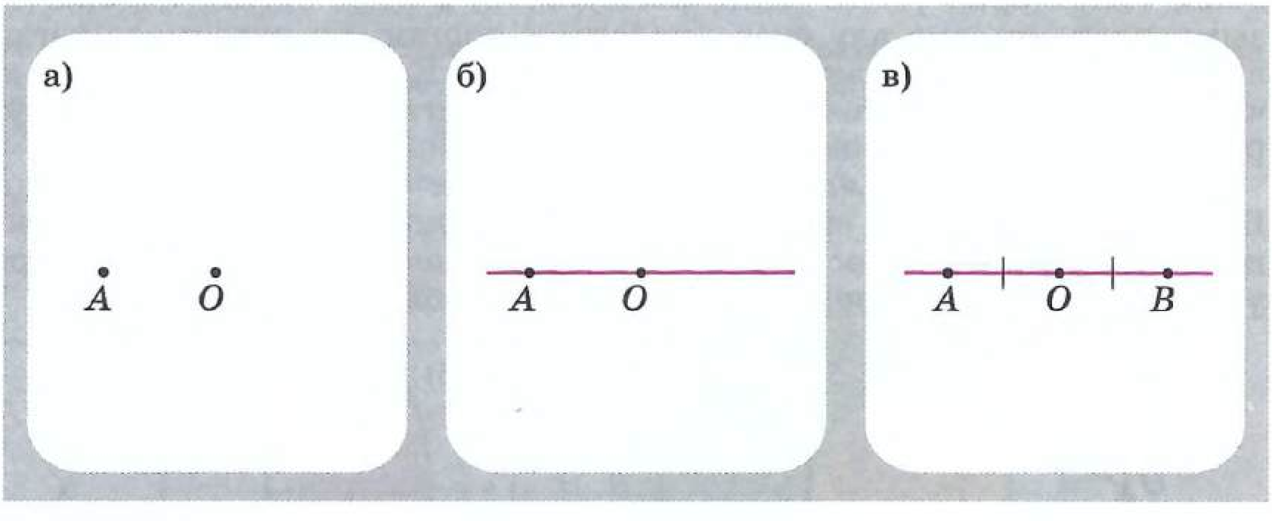
Симметриянең тагын бер төре булып *үзәкле симметрия* тора.

Кәгазь битендә O һәм A нокталары билгеләгез (рәс. 7.29, *а*). Циркуль ярдәмендә A ноктасын O ноктасы тирәли борып әйләндерәбез. (Моның өчен циркульнең энәсен O ноктасына куябыз.) Борылыш вакытында A ноктасы калдырган эз әйләнәнең дугасы була (рәс. 7.29, *б*). 180° ка борган вакытта, A ноктасы үзенә диаметраль капма-каршы булган B ноктасына күчә. A һәм B нокталарын *O ноктасына карата симметрик нокталар* дип атыйлар.



Рәс. 7.29

Игътибар итегез: әгәр A һәм B нокталары O ноктасына карата симметрик булсалар, O ноктасы AB кисемтәсенең уртасы була. Үзәккә симметрик нокталар төзү ысулы нәкъ менә шуңа нигезләнә дә инде.



Рәс. 7.30

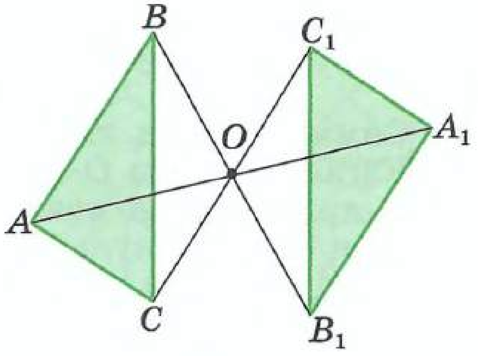
O ноктасына карата A ноктасына симметрик B ноктасын төзибез (рәс. 7.30, *а*). Моның өчен:

- AO турысын үткәрәбез (рәс. 7.30, *б*);
- икенче якка O ноктасыннан OA кисемтәсенә тигез OB кисемтәсен салабыз (рәс. 7.30, *в*).

B ноктасы O ноктасына карата A ноктасына симметрик була.

7.31 нче рәсемнән аңлашылганча, O ноктасына карата ABC өчпочмагына симметрик $A_1B_1C_1$ өчпочмагын төзү өчен, аның түбәләренә симметрик нокталарны төзү җитә.

Белгәнегезчә, бер яки берничә симметрия күчәре булган фигуралар була. Фигураның симметрия үзәге дә булырга мөмкин (ләкин берәү генә).



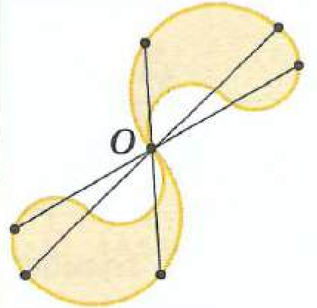
Рәс. 7.31

Әгәр фигураны бирелгән нокта тирәли 180° ка борганда фигура үз-үзенә күчсә, бу нокта симметрия үзәге була.

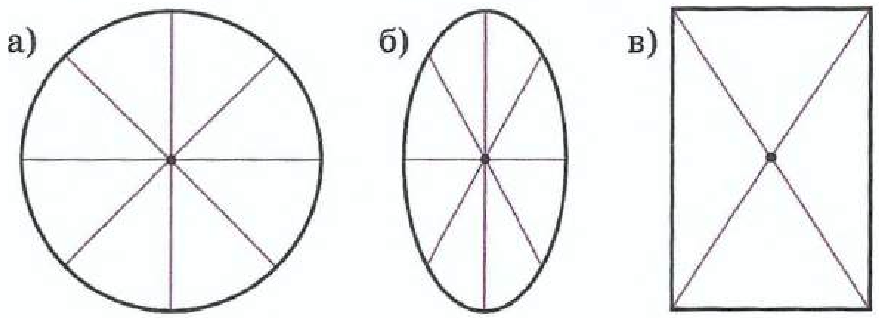
- 7.31 нче рәсемнән *OA*, *OB* һәм *OC* кисемтәләренә тигез кисемтәләрне табыгыз һәм аларның исемнәрен атагыз.
- 7.31 нче рәсемнән *ABC* һәм $A_1B_1C_1$ өчпочмакларының үзәккә симметрик элементларын; *A* түбәсенә симметрик түбәне; *BC* ягына симметрик якны; *ABC* почмагына симметрик почмакны атагыз.
- Нинди дә булса ноктага карата бирелгән күппочмаклыкка симметрик күппочмаклыкны ничек төзиләр?

7.32 нче рәсемдә сурәтләнгән фигураны карыйбыз. O ноктасы — аның *симметрия үзәге*. Моңа инану өчен, рәсем өстенә калька (сызымнардан күчермә алу өчен кулланыла торган үтә күренмәле кәгазь) куегыз, O ноктасын энә белән беркетегез. Калькага фигураның күчермәсен төшерегез һәм аны 180° ка борыгыз. Калькадагы фигура рәсемдәге фигурага тәңгәл килер.

Сезнең *үзәккә симметрияле фигураларны* очратканыгыз бар инде. Беренче чиратта бу — әйләнә (рәс. 7.33, *а*), эллипс та шундый үзлеккә ия булган фигура (рәс. 7.33, *б*). Турыпочмаклыкның да симметрия үзәге бар: ул — диагональләре кисешкән нокта (рәс. 7.33, *в*).



Рәс. 7.32



Рәс. 7.33

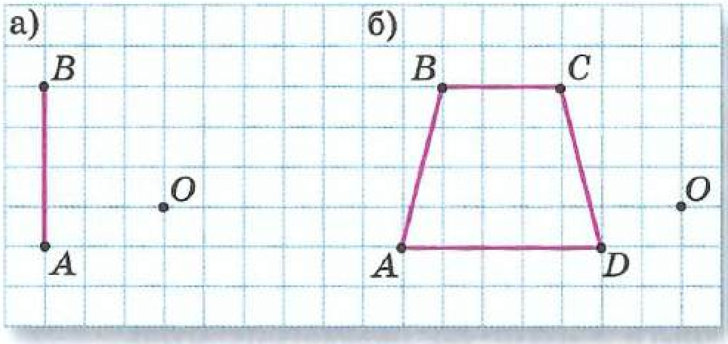
- Бирелгән нокта фигураның симметрия үзәге булуына калькадан файдаланып ышаныгыз (рәс. 7.33, *а–в* к.).

А

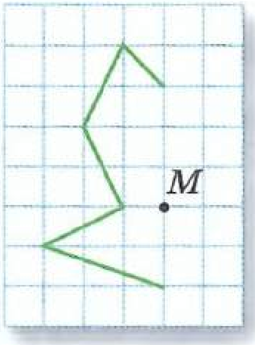
Алгоритм буенча эшлибез (597—598)

597 Сызыклы булмаган кәгазьдә *O*, *A*, *B* һәм *C* нокталарын билгеләгез. *O* ноктасына карата *A*, *B*, *C* нокталарына симметрик нокталарны төзегез.

598 7.34, *а*, *б* рәсемне дәфтәрегезгә күчереп ясагыз һәм *O* ноктасына карата бирелгән фигурага симметрик фигура төзегез.



Рәс. 7.34



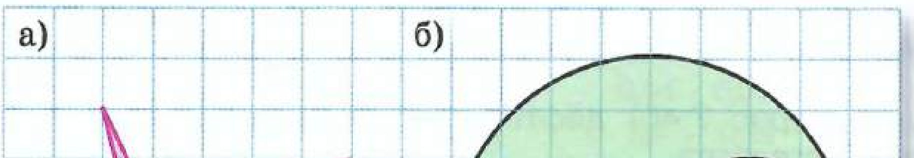
Рәс. 7.35

599 Сызыклы булмаган кәгазьдә теләсә нинди бер өчпочмак сызыгыз һәм аның бер түбәсенә карата аңа симметрик икенче өчпочмак төзегез.

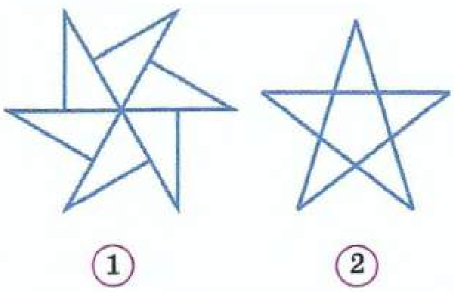
600 Дәфтәрегезгә турыпочмаклык сызыгыз һәм аның симметрия үзәген төзегез. Турыпочмаклыкның якларында нинди дә булса өч нокта билгеләгез һәм симметрия үзәгенә карата аларга симметрик нокталар төзегез.

601 7.35 нче рәсемдә симметрия үзәге *M* ноктасында булган фигураның бер өлеше сурәтләнгән. Дәфтәрегезгә бу фигураны сызыгыз.

602 **Анализ ясыйбыз** Фигураны (рәс.7.36, *а*, *б*) дәфтәрегезгә күчереп ясагыз һәм аның симметрия үзәген табыгыз.



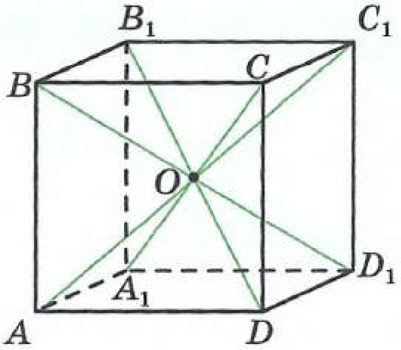
Рәс. 7.36



■ Рәс. 7.37

ABCDEFG
HIJKLM
NOPQRST
UVWXYZ

■ Рәс. 7.38



■ Рәс. 7.39

603 7.37 нче рәсемдә сурәтләнгән кайсы фигураларның симметрия үзәге; симметрия күчәрләре бар?

604 **Дөрес яки дөрес түгел** Тиешле рәсемне ясап, бирелгән раслауларның дөреслеген ачыклагыз:

1) Әгәр ике әйләнә нинди дә булса ноктага карата симметрик булса, алар теләсә кайсы турыга карата да симметрик була.

2) Әгәр ике әйләнә нинди дә булса турыга карата симметрик булса, алар нинди дә булса ноктага карата да симметрик була.

605 **Анализ ясыйбыз** 7.38 нче рәсемдә сурәтләнгән латин алфавитындагы хәрефләрнең кайсыларында симметрия үзәге дә, симметрия күчәре дә бар?

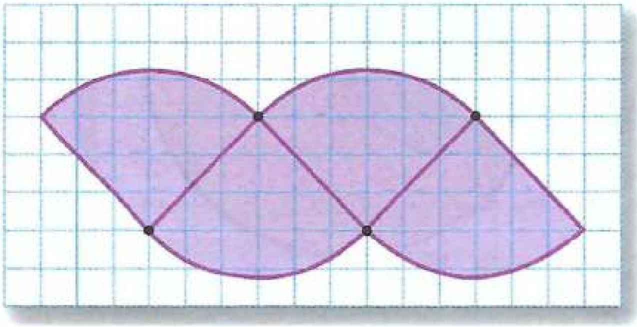
606 Кубның үзәге – аның диагональләре кисешкән ноктасы (рәс. 7.39). Үзәгенә карата кубның симметрик түбәләрен атагыз.

Б

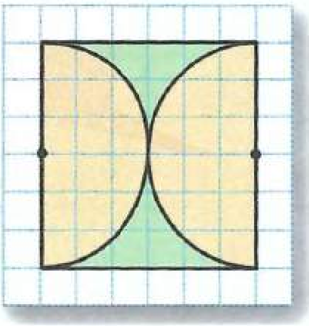
607 Түбәндәге үзлекләргә ия булган фигураларны сызыгыз:

а) фигураның симметрия үзәге дә, симметрия күчәре дә бар;
б) фигураның симметрия үзәге бар, ә симметрия күчәре юк;
в) фигураның симметрия күчәре бар, ә симметрия үзәге юк.

608 Фигураны (рәс. 7.40) дәфтәрегезгә күчерегез һәм аның симметрия үзәген билгеләгез.



■ Рәс. 7.40



■ Рәс. 7.41

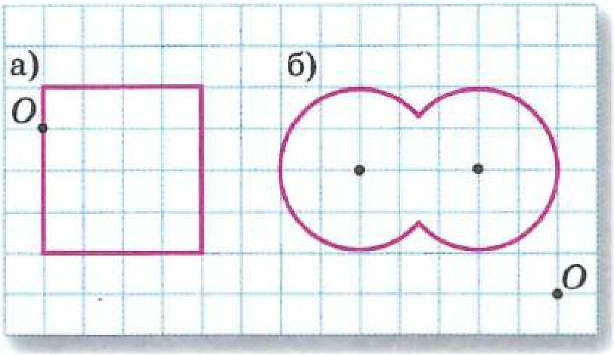
609 Сынап карыйбыз 7.41 нче рәсемдәгечә квадратны кисегез. Килеп чыккан дүрт фигурадан:
а) симметрия үзәге бар, ә симметрия күчәре булмаган;
б) симметрия күчәре бар, ә симметрия үзәге булмаган;
в) симметрия күчәре дә, симметрия үзәге дә булган фигуралар төзегез. Бу фигураны дәфтәрегездә сызыгыз.

610 Анализ ясыйбыз Симметрия үзәге булган нинди дә булса куб җәелмәсен сызыгыз.

611 Дөрес яки дөрес түгел Тиешле рәсемне ясап, бирелгән раслауларның дөреслеген белегез:
а) Турыпочмаклыкның симметрия үзәге аша үтүче теләсә нинди туры турыпочмаклыкны ике тигез кисәккә бүлә.
б) Квадратның үзәгенә үзәкле симметрияле теләсә нинди сынык сызык квадратны ике тигез кисәккә бүлә.

612 Фикер йөртәбез *O* ноктасы аша бирелгән фигураны ике тигез кисәккә бүлүче туры үткәрергә кирәк (рәс. 7.42, *а. в*). Моны ничек эшләп була. *Күрсәтмә.* Фигураның симметрия үзәге булуына игътибар итегез.

613 Практик ситуация Дустыгыз белән уен уйныйсыз дип күз алдына китерегез. Сез турыпочмаклы өстәлгә чиратлашып бертөрле шакмаклар куярга тиеш. Кем чираттагы шакмакны куя алмый, шул җиңелә (шакмаклар саны житәрлек). Әгәр уенны башлап җибәрүче, үзәкле симметрия турындагы белемнәрне ничек кулланырга икәнен белсә, җиңәчәк. Сез ничек уйнарга тиеш буласыз?



Рәс. 7.42

К

614 Гамәлләрне башкарыгыз: а) $\frac{0,2 \cdot 7}{0,42}$; б) $\frac{0,04 \cdot 0,025}{0,9 - 0,88}$.

615 Көймәнең үз тизлеге 8,5 км/сәг, ә елганың агым тизлеге 1,5 км/сәг булса, ул агымга каршы; агым уңаена 0,3 сәг тә күпме юл узар?

616 Ике бертуган малай 128 м озынлыгындагы койманың яртысын буярга тиеш булган. Берсе буярга тиешле койманың $\frac{2}{3}$ өлешен, ә икенчесе калган өлешен буяган. Һәркайсы ничәшәр метр койма буяган?

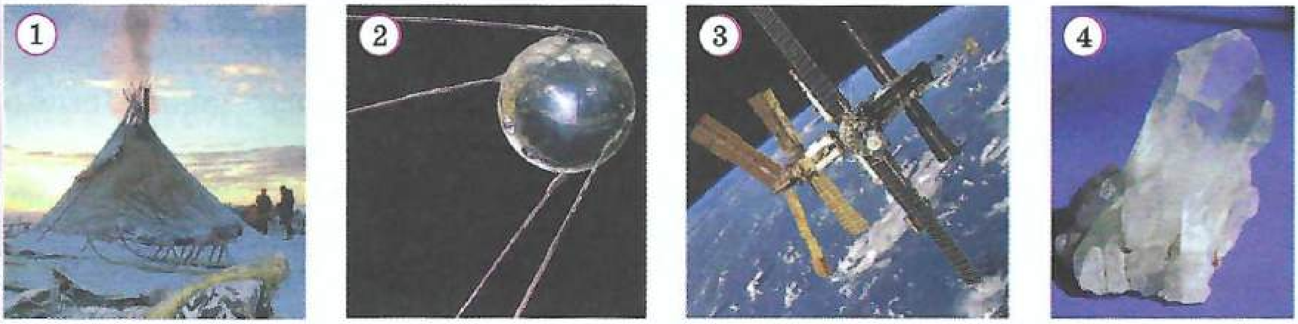
617 Дзюдо секциясендә 18 укучы шөгыльләнә. Кызлар саны малайлар санына 2 : 7 чагыштырмасында кебек. Малайлар кызлардан ничә тапкырга күбрәк? Мәсьәләдә артык шартлар бармы?

Сез нәрсәгә өйрәндегез

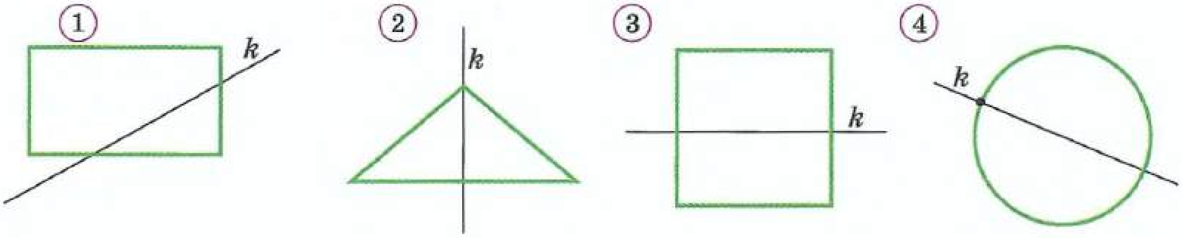
Мәҗбүри белем күнекмәләре

Яссы һәм пространство симметрик фигураларын сызымнарда, рәсемнәрдә таный, һәм әйләнә-тирәдә таба алам.

1. Рәсемдә күрсәтелгән предметларның кайсылары нинди дә булса симметрия яссылыгына карата симметрияле?

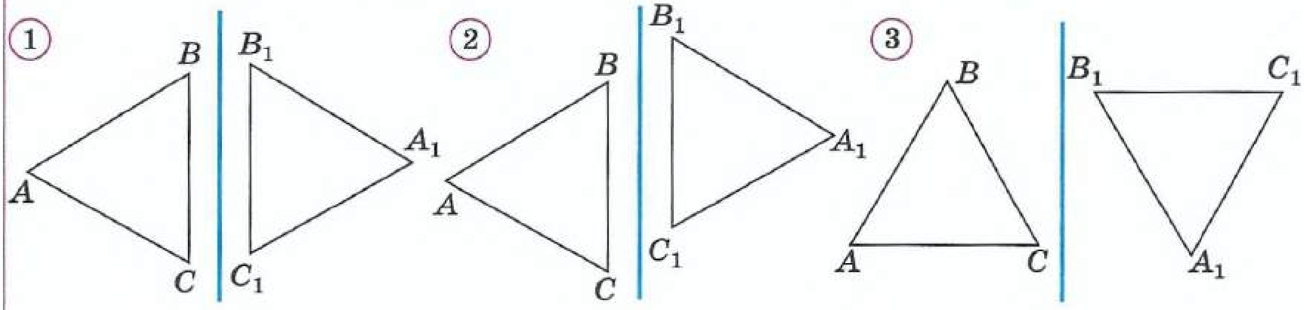


2. Кайсы рәсемдә k турысы фигураның симметрия күчәре түгел?



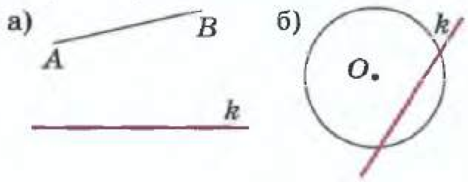
Нинди дә булса турыга карата симметрик фигураларны таный алам.

3. Кайсы рәсемдә ABC һәм $A_1B_1C_1$ өчпочмаклары бирелгән турыга карата симметрияле?



Турыга карата бирелгән фигурага симметрик булган фигураны сурәтли алам.

4. *k* турысына карата бирелгән фигурага симметрик булган фигураны сызым инструментлары ярдәмендә сызыгыз:

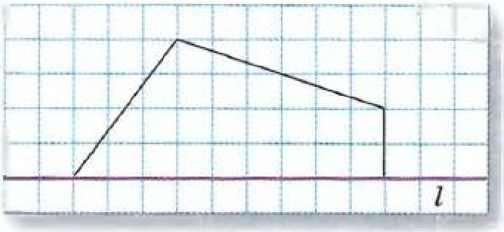


Фигураның симметрия күчәрен үткәрә алам.

5. Симметриянең барлык күчәрләрен кулдан сурәтләгез:
а) квадратның;
б) турыпочмаклыкның;
в) тигезьянлы өчпочмакның.

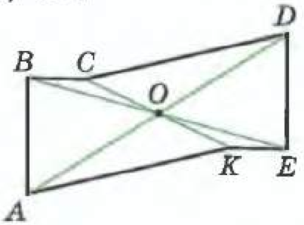
Симметрик фигураларны сурәтли алам.

6. Бирелгән өлеше һәм симметрия күчәре буенча бишпочмакны төзеп бетерегез.



Нинди дә булса ноктага карата симметрик булган фигураны таный алам.

7. *O ноктасы — ABCDEK* алтыпочмагының симметрия үзәге. *O ноктасына карата AK ягына симметрик булган якны әйтегез*:
1) *AB*; 2) *BC*; 3) *CD*; 4) *KE*.



Ноктага карата бирелгән фигурага симметрик булган фигураны сурәтли алам.

8. Ике нокта билгеләгез һәм аларны *A* һәм *O* хәрефләре белән тамгалагыз. O ноктасына карата A ноктасына симметрик булган ноктаны төзегез.

Тагын башка биремнәрне дә башкара алам (берничә номерны күрсәтегез).

8 нче БҮЛЕК

Аңлатмалар, формулалар, тигезләмәләр

Һичшиксез, бер-беребезне аңлар өчен, уртак тел кирәк. Тел мәгълүматны тапшыру һәм саклау өчен дә кирәк. Дөньяда төрле халыклар сөйләшә һәм яза торган якынча 5000 тел бар. Бу – табигый телләр: алар халык белән бергә барлыкка килгән һәм үсеш алган.
Математиканы өйрәнгәндә, сез акрынлап математика теле белән танышасыз. Ул ясалма телләргә керә. Ясалма тел нинди дә булса фән белән барлыкка килә һәм үсә. Математика теле – иң катгый һәм төгәл тел. Анда төгәлсезлекләр һәм хаталар була алмый. Тагын ул – иң гомуми, иң универсаль тел. Аны дөньяның барлык мәктәпләрендә дә өйрәнәләр.

8.1 Математика теле турында

Математика теленең үз алфавиты бар. Хәрефләр буларак, төрле-төрле математик билгеләр кулланыла. Барыннан да элек, аларга 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 цифрлары керә. Махсус кагыйдә буенча, цифрлар ярдәмендә саннар языла. Сез башка математик тамгалар (билгеләр) белән дә таныш:

$$=,\ >,\ <,\ +,\ -,\ \cdot\,,\ :,\ \%.$$

Җәяләр шулай ук математик тамга булып тора.

Математика телендә латин хәрефләре кулланыла. Арифметикада аларны саннарны билгеләү өчен кулланалар. Мәсәлән, «a санын алабыз» дип әйтелсә, ул теләсә нинди санга a исеме бирелгәнен аңлата һәм шуннан соң аны билгеле сан итеп кулланырга мөмкин. Мәсәлән, a ның 5 саны белән суммасын язарга кирәк; $a+5$ килеп чыга. Яисә ул санны 10 га тапкырларга кирәк; $a \cdot 10$ була. $a+5$ һәм $a \cdot 10$ язулары — *математик аңлатмалар*.

Математик аңлатмалар — математика теле сүзләре. Аларны саннардан, хәрефләрдән, гамәл тамгаларыннан һәм җәяләрдән төзиләр. Аңлатмада хәрефләр булмаганда, аны **санлы аңлатма** дип атыйлар. Аңлатмада бер яки берничә хәреф булганда, аны **хәрефле аңлатма** дип атыйлар. Мәсәлән, $20 - 3 \cdot 2{,}5$ — санлы аңлатма, $5 \cdot x + 2 \cdot y$ — хәрефле аңлатма.

Хәрефле аңлатмаларны билгеле бер кагыйдәләр буенча язалар. Мәсәлән, $a \cdot 6$, гадәттә, $6a$ дип языла. Санлы тапкырлаучыны хәрефле тапкырлаучыдан алдан язалар, һәм алар арасында тапкырлау тамгасы куелмый. Шулай ук $(c+4) \cdot 10$ урынына $10\,(c+4)$ дип, ә $a \cdot b \cdot 3$ урынына $3ab$ дип язалар.

Шул ук вакытта, мәсәлән, $a7$ дип беркайчан да язмыйлар. Тапкырлаучылар шул тәртиптә кирәк булса, алар арасына нокта куела һәм $a \cdot 7$ дип язалар.

Хәрефләр белән билгеләнгән ике санның өлешен өлеш сызыгы ярдәмендә язалар, мәсәлән $\frac{a}{b}$.

Санлы аңлатмаларны һәм хәрефле аңлатмаларны язганда, җәяләрне дөрес куллану бик мөһим. Мәсәлән, a һәм b саннарының суммасын c санына тапкырларга кирәк булса, бу сумма җәяләр эченә алына: $(a + b)c$. Җәяләрне төшереп калдырсак, $a + bc$ аңлатмасы килеп чыгар иде, аның мәгънәсе башкача: ул — a саны белән b һәм c саннарының тапкырчыгышының суммасы.

Билгеләп үтәргә кирәк: $a + bc$ аңлатмасында җәяләр язылмаса да, алар анда бар дип күз алдында тотыла. Мәгънәсе буенча бу аңлатма $a + (bc)$ ны белдерә. Ләкин махсус килешү буенча җәяләрне төшереп калдырырга мөмкин: аңлатмада җәяләр булмаган очракта, тапкырлау кушудан алданрак башкарыла.

Математик аңлатмалардан *математик җөмләләр* төзелә. Алар ниндидер фикерне белдерәләр, нидер раслыйлар. Математик җөмләләргә мисаллар китерик:

1) $2 + 3 = 5$;
2) $8 < 9$;
3) 87 саны 9 га бүленә;
4) a — җөп сан.

Беренче ике җөмлә — дөрес раслау, ә өченчесе дөрес түгел. «a — җөп сан» җөмләсе кайбер a лар өчен дөрес, ә башкалары өчен дөрес түгел. Мәсәлән, a 100 гә тигез булганда, ул дөрес, ә a 99 га тигез булса, ул дөрес түгел.

Математика белән шөгыльләнгәндә, сез һәрвакыт җөмләләрне татар теленнән математика теленә тәрҗемә итәсез һәм киресенчә. Әгәр җөмлә теләсә нинди сан өчен үтәлә торган ниндидер үзлекне яки кагыйдәне белдерсә, аны математика теленә күчергәндә, хәрефләрне куллану уңайлы. Сезгә бик таныш булган кушуның урын алыштыру үзлеген исегезгә төшерегез: кушылучыларның урынын алыштырганда, саннарның суммасы үзгәрми. Бу үзлек теләсә нинди саннар пары өчен дөрес. Шуңа күрә саннарны a һәм b хәрефләре белән тамгалап, $a + b = b + a$ дип язабыз.

Махсус математик тамгалар кулланганга күрә дә, математика телендә җөмләләр табигый телләргә караганда кыскарак. Шуның белән бергә, алар төрле телләрдә сөйләшүчеләр өчен дә аңлаешлы.

Аңлатмаларны «сумма», «аерма», «тапкырчыгыш», «өлеш» сүзләрен кулланып укыгыз:

а) $(12 + 9) \cdot 25$;
б) $6 \cdot 8 + 5$;
в) $4b + 7$;
г) $m : (3 - n)$;
д) $(a + b)(a - b)$;
е) $a - (b + c)$.

Ярдәм. Аңлатманы соңгы башкарылучы гамәл буенча атыйлар. Мәсәлән, $a + bc$ аңлатмасы a саны белән b һәм c саннары тапкырчыгышының суммасы дип укыла.

А

618 Математик аңлатма рәвешендә языгыз:

а) 7 саны белән a һәм b саннары суммасының тапкырчыгышы;

б) 10 саны белән x һәм y саннары тапкырчыгышының суммасы;

в) c саны һәм 4 белән d саннары тапкырчыгышының аермасы;

г) a һәм b саннарының икеләтелгән тапкырчыгышы;

д) a саны белән b һәм c саннары аермасының тапкырчыгышы;

е) x һәм y саннарының суммасы белән аермасы тапкырчыгышы;

ж) m һәм n саннарының өлеше;

з) b һәм c саннарының өлеше белән аларның тапкырчыгышы суммасы.

619 Ниндидер сан бирелсен, ди. Аны нинди дә булса хәреф белән тамгалап, аңлатманы языгыз:

а) әлеге санның икеләтелгәнен;

б) әлеге санның яртысын;

в) әлеге санның өчтән ике өлешен;

г) әлеге санның 10% ын;

д) әлеге саннан 2 гә зуррак санны;

е) әлеге саннан 3 кә кечерәк санны.

620 Кисемтәнең озынлыгы c метрга тигез. Бирелгән кисемтәдән 10 метрга озынрак; 3 метрга кыскарак; 2 тапкыр озынрак; 3 тапкыр кыскарак булган кисемтәләрнең озынлыгын табыгыз.

621 а) Конфет a с., перәнник c с. тора. 7 конфет; 5 перәнник; 6 конфет һәм 2 перәнник; x конфет һәм y перәнник ничә сум тора?

б) Бер килограмм алманың бәясе a сум, ә бер килограмм грушаның бәясе b сум. 3 кг груша; 2 кг алма һәм 3 кг груша; m кг алма һәм n кг груша өчен ничә сум түләргә туры килер?

622 Җөмләләрне математика телендә языгыз:

а) k саны 5 тән зуррак;

б) a саны 0 дән зуррак һәм 1 дән кечерәк;

в) b санының квадраты 100 дән зуррак;

г) m санының кубы 1 дән кечерәк;

д) x һәм 15 саннарының суммасы 31 гә тигез;

е) a һәм b саннарының тапкырчыгышы 8 гә тигез;

ж) b һәм c саннарының аермасы 3 тән зуррак;

з) 5 һәм x саннарының тапкырчыгышы y санынннан кечерәк.

Дөрес раслау килеп чыгарлык итеп, а)–д) җөмләләрендә хәрефләрне саннар белән алыштырыгыз.

623 Бирелгән тигезлекләр гамәлләрнең кайбер үзлекләрен белдерә. Аларны татар теленә тәрҗемә итегез һәм мисаллар белән күрсәтегез:

1) $a+0=a$; 2) $a-a=0$; 3) $a\cdot 1=a$; 4) $a:a=1$ $(a\neq 0)$.

Б

624 «Озын» аңлатмаларны язганда, математикада еш кына күп нокталар кулланыла. Мәсәлән, $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 50$ аңлатмасы 1 дән 50 гә кадәрге барлык натураль саннарның тапкырчыгышын аңлата.

Математик аңлатма рәвешендә языгыз:

а) 1 дән 100 гә кадәрге натураль саннарның тапкырчыгышы;

б) 1 дән n га кадәрге натураль саннарның тапкырчыгышы;

в) 1 дән 200 гә кадәрге натураль саннарның суммасы;

г) 1 дән n га кадәрге натураль саннарның суммасы.

625 Эзлекле килүче ике натураль санның суммасын һәм тапкырчыгышын хәрефле аңлатмалар рәвешендә языгыз.

626 а) n; б) $n+3$; в) $n-2$ дан башлап, эзлекле килүче биш натураль санның тапкырчыгышын языгыз.

627 **Фикер йөртәбез** «5 саны 3 кә караганда 2 гә зуррак» җөмләсен математика телендә төрле ысуллар белән язарга була:

$$5-3=2, \qquad 5=3+2, \qquad 5-2=3.$$

1) «c саны 15 тән 7 гә кечерәк» җөмләсенең математика телендә язылышын сайлап алыгыз:

$15-7=c$; $c-7=15$; $c+7=15$; $15+7=c$; $15-c=7$.

2) Җөмләләрне төрле ысуллар белән математика телендә языгыз:

а) a саны b санынннан 3 кә зуррак; б) x саны y санынннан 6 тапкыр кечерәк.

628 **Күзәтәбез һәм анализ ясыйбыз** Мисаллар ниндидер кагыйдәне аңлаталар. Ул кагыйдәләрне әйтегез һәм хәрефләр ярдәмендә языгыз:

а) $7 \cdot 0 = 0$, $15{,}3 \cdot 0 = 0$, $\frac{2}{5} \cdot 0 = 0$;

б) $50 : 1 = 50$, $2{,}6 : 1 = 2{,}6$, $\frac{1}{8} : 1 = \frac{1}{8}$;

в) $0 : 7 = 0$, $0 : 3{,}2 = 0$, $0 : \frac{1}{3} = 0$.

К

629 Якларының озынлыклары $4:3$ чагыштырмасында булган турыпочмаклык сызыгыз.

630 Унарлы вакланма рәвешендә белдерегез: 17%, 40%, 150%.

631 Чәчелгән 80 орлыкның 48 е шытып чыга. Чәчелгән орлыкның ничә проценты шытып чыккан?

632 Көз көне кишернең килограммы 20 сум торган. Ә кыш көне аның бәясе 20% ка арткан. Кишернең кышкы бәясен табыгыз.

8.2 Хәрефле аңлатмалар һәм санлы алмаштырмалар

Белгәнегезчә, санлы аңлатманы исәпләргә, ягъни аның кыйммәтен табарга була. Моның өчен анда күрсәтелгән гамәлләрне башкарырга кирәк. Мәсәлән, $10 \cdot (4{,}5 - 1)$ аңлатмасын алыйк. $4{,}5 - 1 = 3{,}5$ һәм $10 \cdot 3{,}5 = 35$ булганлыктан, аңлатманың кыйммәте 35 кә тигез. Аны болай язалар:

$$10 \cdot (4{,}5 - 1) = 35.$$

Без инде, санлы аңлатмалардан тыш, хәрефле аңлатмалар барлыгын беләбез. Хәрефле аңлатмада хәрефләр урынына саннар куйсак, санлы аңлатма килеп чыга.

x	$3x + 10$
5	$3 \cdot 5 + 10 = 25$
$\frac{2}{3}$	$3 \cdot \frac{2}{3} + 10 = 12$
2,5	$3 \cdot 2{,}5 + 10 = 17{,}5$
0	$3 \cdot 0 + 10 = 10$

Мәсәлән, $3x + 10$ аңлатмасында x хәрефе урынына төрле саннар куеп, һәр санлы аңлатманың кыйммәтен таба алабыз. Нәтиҗәләр таблицада күрсәтелгән.

Бер $3x + 10$ хәрефле аңлатмасыннан теләсә күпме санлы аңлатмалар килеп чыга. Алар берберсенә бер үк гамәлләрнең бер үк тәртиптә башкарылуы белән охшаганнар. Игътибар итегез: хәрефле аңлатмага хәреф урынына саннар куйганда, тапкырлау билгесе куела.

Хәрефне сан белән алмаштыруны — санлы алмаштыру, ә хәреф урынына куелган санны хәрефнең кыйммәте дип атыйлар. Хәрефле аңлатмага кергән барлык хәрефләрне саннарга алмаштырганда, санлы аңлатма килеп чыга. Аның кыйммәтен хәрефләрнең бирелгән кыйммәтләрендәге хәрефле аңлатманың кыйммәте дип атыйлар.

Мисал. $a = 0{,}5$ и $b = 0{,}3$ булганда, $a^2 + ab$ аңлатмасының кыйммәтен табабыз.

Хәрефләр урынына аларның кыйммәтләрен куябыз һәм гамәлләрне башкарабыз:

$$a^2 + ab = (0{,}5)^2 + 0{,}5 \cdot 0{,}3 = 0{,}25 + 0{,}15 = 0{,}4.$$

Шулай итеп, $a = 0{,}5$ һәм $b = 0{,}3$ булганда, $a^2 + ab = 0{,}4$.

Җөмләне тәмамлагыз (үзегезне дәреслек буенча тикшереп карагыз):
1) Хәрефне сан белән алыштыруны ... дип атыйлар.
2) Хәреф урынына куелган санны ... дип атыйлар.

$a=10$, $b=1{,}5$, $c=9$ булганда, $ab-c$ аңлатмасының кыйммәтен ничек табарга?

Хәрефле аңлатмаларга кергән хәрефләрне һәрвакыт теләсә нинди сан белән алмаштырып булмый. Мәсәлән, $\frac{10}{c}$ аңлатмасында c хәрефен 0 санына алмаштырырга ярамый. Чөнки, $c=0$ булганда, ваклаучы 0 гә тигез була, белгәнегезчә, 0 гә бүләргә ярамый.

Ә $a-10$ аңлатмасында сез a ны 10 нан кечерәк санга алмаштыра алмыйсыз. Кечерәк саннан зуррак санны алу өчен, сезнең саннар турында белемегез әлегә җитәрлек түгел.

Хәрефле аңлатмада хәрефләрне алмаштырырга яраган саннарны *хәрефләрнең мөмкин саналган кыйммәте* дип атыйлар. Шулай итеп, $\frac{10}{c}$ аңлатмасында 0 дән башка барлык саннар да мөмкин дип санала. $c=0$ булганда, аңлатманың *мәгънәсе юк* дип әйтелә.

Аңлатмага кергән хәрефләрнең кыйммәтен андагы гамәлләр генә чикләми. Шулай ук тикшерелә торган ситуация шартлары да карала.

Әйтик, сез 8 с. лык берничә карандаш һәм 25 с. лык ручка сатып аласыз, ди. Сатып алынган әйберләргә күпме акча түләргә кирәк булыр? Бу сорауга җавапны хәрефле аңлатма белән язып була. n карандаш сатып алсагыз, $8n+25$ сум акча түләргә кирәк.

Бу аңлатма сатып алынган әйберләрнең бәясен санау ысулын күрсәтә. n урынына вакланма сан куеп булмаганы аңлашыла, чөнки сатып алынган карандашларның саны натураль сан булырга тиеш.

а) $\frac{6-b}{b}$; б) $\frac{b}{6-b}$ аңлатмаларында 0, 2, 6, 10 саннарының кайсылары b хәрефенең мөмкин саналган кыйммәте булып тора?

А

633 Аңлатманың кыйммәтен табыгыз:
а) $1{,}8+x$, $x=3$; 6,8; 0,02; 0 булганда; в) $4a$, $a=1$; 0,5; 0 булганда;
б) $10-c$, $c=6$; 5,5; 10; 0 булганда; г) $\frac{2}{3}y$, $y=1$; 1,5; 9; 10 булганда.

634 Аңлатманың кыйммәтен табыгыз:
а) $m+2n$, $m=6{,}4$, $n=3{,}2$ булганда;
б) $3c-d$, $c=1{,}3$, $d=0{,}9$ булганда;
в) $x+2y-3z$, $x=10$, $y=25$, $z=20$ булганда;
г) $a+b-c$, $a=\frac{2}{3}$, $b=\frac{1}{6}$, $c=\frac{1}{4}$ булганда.

635 **Күзәтәбез һәм анализ ясыйбыз** Таблицаны тутырыгыз:

x	$0{,}2x+3$	$3-0{,}2x$
1		
2,5		
5		
10		

x ның кыйммәте артканда, һәр аңлатманың кыйммәте ничек үзгәрә?

636 **Фикер йөртәбез** а) $a=0{,}53$, $b=1{,}27$, $c=3{,}2$ булганда, $(a+b)+c$ аңлатмасының кыйммәтен табыгыз. a, b һәм c ның шул ук кыйммәтләрендә, исәпләүләр башкармыйча гына, $(b+a)+c$ аңлатмасының кыйммәтен әйтеп бирегез.

б) $a=1{,}6$, $b=2{,}4$, $c=2{,}8$ булганда, $(a+b)c$ аңлатмасының кыйммәтен табыгыз. a, b һәм c ның шул ук кыйммәтләрендә, исәпләүләр башкармыйча гына, $ac+bc$ аңлатмасының кыйммәтен әйтеп бирегез.

637 a хәрефе кергән аңлатмага бер-бер артлы өч сан куйганнар. Шуның нәтиҗәсендә түбәндәге санлы аңлатмалар килеп чыга. Ул хәрефле аңлатмаларны языгыз:

а) $4\cdot 11+15$, $4\cdot 0{,}8+15$, $4\cdot \frac{1}{6}+15$;

б) $40-1^2$, $40-5^2$, $40-(0{,}5)^2$;

в) $(3+17)\cdot 4$, $(3+1{,}6)\cdot 4$, $\left(3+\frac{4}{9}\right)\cdot 4$.

638 0, 10, 20, 25 саннарының кайсылары $\frac{25-x}{x}$ аңлатмасында x хәрефенең мөмкин саналган кыйммәте булып тора?

639 Мәсьәләнең соравына җавапны хәрефле аңлатма рәвешендә языгыз:

а) Кибеткә китерелгән c кг алманы 3 көндә сатып бетергәннәр. Беренче көнне — a кг, ә икенче көнне b кг алма сатканнар. Өченче көнне ничә килограмм алма сатылган?

б) Электричка вагонында x кеше барган. Тукталышта y кеше чыккан, ә z кеше кергән. Тукталыштан соң вагонда ничә кеше булган?

Һәр очракка хәрефләрнең мөмкин саналган кыйммәтләрен сайлап алыгыз һәм нәтиҗәне исәпләгез.

640 Чишелеше $(a+b)-(c+d)$ аңлатмасы булырлык итеп, мәсьәлә төзегез.

641 а) Автомобиль a км/сәг тизлек белән 2 сәг, аннары b км/сәг тизлек белән 3 сәг хәрәкәт иткән. Ул күпме ераклык үткән?

б) Конфетның бәясе 45 сум, печеньеның 38 сум. x кг конфет һәм y кг печенье бергә ничә сум тора?

Б

Фикер йөртәбез (642—643)

642 а) $a+1$ аңлатмасының кыйммәте 1 гә; 100 гә тигез булганда;

б) $10-x$ аңлатмасының кыйммәте 0 гә; 1 гә тигез булганда;

в) $2c$ аңлатмасының кыйммәте 0 гә; 1 гә; 100 гә тигез булганда;

г) $\frac{b}{3}$ аңлатмасының кыйммәте 0 гә; 1 гә; 10 га тигез булганда,

хәрефнең кыйммәтен табыгыз.

643 а) $a-10b$ аңлатмасының кыйммәте 0 гә тигез булырлык;

б) $3b-2a$ аңлатмасының кыйммәте 0 гә тигез булырлык итеп, a һәм b саннарының берничә парын табыгыз.

644 10 бертөрле дәфтәр x с. тора. Блокнот дәфтәрдән 7 с. га кыйммәтрәк.

1) Блокнот ничә сум тора?

2) n блокнот ничә сум тора?

3) Бер дәфтәр һәм n блокнот бергә ничә сум тора?

645 Бертөрле n шоколад өчен 80 с. түләгәннәр. Таякчыктагы леденец (суыра торган карамель) y с. га арзанрак.

1) Бер леденец күпме тора?

2) m леденец күпме тора?

3) Бер шоколад һәм бер леденец бергә күпме тора?

646 Бертөрле n дәфтәр һәм бер блокнот өчен a с. түләгәннәр. Дәфтәрнең бәясе c с. Блокнот күпме тора?

К

647 Ниндидер зурлыкның 0,75 ен; 0,2 сен; 0,05 ен процентлар белән билгеләгез.

648 Алтынчы сыйныфларда 88 укучы, шуларның 66 сы спорт секцияләрендә шөгыльләнә. Спорт белән шөгыльләнүчеләр ничә процент тәшкил итә?

649 Альбом битендә түбәндәге сызымнарны башкарыгыз: 1) Озынлыгы 6 см булган AB кисемтәсе сызыгыз. 2) Үзәге A, радиусы 4 см булган әйләнә сызыгыз. 3) Үзәге B ноктасында булган һәм беренче әйләнәгә тышкы һәм эчке рәвештә орынучы ике әйләнә сызыгыз. Аларның радиуслары күпмегә тигез?

650 Диңгез йолдызының ничә симметрия күчәре бар (рәс. 8.1)? Дәфтәрегездә схематик рәсем ясагыз һәм симметрия күчәрләрен күрсәтегез.

Рәс. 8.1

8.3 Формулалар. Формулалар буенча исәпләүләр

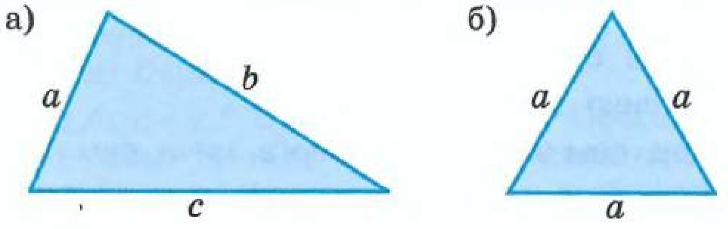
Математикада кагыйдәләрне еш кына хәрефле тигезлекләр рәвешендә язалар. Бу очракта кагыйдә **формула** белән белдерелгән дип әйтәләр. Берничә мөһим формуланы карап үтик.

1 нче мисал. Яклары 4 см, 6 см һәм 7 см булган өчпочмак бирелгән. Ул вакытта аның периметры $4 + 6 + 7 = 17$ (см) га тигез була.

Өчпочмак якларының озынлыклары нинди генә булмасын, аның периметрын табу өчен, аларны кушарга кирәк. Өчпочмак периметрын — P хәрефе, яклары озынлыкларын a, b һәм c хәрефләре белән тамгалыйк (рәс. 8.2, *а*). Ул вакытта

$$P = a + b + c.$$

Бу тигезлек — *өчпочмак периметры формуласы.*



Рәс. 8.2

Тигезьяклы өчпочмакның (рәс. 8.2, *б*) периметры формуласы башкача языла. Тигезьяклы өчпочмак ягының озынлыгы a га тигез булсын. Ул вакытта $P = a + a + a = a \cdot 3 = 3a$.

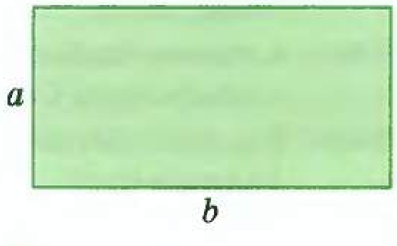
Шулай итеп, *тигезьяклы өчпочмакның периметры формуласы* түбәндәгечә:

$$P = 3a.$$

2 нче мисал. *Турыпочмаклыкның периметры һәм мәйданы формулаларын* чыгарыйк.

Турыпочмаклыкның периметрын табу өчен, аның ике чиктәш якларының озынлыгын 2 гә тапкырлап, тапкырчыгышларны кушарга мөмкин. Турыпочмаклыкның якларын a һәм b хәрефләре белән тамгалыйк (рәс. 8.3), ул вакытта

$$P = 2a + 2b.$$



Рәс. 8.3

Турыпочмаклыкның периметрын башка ысул белән дә табарга була — аның чиктәш якларының озынлыкларын кушарга һәм сумманы 2 гә тапкырларга:

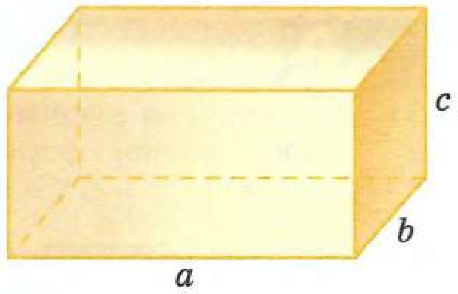
$$P = 2(a + b).$$

Турыпочмаклыкның мәйданын табу өчен, аның чиктәш якларының озынлыкларын тапкырларга кирәк. Турыпочмаклыкның мәйданын S хәрефе белән тамгалыйк. Ул вакытта

$$S = ab.$$

3 нче мисал. *Параллелепипедның күләме формуласын* чыгарыйк (рәс. 8.4).

Параллелепипедның күләме, белгәнегезчә, аның өч үлчәменең тапкырчыгышына тигез. Параллелепипедның күләмен V хәрефе белән, аның буен, иңен һәм биеклеген тиңдәшле рәвештә a, b һәм c хәрефләре белән тамгалыйк. Параллелепипедның күләме формуласын табабыз:



Рәс. 8.4

$$V = abc.$$

- Квадрат сызыгыз. Аның ягын нинди дә булса хәреф белән тамгалагыз. Квадратның периметры һәм мәйданы формулаларын чыгарыгыз.
- Нигезе a га, ян-яклары b га тигез булган тигезьяклы өчпочмакның периметры формуласын чыгарыгыз.

4 нче мисал. Даими тизлекле хәрәкәт булганда, үткән юл тизлек белән хәрәкәт итү вакытының тапкырчыгышына тигез булуы билгеле. Поезд 90 км/сәг тизлек белән 3 сәг хәрәкәт итсә, ул вакытта үткән юл $90 \cdot 3 = 270$ (км) га тигез.

Тиңдәшле формуланы да язарга авыр түгел. Әгәр үткән юлны s хәрефе, тизлекне v хәрефе һәм вакытны t хәрефе белән тамгаласак табабыз:

$$s = vt.$$

v, t һәм s — velocitas (тизлек), tempus (вакыт), spatium (ераклык) латин сүзләренең беренче хәрефләре; хәрәкәт белән бәйле формулаларны, гадәттә, шул хәрефләрне кулланып язалар.

Хәрәкәткә карата мәсьәләләрне чишкәндә, үткән юл гына исәпләнми, шулай ук билгеле булган үткән юл һәм хәрәкәт итү вакыты буенча тизлекне, тагын шулай ук билгеле булган үткән юл һәм тизлек буенча вакытны табарга туры килә.

Хәрәкәткә карата барлык әлеге мәсьәләләрнең чишү ысуллары v, t, s хәрефләре белән тамгаланган зурлыклар кергән бердәнбер формула $s = vt$ га таяна. Аларның икесе билгеле булса, өченчесен табарга була:

$s = vt$ (v һәм t ны тапкырлап, s ны табабыз);

$t = \frac{s}{v}$ (s һәм v ның өлеше буенча t ны табабыз);

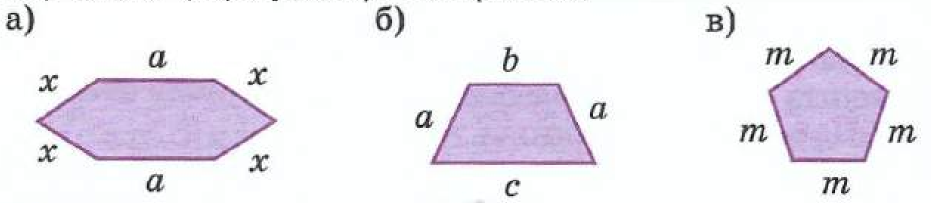
$v = \frac{s}{t}$ (s һәм t ның өлеше буенча v ны табабыз).

Беренче тигезлектә s зурлыгы v һәм t аша белдерелгән, икенче тигезлектә — t зурлыгы s һәм v аша, өченче тигезлектә v зурлыгы s һәм t аша белдерелгән дип әйтәләр.

- Тигезьяклы өчпочмакның периметры $P = 3a$ формуласыннан аның ягы a ны белдерегез.
- Турыпочмаклыкның мәйданы $S = ab$ формуласыннан аның ягы b ны белдерегез.

А

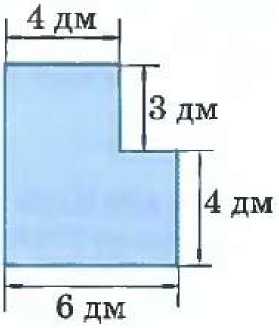
651 8.5 нче *а–в* рәсемнәрендә сурәтләнгән күппочмакларның периметрын исәпләү өчен, формулалар чыгарыгыз.



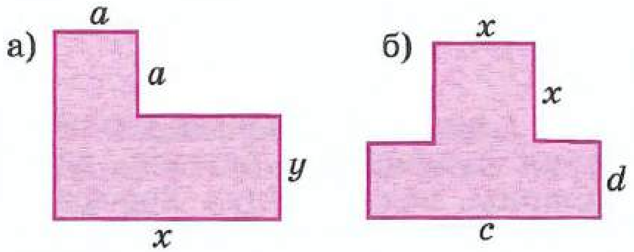
Рәс. 8.5

652 Фикер йөртәбез 1) 8.6 нчы рәсемдә сурәтләнгән күппочмакның мәйданын табу өчен, аны турыпочмаклыкларга бүлеп, аларның мәйданнарын кушып исәпләргә була. Шулай ук күппочмакны турыпочмаклыкка кадәр тутырып, мәйданнарның аермасын исәпләп табарга була. Мәйданны ике ысул белән исәпләгез.

2) 8.7 нче рәсемдәге фигураларның мәйданын исәпләү өчен, формулалар чыгарыгыз.



Рәс. 8.6



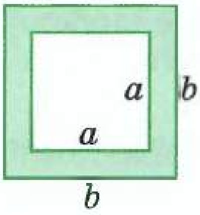
Рәс. 8.7

653 8.8 нче рәсемдә күрсәтелгән фигураның буялган өлеше мәйданы $S=b^2-a^2$ формуласы буенча исәпләнә. Бу формуланың ничек табылганын аңлатыгыз.

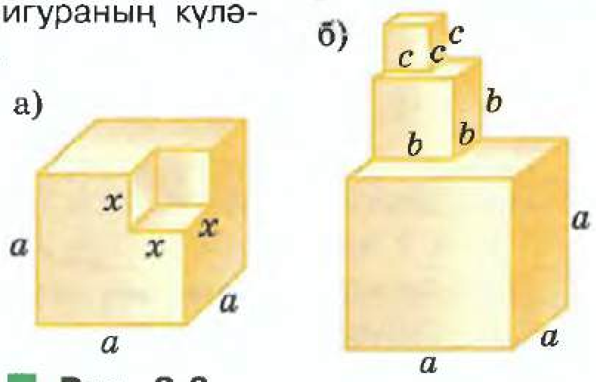
а) $b=1$ м, $a=0{,}7$ м булганда; б) $b=2$ м, $a=1{,}5$ м булганда, *s* ны табыгыз.

654 1) Куб сызыгыз. Аның кабыргасын нинди дә булса хәреф белән тамгалап, кубның күләмен исәпләү формуласын чыгарыгыз.

2) 8.9 нчы *а, б* рәсемнәрендәге фигураның күләмен исәпләү формуласын языгыз.



Рәс. 8.8



Рәс. 8.9

655 Яклары a, b, c булган өчпочмакның периметрын исәпләү формуласын кулланып, түбәндәге биремнәрне башкарыгыз:

1) Өчпочмакның периметры P ны табыгыз:

а) $a = 4$ см, $b = 5$ см, $c = 3$ см булганда; б) $a = 7$ см, $b = 9$ см, $c = 11$ см булганда.

2) Өчпочмакның өченче ягы озынлыгын табыгыз:

а) $P = 18$ см, $b = 6$ см, $c = 7$ см булганда; б) $P = 24$ см, $a = 8$ см, $b = 9$ см булганда.

3) Өчпочмакның периметры P ны, һәм башка ике ягы a һәм b ны кулланып, c ягын табыгыз.

656 Консерва банкаларын тартмаларга тутыралар. Бер банканың массасы m, банкалар саны n булганда, тартмадагы банкаларның гомуми массасы $M = mn$ формуласы буенча исәпләнә.

1) Әгәр гомуми масса һәм банкалар саны билгеле булса, бер банканың массасын исәпләү формуласын языгыз.

2) Әгәр бер банканың массасы һәм гомуми масса билгеле булса, банкалар санын исәпләү формуласын языгыз.

3) Һәр очракта кирәкле формуланы кулланып, һәр мәсьәләне сүзләр белән әйтеп, таблицаны тутырыгыз.

M	m	n
	0,25 кг	12
3000 г	150 г	
8,4 кг		24

657 Кинозалда һәр рәттә k кресло булган n рәт бар. Кинозалдагы урыннар санын $N = kn$ формуласы буенча исәпләргә була.

1) а) $k = 10$, $n = 12$; б) $k = 33$, $n = 25$ булса, кинозалда ничә урын булыр?

2) Һәр рәттә 15 кресло, кинозалда барлыгы 300 урын булса, залда ничә рәт булыр? N һәм k аша n ны билгеләгез.

3) Кинозалда 11 рәттә 176 урын булса, бер рәттә ничә кресло булганын табыгыз. N һәм n аша k ны билгеләгез.

Практик ситуация (658—659)

658 Үзегезне прокатка велосипедлар бирү фирмасында эшлисез дип күз алдына китерегез. Велосипедны бер көнгә прокатка алу 100 с., заказны алу 20 с. тора.

1) Прокатның бәясен C хәрефе белән билгеләп, велосипедны n көнгә прокатка алу бәясен исәпләү формуласын языгыз.

2) Велосипедны 3 көнгә; 15 көнгә; 30 көнгә прокатка алу бәясен исәпләгез.

659 Һәр эшләүче кеше керемгә карап салына торган, хезмәт хакының 13% ына тигез булган налог түли. Үзегезне бухгалтер булып эшлисез дип күз алдына китерегез.

1) C хезмәт хакыннан керемгә карап салына торган налог T ны исәпләү формуласын языгыз.

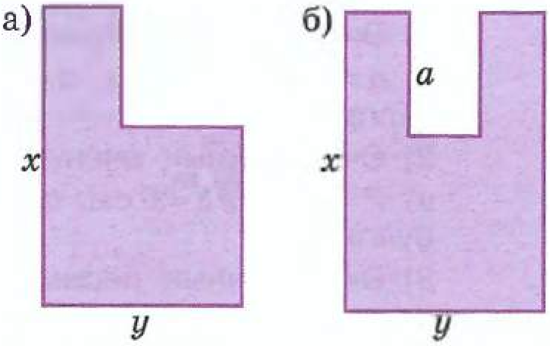
2) $C = 8$ мең с.; $C = 12{,}5$ мең с. булганда, T ны исәпләгез.

Б

660 8.10 нчы рәсемдәге күппочмакның периметрын исәпләү формуласын языгыз.

661 1) 24 см лы чыбыкны турыпочмаклык итеп бөккәннәр. Турыпочмаклыкның бер ягы 5 см; 9 см га тигез булса, аның икенче ягының озынлыгы күпме булыр?

2) Турыпочмаклыкның a ягын аның периметры P һәм b ягы аша белдерегез.



Рәс. 8.10

662 Үлчәнешләре a, b, c булган параллелепипедның күләме формуласы ярдәмендә түбәндәге биремнәрне үтәгез:

1) Параллелепипедның билгесез өченче кабыргасын исәпләгез:
а) $V = 48$ см^3, $b = 3$ см, $c = 4$ см булса; б) $V = 210$ см^3, $a = 6$ см, $c = 7$ см булса; в) $V = 24$ м^3, $a = 3$ м, $b = 2$ м булса.

2) Ике кабыргасы һәм күләме билгеле булган параллелепипедның билгесез кабыргасын исәпләү формуласын языгыз.

Практик ситуация (663—664)

663 Турыпочмаклыклы җир участогы якларының озынлыгы x м һәм y м. Аны койма белән урап алу өчен, трос тарттыралар. Капка һәм ян капка өчен 4 м һәм 1,5 м лы ара калдыралар. Участокның рәсемен ясагыз һәм тросның озынлыгы L ны исәпләү формуласын языгыз. $x = 60$ м, $y = 20$ м булганда, L ны исәпләгез.

664 Кибет заводтан бәясе c сумнан телевизорлар сатып ала һәм аларны, бәясен арттырып, a сумга сата.

1) 25 телевизорны сатудан алынган табыш P ны исәпләү формуласын языгыз. 2) $c = 5000$, $a = 7500$; $c = 3500$, $a = 4200$ булса, P ны табыгыз.

К

665 а) 40 см ның 24 м га; б) 800 г ның 4 кг га; в) 20 мин ның 2 сәг кә чагыштырмаларын табыгыз.

666 Зурлыкның $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{4}$ һәм $\frac{1}{2}$ өлешен процентларда белдерегез.

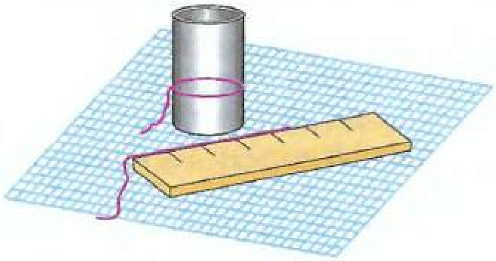
667 Җәй көне зонтикның бәясе 300 с. була, ә кыш көне аның бәясе 30% ка кими. Зонтикның кышкы бәясен табыгыз.

668 Сызыкланмаган кәгазьдә ирекле туры сызыгыз һәм аны m хәрефе белән тамгалагыз.

а) m турысы белән кисешә торган кисемтә сызыгыз һәм m турысына карата аңа симметрик булган кисемтә төзегез.

б) m турысы белән кисешми торган ике буынлы сынык сызык сызыгыз һәм m турысына карата аңа симметрик булган сынык сызык төзегез.

8.4 Әйләнә озынлыгы, түгәрәк мәйданы һәм шарның күләме формулалары



Әйләнә озынлыгы формуласын табар өчен, түбәндәге тәҗрибәне үткәрегез.

Стакан яки төбе түгәрәк формасында булган ниндидер икенче предмет алыгыз. Стаканны җеп белән урагыз һәм, җепне турайтып, аның озынлыгын линейка белән үлчәгез. Сез стаканның төбен чикләгән әйләнәнең озынлыгын табарсыз.

Аннары линейка ярдәмендә стакан төбенең диаметрын үлчәгез һәм әйләнә озынлыгының диаметр озынлыгына чагыштырмасын исәпләгез.

Бу эшне җиренә җиткереп башкарсагыз, якынча 3 кә тигез сан табарсыз.

Шулай итеп, тәҗрибә ярдәмендә әйләнә озынлыгы аның диаметрыннан 3 тапкыр зуррак икәнен белдек. Башка түгәрәк әйберләр белән экспериментны кабатласак, һәрвакыт 3 кә якын сан килеп чыгачак. Бу — әйләнәнең мөһим үзлегенә бәйле:

Әйләнә озынлыгы белән аның диаметры чагыштырмасы — даими зурлык. Ул — әйләнәнең зурлыгына бәйле түгел. Бу чагыштырма якынча 3 кә тигез.

Әлеге искиткеч факт 3,5 мең ел элек Борынгы Мисырда беленгән. Әйләнә озынлыгы белән аның диаметры чагыштырмасын белдергән санны грек хәрефе π («пи» дип укыла) белән тамгаларга килешкәннәр. Ул — «әйләнә» сүзен аңлаткан «периферия» сүзенең беренче хәрефе. Гомумкулланылышка XVIII гасырдан кергән.

Бу санның гадәттәгечә булмавы һәм искиткечлеге — аның сез белгән бөтен һәм вакланмалы саннар арасында юклыгы. Ул икенче төрле саннарга керә, сез аларны югары сыйныфларда өйрәнерсез.

Исәпләүләрдә π саны якынча кыйммәте белән алмаштырыла. Тәҗрибә буенча сез $\pi \approx 3$ булганын белдегез, ләкин бу — җитәрлек дәрәҗәдә тупас якынчалык. Хәзерге вакытта аның бик күп санлы унарлы тамгалары булган якынча кыйммәте билгеле. Өтердән соң ун цифр булган якынча кыйммәте: $\pi \approx 3{,}1415926535$. Мәсьәләләр чишкәндә, безгә андый төгәллек кирәк түгел, $\pi \approx 3{,}14$ дип исәпләрбез.

Әйләнә озынлыгын C хәрефе, диаметрын d хәрефе белән тамгалыйк (рәс. 8.11). Әйләнә озынлыгының диаметрга чагыштырмасы π гә тигез булганлыктан, $\frac{C}{d} = \pi$ дип яза алабыз, ягъни $\boldsymbol{C = \pi d}$. Бу — *әйләнә озынлыгы формуласы*.

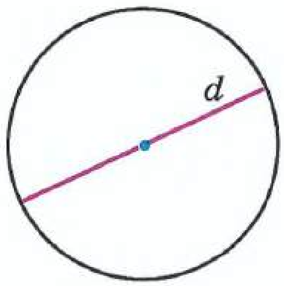
Формулада d ны $2r$ га алыштырсак, яңа формула табыла:

$$C = 2\pi r.$$

1 нче мисал. Диаметры 4 м булган түгәрәк клумбаны урап алыр өчен, нинди озынлыктагы бордюр кирәк булыр?

$C = \pi d$ формуласында d һәм π урынына аларның кыйммәтләрен куйсак,

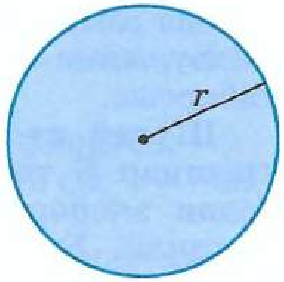
$C \approx 3{,}14 \cdot 4 = 12{,}56$ (м) килеп чыга.



Рәс. 8.11

Шулай итеп, 12,6 м дан кимрәк булмаган озынлыктагы бордюр кирәк булыр.

- Диаметры 1 гә тигез булган әйләнәнең озынлыгын табыгыз.
- Безнең эрага кадәр III гасырда Архимед π санының $3\frac{10}{71}$ һәм $3\frac{1}{7}$ саннары арасында булганын ачыклаган. π гә Архимед биргән бәяне икеле тигезсезлек рәвешендә языгыз.



Рәс. 8.12

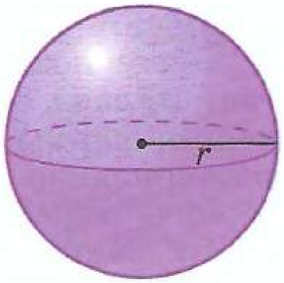
Түгәрәк мәйданын табу формуласы да бар:

$$S = \pi r^2,$$

биредә S — түгәрәкнең мәйданы, r — түгәрәкнең радиусы (рәс. 8.12). Бу формулага π саны да кирә.

2 нче мисал. Дөньядагы барлык цирк ареналарының диаметры 13 м га тигез булуы билгеле. Цирк аренасының якынча мәйданын табабыз.

Иң элек аренаның радиусын табабыз: $r = \frac{13}{2} = 6{,}5$(м). $S = \pi r^2$ формуласына r һәм $\pi \approx 3{,}14$ куйсак табабыз: $S \approx 3{,}14 \cdot 6{,}5^2 = 3{,}14 \cdot 42{,}25 = 132{,}665$ (м²). Мәйданның санлы кыйммәтен бөтеннәргә кадәр түгәрәклибез, ул вакытта $S \approx 133$ м².

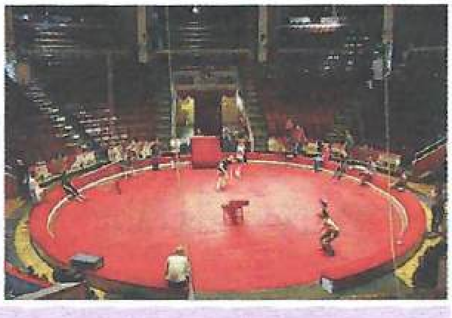


Рәс. 8.13

Шулай ук π саны кергән *шарның күләмен табу формуласы* да бар:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3,$$

биредә r — шарның радиусы, V — шарның күләме (рәс. 8.13).



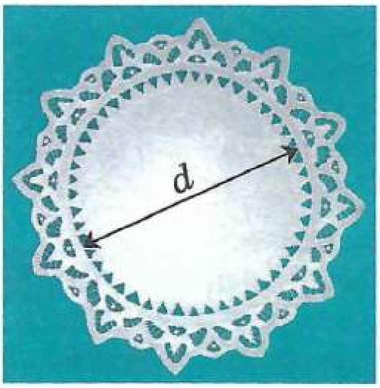
- Радиусы 10 см булган түгәрәкнең мәйданы 300 см² дан зуррак. Бу дөресме?
- Кайсы зуррак: а) радиусы 2 см булган түгәрәкнең мәйданымы яки ягы 3 см булган квадратның мәйданымы;
  б) радиусы 5 см булган түгәрәкнең мәйданымы яки ягы 10 см булган квадратның мәйданымы?

А

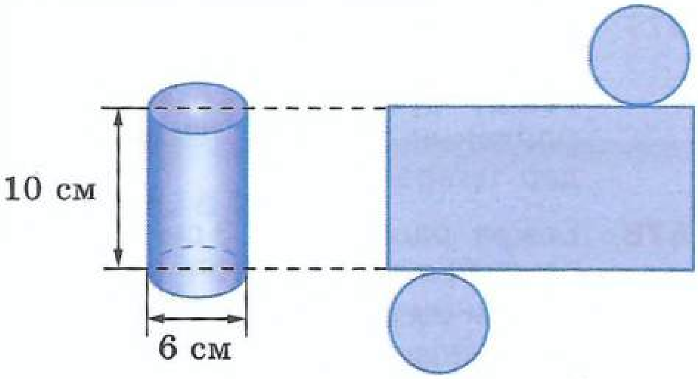
669 а) Диаметры 10 см; 2,5 м булган әйләнәнең озынлыгын исәпләгез.
б) Радиусы 7,5 см; 5 м булган әйләнәнең озынлыгын исәпләгез.

670 **Практик ситуация** Таблицада төрле түгәрәк салфеткаларның диаметры d бирелгән. Һәр салфетканың кырыен эшкәртү өчен, күпме челтәр кирәк булыр (рәс. 8.14)? Исәпләүләр өчен $C \approx 3d$ формуласын кулланыгыз. Җавапларны челтәр җитәрлек итеп түгәрәкләгез.

d, м	0,25	0,6	0,8	1,1	1,5
C, м					



Рәс. 8.14



Рәс. 8.15

671 а) Радиусы 100 м; 20 см булган түгәрәкнең мәйданын исәпләгез.
б) Радиусы 3 см; 1 м булган шарның күләмен исәпләгез.

672 8.15 нче рәсемдә цилиндр һәм аның җәелмәсе сурәтләнгән. Җәелмәнең өлеше булган турыпочмаклыкның якларын табыгыз. Цилиндрның натураль зурлыклары буенча җәелмә ясагыз һәм аны цилиндр итеп төрегез.

673 Җир шарының радиусы якынча 6400 км га тигез. Экваторның озынлыгын исәпләгез. (Җавапны мең км га кадәр түгәрәкләгез.)

674 Диаметры 12 см булган шарның күләмен табыгыз.

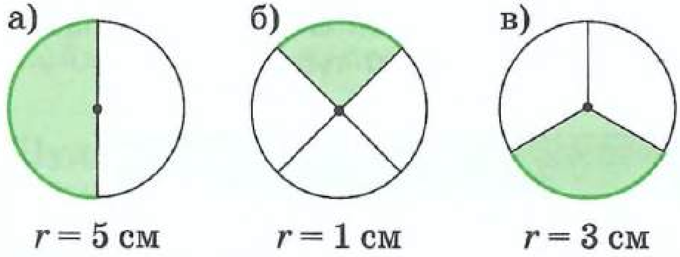
Б

675 **Фикер йөртәбез** Радиуслары 2 см һәм 4 см булган әйләнәләр сызыгыз. Икенче әйләнә озынлыгы беренче әйләнә озынлыгыннан ничә тапкыр зуррак? Икенче түгәрәкнең мәйданы беренче түгәрәкнең мәйданыннан ничә тапкыр зуррак?

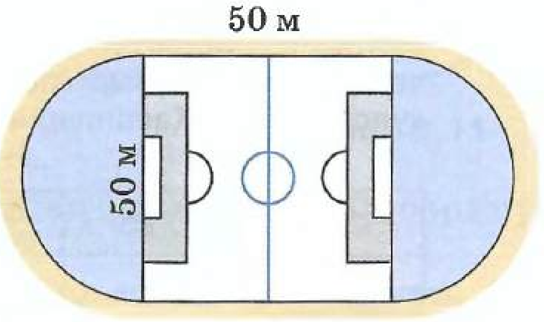
676 8.16 нчы рәсемне карагыз.

1) Әйләнәнең яшел төстәге дугасының озынлыгын табыгыз. Җавапны сантиметрның унынчы өлешләренә кадәр түгәрәкләгез.

2) Түгәрәкнең буялган өлешенең мәйданын табыгыз. Җавапны квадрат сантиметрның унынчы өлешләренә кадәр түгәрәкләгез.



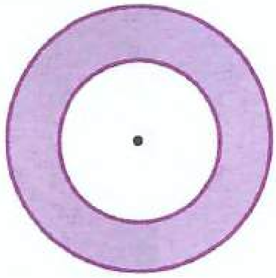
Рәс. 8.16



Рәс. 8.17

677 8.17 нче рәсемдә мәктәп стадионы планы сурәтләнгән. Стадион тирәли узышу сукмагы салынган. Узышу сукмагының озынлыгын һәм стадионның мәйданын табыгыз. (Нәтиҗәләрне дистәләргә кадәр түгәрәкләгез.)

678 Боҗра радиуслары 3 см һәм 5 см булган ике әйләнә белән чикләнгән (рәс. 8.18). Бу боҗраның мәйданын табыгыз.

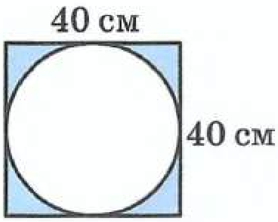


Рәс. 8.18

679 Квадрат картоннан түгәрәк кисеп алганнар (рәс. 8.19). Кисентеләрнең мәйданы күпме булыр?

680 Мәрьям камырны ягы 30 см булган квадрат формасында җәя һәм диаметры 7 см булган стакан белән 16 түгәрәк кисә. Кисентеләрнең мәйданы күпме булыр?

681 Әфлисунның радиусы 4 см, кабыгының калынлыгы 1 см. Кайсысы зуррак: ашарга яраклы өлешнең күләмеме, әллә ашарга ярамаган өлешнең күләмеме?



Рәс. 8.19

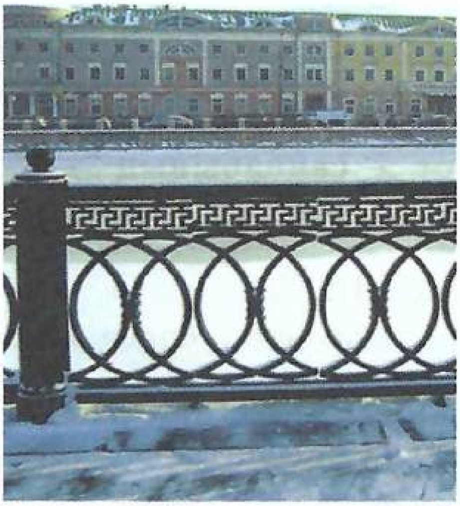
К

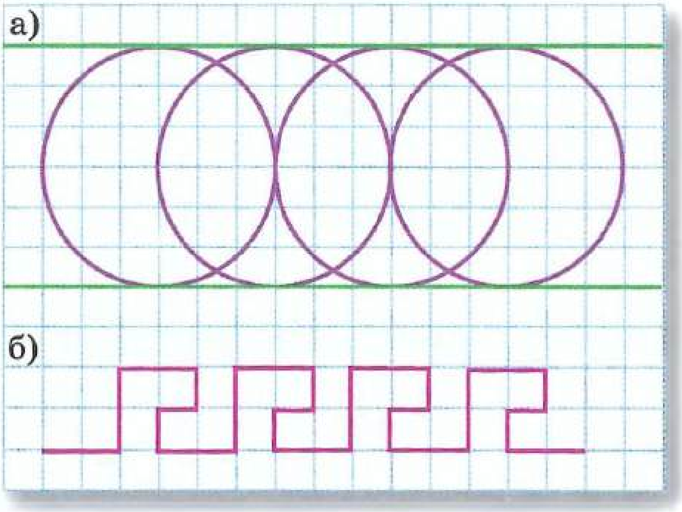
682 Мәктәптә 600 укучы бар. Малайлар санының кызлар санына чагыштырмасы 3 : 2 кебек. Мәктәптә ничә малай һәм ничә кыз укый?

683 Мәктәптә беренче сыйныфларда 150 укучы укый, ә унынчы сыйныфларда – 75. Беренче сыйныф укучыларының саны унынчы сыйныф укучылыры санынннан ничә тапкырга артыграк? Беренче сыйныф укучыларының саны унынчы сыйныф укучылары санынннан ничә процентка артыграк?

684 Ярминкәдә барлык товар универмагтагыга караганда 25% ка арзанрак. Универмагтагы 600 с. лык чәйнекнең ярминкәдә бәясе күпме булыр?

685 **Копия алу ысулын эзлибез** Мәскәүнең яр буе рәшәткәсендә борынгы орнамент элементларын күрәбез (фотоны к.). Рәшәткәнең өске өлешендә «меандр» орнаменты кулланылган. Ул орнаментны грек амфораларында күрергә була. Рәшәткәнең әйләнәләрдән үрелгән төп өлеше оча торган тәгәрмәчләргә охшаган.





Рәс. 8.20

а) 8.20 нче *а* рәсемендә сурәтләнгән ике туры үзара ничек урнашкан? Әйләнәләрнең үзәкләре кайда ята? Рәсемнең копиясен ясагыз.

б) Орнамент (рәс. 8.20, *б*) үзәк симметриягә ия булган сынык сызык белән ясалган. Дәфтәрдә бу орнаментның үзәк симметрияле нинди дә булса бер фрагментын ясагыз һәм аның симметрия үзәген күрсәтегез.

8.5 Нәрсә ул тигезләмә

Әлегә кадәр сез мәсьәләләрне фикерләү ярдәмендә чиштегез. Ләкин математикада башка ысул бар, аның төп нигезе — мәсьәләнең сүзләр белән язылган шартын математика теленә күчерүдә. Бу күчерүнең нигезе булып, ниндидер билгесез зурлыкны тамгалау өчен, хәреф куллану тора.

Әйтелгәннәрне мәсьәлә чишү үрнәгендә аңлатыйк. «Марат ике бертөрле дәфтәр сатып алган да кассирга 50 с. акча биргән, һәм аңа 26 с. акча кайтарганнар. Бер дәфтәр күпме тора?»

Дәфтәрнең билгесез бәясен (сумнарда) x хәрефе белән тамгалыйк. Ул вакытта ике дәфтәрнең бәясе $2x$ була. Ике дәфтәр бәясе һәм кайтарып алган акча бергә 50 сум тәшкил итә. Математика телендә бу раслауны болай язарга мөмкин:

$$2x + 26 = 50.$$

Без хәреф белән тамгаланган билгесез санны эченә алган тигезлек яздык. Мондый тигезлек **тигезләмә** дип атала. Мәсьәләнең соравына җавап бирү өчен, билгесез санны табарга кирәк, яки *тигезләмәне чишәргә* кирәк, дип әйтәләр.

$2x + 26 = 50$ тигезләмәсен чишәр өчен, болай фикер йөртик.

$2x + 26 = 50$ тигезләмәсенең сул ягында $2x$ һәм 26 саннарының суммасы. Билгесез кушылучы $2x$ ны табу өчен, суммадан билгеле кушылучыны алабыз:

$$2x = 50 - 26, \text{ ягъни } 2x = 24.$$

Бу тигезләмәнең сул ягында 2 һәм x саннарының тапкырчыгышы язылган. Билгесез тапкырлаучы x ны табу өчен, тапкырчыгышны икенче тапкырлаучыга бүләбез:

$$x = 24 : 2, \text{ ягъни } x = 12.$$

Шулай итеп, без, тигезләмәне чишеп, дәфтәрнең бәясе 12 с. булуын белдек.

12 санын $2x + 26 = 50$ *тигезләмәсенең тамыры* дип атыйлар. Тигезләмәнең сул ягында x ны 12 саны белән алмаштырып гамәлләрне башкарсак, җавапта 50 була.

Хәрефнең тигезләмәне дөрес тигезлеккә әйләндерә торган кыйммәте тигезләмәнең тамыры дип атала.

Хәзергә сез иң гади тигезләмәләрне генә чишәрсез. Аның өчен арифметик гамәлләрнең үзлекләрен һәм билгесез компонентны табу кагыйдәләрен белү җитә.

Тигезләмә чишүнең һәр адымын аңлатыгыз:

1)	2)	3)
$(x + 2x) + 2 = 8$,	$x + (x + 5) = 10$,	$2(2x + 1) - 1 = 7$,
$3x + 2 = 8$,	$(x + x) + 5 = 10$,	$2(2x + 1) = 8$,
$3x = 8 - 2$,	$2x + 5 = 10$,	$2x + 1 = 4$,
$3x = 6$,	$2x = 5$,	$2x = 3$,
$x = 2$;	$x = 2{,}5$;	$x = 1{,}5$.

Нинди санны тигезләмәнең тамыры дип атыйлар? Югарыда каралган һәр тигезләмәнең тамырын әйтегез.

Текстлы мәсьәләне тигезләмә ярдәмендә түбәндәге план буенча чишәргә мөмкин:

- билгесез зурлыкны хәреф белән тамгаларга;
- мәсьәләнең шарты буенча тигезләмә төзергә;
- төзелгән тигезләмәне чишәргә;
- мәсьәләнең соравына җавап бирергә.

Мәсьәләне чишик: «150 шәр г итеп, чәйне 30 пачкага тутырганнар. Шул ук микъдардагы чәйне 250 г лы пачкаларга тутырсалар, ничә пачка килеп чыгар?»

250 г лы пачкаларның санын x хәрефе белән тамгалыйк. Бер үк микъдардагы чәйне тутыру турында сүз барганлыктан, $250 \cdot x$ һәм $150 \cdot 30$ тапкырчыгышлары тигез була.

$250x = 150 \cdot 30$ тигезләмәсен табабыз.

Билгесез тапкырлаучы x ны табабыз; $x = 18$.

Җавап. 18 пачка.

Мәсьәләнең шарты буенча тигезләмә төзеп, уйлаган санны табыгыз:

а) Фәрит сан уйлаган, аннан 10 ны алган һәм 15,6 ны тапкан;

б) Камил сан уйлаган, аны 2,5 кә тапкырлаган һәм 10 ны тапкан;

в) Вәли сан уйлаган, бу санның $\frac{2}{3}$ сен тапкан, ул 6 булган.

A

686 3, 4, 5 саннары арасында тигезләмәнең тамыры бармы:

а) $2x - 1 = 9$; б) $10 - 3x = 1$; в) $4x = 8$; г) $36 : x = 12$?

687 Тигезләмәне чишегез һәм алыштырып кую ярдәмендә җавабын тикшерегез:

а) $x + 9 = 27$; г) $2x + 1 = 77$; ж) $3x - 1 = 14$;

б) $x - 7 = 14$; д) $4x - 3 = 29$; з) $6 + 12x = 18$;

в) $60 - c = 18$; е) $2 + 5x = 32$; и) $21 - 5x = 6$.

688 Тигезләмәне чишегез һәм җавабын тикшерегез:

а) $\frac{1}{2}x = 5$; б) $\frac{1}{5}x = 4$; в) $2x = 0{,}6$; г) $9x = 3$; д) $5x = 1$.

689 Мәсьәләнең шарты буенча тигезләмә төзегез:

а) Мәрьям сан уйлаган, аны 15 кә тапкырлаган һәм нәтиҗәне 80 нән алган. 20 килеп чыккан. Мәрьям нинди сан уйлаган?

б) Самат сан уйлаган, аңа 15 не кушкан һәм нәтиҗәне 10 га тапкырлаган. 200 килеп чыккан. Самат нинди сан уйлаган?

690 Партадашыгызга мәсьәлә төзегез. Моның өчен бер сан уйлагыз, аны 5 кә тапкырлагыз һәм нәтиҗәгә 100 не кушыгыз. Нинди сан килеп чыкты? Хәзер мәсьәләгезне языгыз. Ул «Мин сан уйладым, аны ... тапкырладым» дип башлансын.

691 Мәсьәләне тигезләмә төзеп чишегез:

а) Ел ахырына журналның бәясе 2 тапкыр арткан, ә ярты елдан соң ул тагын 6 с. га күтәрелгән, һәм шуннан соң аның бәясе 30 с. торган. Журналның баштагы бәясе күпме булган?

б) Конфетлар тартмасына 19 конфет өстәп салганнар һәм аларны, тигез итеп, 8 балага бүлеп биргәннәр. Һәр бала 7 шәр конфет алган. Башта тартмада ничә конфет булган?

Б

692 Мәсьәләне тигезләмә төзеп чишегез:

а) Укучы сан уйлаган, аңа 7 не кушкан, сумманы 3 кә тапкырлаган, нәтиҗәдән 15 не алган һәм 30 килеп чыккан. Уйланган санны табыгыз.

б) Укучы сан уйлаган, аны 4 кә тапкырлаган, нәтиҗәгә 16 ны кушкан, сумманы 2 гә бүлгән һәм 23 килеп чыккан. Уйланган санны табыгыз.

693 Тигезләмәне чишегез:

а) $1{,}5x + 7 = 10$; в) $(x + 1{,}1) - 2 = 5$;

б) $2{,}6x - 0{,}9 = 3$; г) $10 - (x - 0{,}5) = 2$.

694 Тигезләмәнең тамырын табыгыз:

а) $(x + 2) + x = 9$; в) $x + 2x - 5 = 40$;

б) $x + (7 + x) = 11$; г) $x + (4 + x) + x = 16$.

Мәсьәләне тигезләмә төзеп чишегез (**695–698**).

695 а) Бакча участогы хуҗалары яшелчә бакчасына 200 $м^2$ җирне бүлеп алганнар. Бәрәңге өчен кишергә караганда 3 тапкыр зуррак мәйдан калдырганнар. Бәрәңге өчен күпме мәйдан һәм кишер өчен күпме мәйдан бүлеп бирелгән?

б) 36 см лы кисемтәне ике өлешкә бүлгәннәр. Бер өлеш икенче өлештән 2 тапкыр зуррак. Һәрбер өлешнең озынлыгын табыгыз.

Ярдәм. Кечерәк зурлыкны хәреф белән билгеләгез.

696 а) Ике санның суммасы 110. Бу саннарның берсе икенчесеннән 20 гә зуррак. Саннарны табыгыз.

б) Ике санның суммасы 59. Бу саннарның берсе икенчесеннән 15 кә кимрәк. Әлеге саннарны табыгыз.

Ярдәм. Кечерәк санны хәреф белән билгеләгез.

697 а) Ике тартмада 27 карандаш булган. Бер тартмада икенчесенә караганда 5 карандашка күбрәк. Һәр тартмада ничә карандаш бар?

б) Туристлар ике көндә 48 км юл үткәннәр. Беренче көнне икенче көнгә караганда 10 км га кимрәк юл үткәннәр. Туристлар беренче көнне күпме юл үткәннәр?

698 а) Чиләк белән бакта 24 л су бар. Чиләктә су бактагыга караганда 3 тапкыр кимрәк. Чиләктә ничә литр су бар?

б) Компотка 18 данә алма белән слива салганнар. Сливалар алмаларга караганда 2 тапкыр күбрәк булган. Компотка ничә алма салганнар?

Мәсьәләнең шарты буенча тигезләмә төзегез (**699–700**).

699 а) Камилә Дамирәдән 3 тапкыр олырак. Әгәр Камилә Дамирәдән 8 яшькә олырак булса, һәр кызга ничә яшь?

б) Ирек Сәлимнән 4 яшькә олырак. Бер елдан аларның икесенә бергә 20 яшь була. Һәрберсенә ничә яшь?

700 а) Беренче бакта икенчесенә караганда 2 тапкыр артыграк бензин булган. Беренче бактан 7 л бензин алганнар, ә икенчесенә 3 л өстәп салганнар, шуннан соң бакларда бензин бертигез булган. Икенче бакта күпме бензин булган?

б) Беренче балалар бакчасында икенчесенә караганда балалар 3 тапкыр күбрәк булган. Беренче балалар бакчасыннан икенчесенә 30 баланы күчергәч, бакчаларда балалар тигезләшкән. Башта икенче балалар бакчасында ничә бала булган?

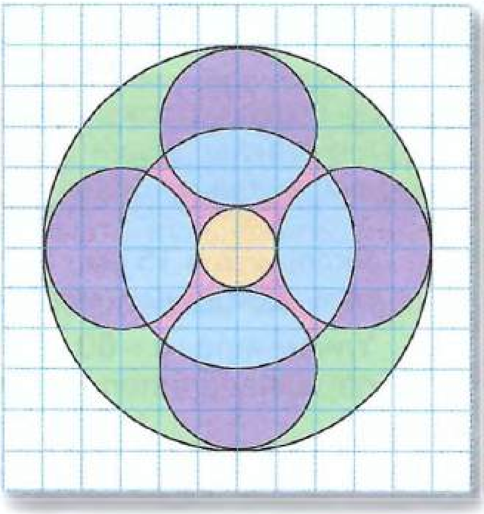
К

701 Редакция радиовикторина сорауларына радио тыңлаучылардан 900 җавап алган. Дөрес һәм дөрес булмаган җаваплар 7 : 3 чагыштырмасында бүленгән. Ничә дөрес җавап алынган?

702 Бәйрәм алдыннан универмагта барлык товар гадәттәге бәядән 12% ка арзанрак итеп сатылган. Бәясе төшкәнче 2500 с. торган тузансуырткычны сатып алып, сатып алучы ничә сум акча экономияләгән?

703 Шахмат турнирында 48 бала катнашкан. Бу – барлык мәктәп укучыларының 8% ы. Мәктәптә ничә укучы?

704 Копия алу ысулын эзлибез 8.21 нче рәсемдә сурәтләнгән бизәкне күчереп ясагыз һәм аны үзегез теләгәнчә буягыз.



Рәс. 8.21

Сез нәрсәгә өйрәндегез

Мәҗбүри белем күнекмәләре

Хәрефле аңлатмаларны язу һәм уку кагыйдәләрен беләм.

1. Хәрефле аңлатмаларны язу кагыйдәләрен кулланып, аңлатмаларны языгыз:

$5 \cdot a, \quad x \cdot y \cdot 2, \quad 10 - (a \cdot c), \quad 3 + a : b.$

Арифметик гамәлләрнең үзлекләрен хәрефләр ярдәмендә яза алам.

2. Кушканда нульнең үзлеген һәм тапкырлаганда 1 нең үзлеген хәрефләр белән языгыз.

Бирелгән шартлар буенча аңлатманың кыйммәтен таба алам.

3. Хәрефле аңлатманың кыйммәтен табыгыз:
   а) $10a + 2{,}5$, $a = 0{,}3$ булганда;
   б) $0{,}3ab$, $a = 5$, $b = 6$ булганда;
   в) $20 - 2x^2$, $x = 3$ булганда.

Бирелгән шартлар буенча хәрефле аңлатма төзи беләм.

4. a һәм b саннарының суммасы һәм аларның аермасы тапкырчыгышын языгыз.

5. «Мәрьямгә туган көненә сыйныфташлары a канәфер чәчәге бүләк иткәннәр. b чәчәкне ул әнисенә, c чәчәкне әбисенә биргән. Мәрьямнең ничә канәфер чәчәге калган?»

Өчпочмакның периметры, турыпочмаклыкның периметры һәм мәйданы, турыпочмаклы параллелепипедның күләме формулаларын беләм һәм аларны куллана алам.

6. Яклары $a = 15$ см, $b = 100$ см булган турыпочмаклыкның периметрын һәм мәйданын исәпләгез.
7. Үлчәмнәре $a = 60$ см, $b = 50$ см һәм $c = 40$ см булган турыпочмаклы параллелепипед формасындагы аквариумның күләмен исәпләгез.

$C = 2\pi r$ һәм $S = \pi r^2$ формулаларын кулланып, әйләнәнең озынлыгын һәм түгәрәкнең мәйданын исәпли алам.

8. Диаметры 20 см га тигез булган әйләнәнең озынлыгын табыгыз.
9. Диаметры 10 см га тигез булган түгәрәкнең мәйданын табыгыз.

Тигезләмәнең тамыры һәм тигезләмәне чишү нәрсә ул, шуны беләм.

10. 0,4 саны $10 + 5x = 12$ тигезләмәсенең тамыры буламы, шуны тикшерегез.
11. Чишүнең һәр адымын аңлатып, $4x - 12 = 10$ тигезләмәсен чишегез.

Башка биремнәрне дә башкара алам (берничә номерны күрсәтегез).

9 нчы БҮЛЕК

Бөтен саннар

Әлегә кадәр математика дәресләрендә натураль саннар һәм вакланмалы саннар белән эш иттегез. Ләкин сезгә тормышта башка саннар — тискәре саннар да очраганы бардыр. Мәсәлән, һава торышы турындагы хәбәрләрдән сез һаваның температурасы −12° буласын белә аласыз, ә географик картада Байкал күленең тирәнлеге −1637 м икәнен күрәсез.

«Минус» тамгалы саннар зурлык ике капма-каршы юнәлештә үзгәрә торган очракларда кирәк. Зурлыкны тискәре сан белән күрсәтер өчен, ниндидер бер башлангыч — нуль билгесен кертәләр. Температураны үлчәгәндә — исәп башлангычы буларак суның кату температурасы (нормаль атмосфера басымында), ә диңгезләрнең тирәнлеген үлчәгәндә, Дөнья океаны тигезлеге алына. Зурлыкның кыйммәте нуль билгесеннән түбәнрәк булса, «минус» тамгасы куялар.

Бу бүлектә сез тискәре бөтен саннар белән танышырсыз, алар белән эш итәргә өйрәнерсез.

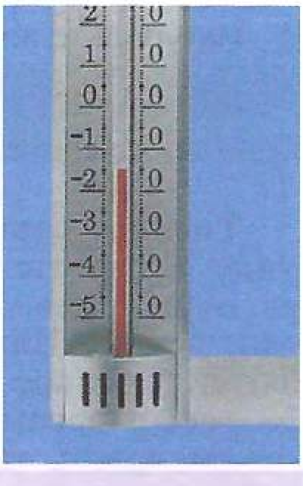
9.1 Нинди саннарны бөтен саннар дип атыйлар

$$1, 2, 3, 4, \ldots, 100, \ldots, 1000, \ldots$$

натураль саннары белән беррәттән, без натураль саннарга «минус» тамгасы өстәп язылган **тискәре саннарны:**

$$-1, -2, -3, -4, \ldots, -100, \ldots, -1000, \ldots$$

тикшереп карарбыз.



Натураль сан һәм натураль санга «минус» тамгасы өстәп язудан килеп чыккан тискәре сан капма-каршы саннар дип атала.

Мәсәлән, 15 һәм −15 саннары — капма-каршы саннар. Шулай ук −15 саны 15 санына капма-каршы сан дип, ә 15 саны −15 санына капма-каршы сан дип әйтергә була. 0 саны үзенә үзе капма-каршы сан дип санала.

Күргәнегезчә, «минус» тамгасы ярдәмендә натураль санга капма-каршы сан языла. Бу тамганы без тискәре санга капма-каршы санны язу өчен дә кулланырбыз. Мәсәлән, -15 санына капма-каршы сан болай языла: $-(-15)$. Ләкин -15 санына капма-каршы сан ул — 15 саны. Димәк, $-(-15)=15$. Шулай ук $-(-7)=7$, $-(-109)=109$.

Гомумән, *a санына капма-каршы санны $-a$ белән тамгалыйлар.*

$a=25$ булса, $-a=-25$;

$a=-40$ булса, $-a=-(-40)=40$;

$a=0$ булса, $-a=0$ була.

Игътибар итегез: тискәре санга капма-каршы санны язганда, без тискәре санны җәяләр эченә алабыз. $--15$ кебек аңлатмаларның мәгънәсе юк.

Натураль саннарны, аларга капма-каршы тискәре саннарны һәм 0 санын бер сүз белән бөтен саннарга берләштерәләр.

Натураль саннарны **уңай саннар** дип атыйлар, «натураль сан» һәм «уңай сан» сүзләре бер үк мәгънәне аңлата. Уңай саннар алдына, аларның тискәре саннардан аермасын күрсәтер өчен, кайвакыт «плюс» тамгасы куялар. Мәсәлән, $+5$ ул — шул ук 5 саны: $+5=5$. Шуңа күрә ике бөтен сан турында *бер тамгалы саннар* дип алар икесе дә уңай яки икесе дә тискәре булганда әйтеп була. Киресенчә, бер сан уңай, ә икенчесе тискәре булганда, бу *төрле тамгалы саннар* дип әйтәләр. Капма-каршы саннар бер-берсеннән *тамгалары белән генә аерыла.*

0 саны, һәрвакыттагыча, аерым урын алып тора: ул уңай саннарга да, тискәре саннарга да керми, ә аларны бүлеп кенә тора.

- Нинди саннар бөтен саннар дип атала? Мисалга бөтен булмаган сан китерегез.
- Натураль саннарны башкача ничек атыйлар?
- $-(-20)$ язуының нәрсәне белдерүен аңлатыгыз һәм аны гадиләштерегез.
- «Һәрбер бөтен сан я уңай, я тискәре сан була» — бу раслау дөресме?

Тискәре саннарны математиклар бик күптәннән ачканнар. Алар инде Борынгы Кытай галиме Джань Цаньның кульязмаларында ук очрый (б.э.к. III г.) Ул вакытта «минус» тамгасы булмаганлыктан, Джань Цань аларны, аерыр өчен, төрле төстәге каралар белән язган. Тискәре саннарның хәзерге аңлатмасын эшләп чыгару өчен, 18 гасыр дәвамында — Джань Цаньнан алып Декартка кадәр — күп галимнәрнең тырышлыгы кирәк булган.

А

Символлар белән эшлибез (705–712)

705 Һава торышы хезмәте хәбәрен « + » һәм « – » тамгалары ярдәмендә языгыз: 20 градус җылы, 20 градус салкын.

706 Күп нокта урынына туры килә торган сүзне куегыз:

а) Бүген шәһәрдә –5°, иртәгә –8° көтелә; температура ...;

б) Бүген шәһәрдә –20°, иртәгә –13° көтелә; температура ... .

707 Дәфтәрегездә термометр шкаласының схематик сурәтен ясагыз.

1) 10 нчы гыйнварга һава торышы турында мәгълүматларны шкалада билгеләгез: Париж +1 °С, Лондон –3 °С, Берлин –9 °С, Рим +6 °С, Варшава –12 °С, Мәскәү –10 °С, Новосибирск –14 °С. (Күрсәтелгән температура булачак шәһәрләрне шкаланың уң ягына языгыз.)

2) Кайсы шәһәрдә иң югары температура, иң түбән температура көтелә?

708 9.1 нче рәсемдә сурәтләнгән шкаланы кулланып, анда билгеләнгән таулар биеклегенең һәм диңгезләр тирәнлегенең якынча кыйммәтләрен табыгыз (шкалада мәгълүматлар метрларда бирелгән).

Рәс. 9.1

709 Футбол буенча дөнья чемпионатында командаларның нәтиҗәләрен алар керткән һәм аларга кертелгән тупларның аермасы буенча билгелиләр.

1) Таблицада бирелгән мәгълүматларның нәрсә күрсәткәнен аңлатыгыз.

Команда	Керткән һәм кертелгән тупларның аермасы
Бразилия	+7
Россия	+1
Польша	–2
Камерун	–4

2) Таблицаның соңгы баганасын тутырыгыз.

Команда	Керткән туплар саны	Кертелгән туплар саны	Керткән һәм кертелгән тупларның аермасы
Швейцария	5	2	
Испания	3	3	
Боливия	0	1	
Колумбия	2	5	

710 Бер үк вакытта ак һәм кара шакмак ыргыталар. Ак шакмакта төшкән очко отыш дип, ә кара шакмактагысы оттыру дип санала. Гомуми нәтиҗә (отыш яки оттыру) «+» яки «–» тамгасы белән языла. 9.2 нче рәсемдә сурәтләнгән ситуациянең гомуми нәтиҗәсе — оттыру; ул 5 очко тәшкил иткән.

Рәс. 9.2

Түбәндәге ситуацияләрнең гомуми нәтиҗәләрен «+» һәм «–» тамгаларын кулланып языгыз:

а) ак шакмакта 5 очко, ә кара шакмакта 2 очко;
б) ак шакмакта 3 очко, ә кара шакмакта 4 очко;
в) ак шакмакта да, кара шакмакта да 5 очко.

711 Акча белән эш итү операциясенең нәтиҗәсен санагыз һәм «+», «–» тамгаларын кулланып языгыз:

а) керем 5 мең с. һәм чыгым 9 мең с.;
б) керем 6 мең с. һәм чыгым 2 мең с.;
в) керем 8 мең с. һәм чыгым 10 мең с.;
г) керем 7 мең с. һәм чыгым 7 мең с.

712 Су асты көймәсе башта 400 м тирәнлектә бара, аннан соң 200 м га түбәнрәк төшә, аннары 300 м га күтәрелә. Су асты көймәсе нинди тирәнлектә була? Җавапны «–» тамгасы ярдәмендә языгыз.

713 Практик ситуация. Коллекционер бәяләре 3000, 16 000, 12 000, 25 000, 3000 с. булган биш картина сатып ала. Аннан соң аларны 3500, 15 000, 10 000, 27 000, 2500 с. га сата. Һәрбер картинадан алынган табышны яки зыянны табыгыз. Җавапны «+» (табыш), «–» (зыян) тамгаларын кулланып языгыз.

714 Бирелгән саннар арасында уңай һәм тискәре саннарны табыгыз; аннан соң аларга капма-каршы саннарны атап чыгыгыз:

а) +5, –2, +4, –21, +18, –32, +11, –7, –15, 0, +10;
б) –3, 1, –7, 0, 24, –1000, 73, 203, –330, 330.

715 Бирелгән санга капма-каршы сан языгыз:

а) −4; б) −3; в) +1; г) −5; д) −100; е) +180.

Үрнәк. $-(+10)=-10$; $-(-10)=+10=10$.

716 Җәяләрсез языгыз:

а) $-(+11)$; в) $-(-7)$; д) $-(+15)$;
б) $-(+9)$; г) $-(-10)$; е) $-(-20)$.

717 **Фикер йөртәбез** Дөрес тигезлек килеп чыксын өчен, җәяләр эченә нинди сан куярга кирәк:

а) $-(...)=-14$; б) $-(...)=-71$; в) $-(...)=+16$; г) $-(...)=86$?

Б

718 **Күзәтәбез**

1) Дәфтәрегездә таблица сызыгыз һәм аны тутырыгыз.

a	7	−4			5		0	
$-a$			0	−1		8		−3

2) Һәр җөмләгә кирәкле сүзне куегыз: a саны уңай сан булса, $-a$ — ... сан; a саны тискәре сан булса, $-a$ — ... сан. Һәр очракта санлы мисал китерегез.

719 Бирелгән санга тигез булган санны языгыз:

а) $-(-(+1))$; в) $-(-(-(+8)))$; д) $\underbrace{-(-(-(...}_{10\ \text{тамга «−»}}(+3))...)$;

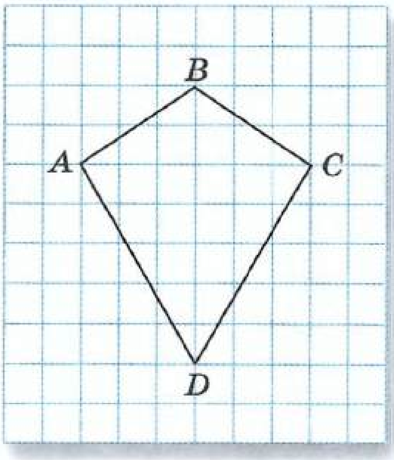
б) $-(-(-2))$; г) $-(-(-(-5)))$; е) $\underbrace{-(-(-(...}_{15\ \text{тамга «−»}}(+3))...)$.

К

720 $\frac{a}{c}+2$ аңлатмасының кыйммәтен табыгыз:

а) $a=12$, $c=3$ булганда;
б) $a=15$, $c=10$ булганда;
в) $a=1{,}5$, $c=0{,}5$ булганда.

721 Дәфтәрегездә 9.3 нче рәсемнең копиясен ясагыз һәм AC турысын үткәрегез. Бирелгән дүртпочмакка AC турысына карата симметрик дүртпочмак сызыгыз. «Иске» дүртпочмакны зәңгәр карандаш белән, ә «яңасын» кызыл карандаш белән йөртеп чыгыгыз.



Рәс. 9.3

9.2 Бөтен саннарны чагыштыру

Бөтен саннар белән эш итү өчен, иң элек аларны чагыштырырга өйрәнергә кирәк.

Искә төшерик: ике натураль санның санаганда алданрак әйтелә торганы — кечерәк һәм санаганда соңрак әйтелә торганы зуррак була. Мәсәлән, $10 < 14$, $60 < 85$, $248 < 500$.

Натураль рәттә саннар санагандагы тәртип буенча языла:

$$1, 2, 3, 4, 5, \dots .$$

Натураль рәт буенча уңга таба барып, без кечерәк саннан зуррак санга күчәбез, ә сулга таба барсак, зуррак саннан кечерәк санга күчәбез, шуңа күрә өтерләрне «кечерәк» тамгасына алыштырып була:

$$1 < 2 < 3 < 4 < 5 \dots .$$

Натураль рәтнең башлангычы булып 1 саны тора, ләкин аның ахыры юк. Без натураль рәт буенча уңга таба бик ерак китә алабыз — чиксезлеккә кадәр.

Бөтен саннарны да рәт итеп язарга мөмкин, ләкин аның башы да, ахыры да булмаячак, ул ике якка да чиксез дәвам итә:

$$\dots, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots .$$

Натураль саннарны чагыштыру кагыйдәсен бөтен саннарга да күчереп була:

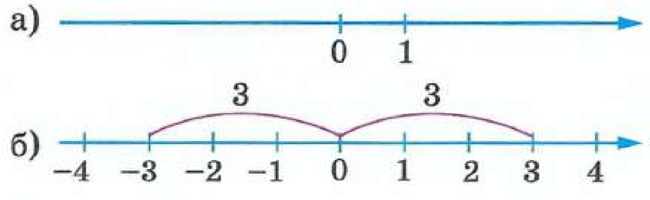
Ике бөтен санның зуррагы — бөтен саннар рәтендә уңдарак торганы һәм кечерәге — сулдарак торганы.

Бөтен саннарны рәт итеп язганда, без шулай ук өтерләрне «кечерәк» тамгасына алыштыра алабыз:

$$\dots -6 < -5 < -4 < -3 < -2 < -1 < 0 < 1 < 2 < 3 < 4 < 5 < 6 \dots .$$

Тискәре бөтен саннарны, уңай бөтен саннар (ягъни натураль саннар) кебек үк, координаталар турысында нокталар белән билгеләп була.

Горизонталь сызык сызып, без сызыкта ике нокта билгелик; берсе 0 санын, ә икенчесе 1 санын сурәтләсен (рәс. 9.4, *а*). 0 координаталы нокта турыны ике нургa бүлә. Гадәттәгечә, «уңдагы» нурда уңай бөтен саннарны билгеләрбез, ә «сулдагы» нурда — тискәре бөтен саннарны. Уңай саннар билгеләнгән нурның юнәлешен *уңай юнәлеш* дип атыйлар һәм ук белән күрсәтәләр.



Рәс. 9.4

Эзлекле рәвештә, нульдән уңга таба һәм нульдән сулга таба

берәмлек кисемтәләре салып, без бөтен саннарны турыда билгелибез (рәс. 9.4, *б*).

Игътибар итегез! Капма-каршы саннар 0 координаталы ноктага карата симметрик нокталар белән билгеләнә. Мәсәлән, 3 һәм −3 саннарына нульдән уңда һәм сулда урнашкан, өч берәмлек кисемтәгә тигез булган бер үк ераклыктагы нокталар туры килә (рәс. 9.4, *б* ны к.)

Координаталар турысында зуррак санга — уңдарак яткан нокта, ә кечерәк санга сулдарак яткан нокта туры килә.

- Нульдән уңга һәм сулга барып, ун уңай һәм ун тискәре сан языгыз:

  ... , 0, ...

- Җавап бирегез:

  1) Иң зур натураль сан бармы? Иң кечкенә натураль сан бармы?

  2) Иң зур бөтен сан бармы? Иң кечкенә бөтен сан бармы?

  3) Иң зур тискәре бөтен сан бармы? Иң кечкенә тискәре бөтен сан бармы?

- Координаталар турысы сызыгыз һәм анда 1, −1, 2, −2, 5, −5 саннарын билгеләгез.

Ике бөтен санны чагыштыру өчен, аларның координаталар турысында бер-берсенә карата ничек урнашкан булуларын, кайсысы уңдарак, ә кайсысы сулдарак икәнен күз алдына китерергә мөмкин.

1 нче мисал. 256 һәм −104 саннарын чагыштырыйк.

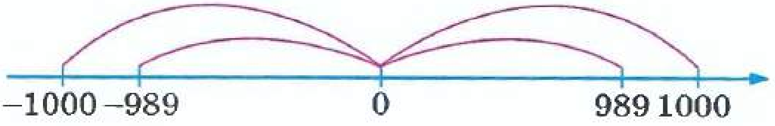
256, уңай сан буларак, координаталар турысында 0 дән уңдарак ята, ә −104 — тискәре сан, ул 0 дән сулдарак (рәс. 9.5). Димәк, 256 саны −104 саныннан уңдарак ята, шуңа күрә $256 > -104$.

Рәс. 9.5

2 нче мисал. −1000 һәм −989 саннарын чагыштырыйк.

Башта аларга капма-каршы 1000 һәм 989 саннарын чагыштырабыз. 1000 саны, санаганда, 989 санына караганда соңрак әйтелә, ягъни $1000 > 989$.

Координаталар турысында схематик рәвештә 989 һәм 1000 саннарын һәм аларга 0 гә карата симметрик саннарны билгелик (рәс. 9.6). −1000 координаталы нокта −989 координаталы ноктадан сулдарак булды. Димәк, $-1000 < -989$.



Рәс. 9.6

- Бирелгән саннарны координаталар турысында билгеләгез һәм аларны чагыштырыгыз (җавапны тигезсезлек рәвешендә языгыз):
  а) –3 һәм 1; б) –5 һәм 0; в) –2 һәм –6.
- Координаталар турысын кулланып, сорауга җавап бирегез, җавабыгызны мисаллар ярдәмендә аңлатыгыз: ике бөтен санның кайсысы зуррак: уңай санмы, әллә тискәре санмы; 0 ме, әллә уңай санмы; 0 ме, әллә тискәре санмы?

А

722 Бөтен саннар рәтенең фрагментын сулга һәм уңга 3 сан язып дәвам итегез:

а) ..., 1, 2, 3, ...; в) ..., –37, –36, –35, ...;
б) ..., –3, –2, –1, ...; г)..., –98, –97, –96, ...

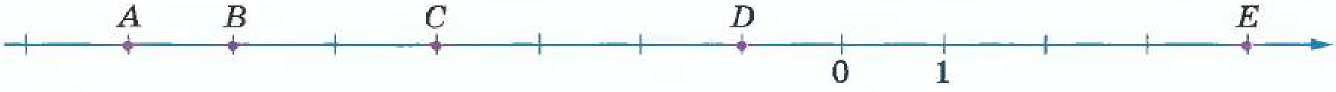
723 Бер-бер артлы килгән бөтен саннарны әйтегез:

а) –5 тән 5 кә кадәр; в) –10 нан 0 гә кадәр; д) –40 тан –25 кә кадәр;
б) –7 дән 3 кә кадәр; г) –15 тән 9 га кадәр; е) –100 дән –90 га кадәр.

724 Бирелгән сан нинди ике эзлекле бөтен сан арасында урнашкан (җавапны икеле тигезсезлек рәвешендә языгыз):

а) 3; в) –4; д) –10; ж) –253;
б) 0; г) –1; е) –100; з) –900?

725 Координаталар турысында билгеләнгән нокталарның координаталарын языгыз (рәс. 9.7).



Рәс. 9.7

Үрнәк. E ноктасының координатасы 4; $E(4)$ дип язалар.

726 Координаталар турысы сызыгыз, анда бирелгән саннарны һәм аларга капма-каршы саннарны билгеләгез, аннары барлык билгеләнгән саннарны сулдан уңга таба яза барыгыз: а) 2; 4; 6; 8; б) –1; –3; –5; –7.

727 Координаталар турысында кайсы нокта 0 гә якынрак урнашкан:

а) 10 яки 100; в) –10 яки 2; д) 7 яки –7;
б) –10 яки –100; г) –2 яки 10; е) –4 яки 4?

Кагыйдә буенча эшлибез (728–729)

728 Саннарны чагыштырыгыз һәм тигезсезлек рәвешендә языгыз:

а) 3 һәм –8; в) 4 һәм 0; д) –1 һәм –10; ж) –20 һәм –19;
б) –8 һәм 8; г) –6 һәм 0; е) –9 һәм –2; з) –50 һәм –60.

729 Саннарны чагыштырыгыз:

а) –1000 һәм 253; в) 351 һәм –351; д) –2 һәм 200;
б) –2000 һәм –150; г) –101 һәм –102; е) –310 һәм –1003.

Фикер йөртәбез (730—731)

730 Түбәндәге шартларга туры килгән барлык тискәре бөтен саннарны языгыз:

а) −8 дән зуррак;

б) −12 дән зуррак һәм −9 дан кечерәк;

в) −3 тән кечерәк һәм −11 дән зуррак;

г) −15 тән кечерәк һәм −25 тән зуррак.

731 Дөрес икеле тигезсезлек барлыкка килсен өчен, a хәрефен нинди бөтен саннар белән алыштырып була:

а) $-1 < a < 3$;

б) $-7 < a < 7$;

в) $-20 < a < -10$;

г) $-105 < a < -96$?

Б

732 Бирелгән саннарны үсә бару тәртибендә языгыз (кечерәктән зурракка):

а) 0, 2, −2, −15, 1, −40, 5;

б) 32, −130, 19, −154, −21.

733 Бирелгән саннарны кими бару тәртибендә языгыз (зурактан кечерәккә):

а) 10, −1, 0, 2, −4, −10, −20;

б) −7, 17, −48, 50, −63.

Ярдәм. Саннарны нокталар белән координаталар турысында схематик рәвештә билгеләгез.

734 **Фикер йөртәбез** а) −4 һәм 4; б) −10 һәм 5; в) −40 һәм 0; г) −100 һәм 10 саннары арасында ничә бөтен сан бар?

735 **Тикшерәбез** a һәм b бөтен саннарының $a < b$ икәне билгеле. $-a$ һәм $-b$ саннарын чагыштырыгыз.

Күрсәтмә. Аларның һәрберсен координаталар турысында күрсәтеп, 3 очракны тикшерегез: 1) a һәм b — уңай саннар; 2) a һәм b — тискәре саннар; 3) a һәм b — төрле тамгалы саннар.

Аннан соң нәтиҗә ясагыз: $a < b$ булса, ... Аны санлы мисаллар белән күрсәтегез.

К

736 Йөземнең массасы киптерергә алынган виноград массасының 25% ын тәшкил итә. 48 кг виноградтан күпме йөзем чыгар?

737 Киптерелгән гөмбәләрнең массасы киптерергә алынган гөмбәләр массасының 11% ын тәшкил итә. 2 кг гөмбәдән күпме киптерелгән гөмбә чыгар? (Җавапны граммнарда күрсәтегез.)

738 1) Дәфтәрегезгә: а) бер симметрия күчәре; б) ике симметрия күчәре булган нинди дә булса дүртпочмак сызыгыз.

2) Өчпочмакның бер симметрия күчәре; ике симметрия күчәре була аламы?

9.3 Бөтен саннарны кушу

Борынгы математиклар тискәре саннарны — «бурыч», «җитмәү»не белдергән сүзләр белән, уңай санны «милек» сүзе белән атаганнар. Бөтен саннарның нинди кагыйдәләр ярдәмендә кушылганын аңлар өчен, без керем һәм чыгымнар кергән «акчалы» мисалларны карарбыз. Тотып бетерелгән акчаларны тискәре саннар белән билгелибез.

Башта *бер тамгалы* саннарны кушуны карарбыз. Уңай бөтен саннарны без куша беләбез. Мәсәлән:

$$(+9)+(+11)=+20.$$

Тискәре саннарны кушу акча санау мисалыннан җиңел аңлашыла. Әгәр кеше башта 4 мең с., ә аннан соң тагын 5 мең с. акча тотып бетерсә, аның гомуми чыгымы 9 мең була. Шулай итеп,

$$(-4)+(-5)=-9.$$

дип исәпләргә мөмкин. Чыгым зурлыгын без кушу белән таптык: $4+5=9$.

Ике уңай санның суммасы — уңай сан, ә ике тискәре санның суммасы тискәре сан.

Тамгалары төрле булган саннарны ничек кушарга соң? Билгеле, әгәр кеше тотып бетергән акчага караганда күбрәк акча алса, аның кереме уңай сан белән билгеләнә.

Мәсәлән, әгәр ул 5 мең с. керем алса, ә 3 мең с. акчасын тотып бетерсә, аның кереме 2 мең с. була:

$$(+5)+(-3)=+2.$$

Керемнең зурлыгын бу очракта без алу белән таптык: $5-3=2$.

Әгәр кеше тотып бетергән акчадан азрак керем алса, аның табышы тискәре сан белән билгеләнә. Мәсәлән, керем 4 мең с., ә чыгым 7 мең с. булса, зыян 3 мең с. була. Шуңа күрә

$$(-7)+(+4)=-3.$$

Зыянның зурлыгын без шулай ук алу белән таптык: $7-4=3$.

Тамгалары төрле булган ике санның суммасы уңай сан булырга да, тискәре сан булырга да мөмкин; сумманың тамгасы уңай яки тискәре кушылучының «артыграк» булуына бәйле.

Димәк, бөтен саннарны кушканда, чынбарлыкта без тиңдәшле натураль саннар белән эш итәбез. Ләкин бер очракта (кушылучылар бер үк тамгалы булганда) без бу натураль саннарны кушабыз, ә

икенче очракта (кушылучылар төрле тамгалы булганда) зуррак натураль саннан кечерәген алабыз.

Керем белән чыгым бертигез булган очракны күз алдына китерик, мәсәлән 10 ар мең с. Һичшиксез, бу очракта табыш нульгә тигез.

$$(+10)+(-10)=0.$$

Капма-каршы саннарның суммасы 0 гә тигез:

$$a+(-a)=0.$$

Ниһаять, *нуль белән тискәре санны кушу кагыйдәсе* натураль саннарны кушу кагыйдәсе кебек үк:

$$a+0=0+a=a.$$

Мәсәлән, $(-43)+0=-43$, $0+(-18)=-18$.

- Ике уңай бөтен санның; ике тискәре бөтен санның суммасы тамгасы нинди? Исәпләгез: $(-17)+(-9)$.
- Тамгалары төрле булган ике бөтен санның суммасы уңай санмы, әллә тискәре санмы икәнен ничек белергә? Моны түбәндәге суммалар мисалында аңлатыгыз: $20+(-15)$ һәм $15+(-20)$.
- Капма-каршы саннарның суммасы нәрсәгә тигез? Хәрефләр белән тиешле тигезлекне языгыз.

Бөтен саннарны кушуның, натураль саннарны кушу кебек үк, урын алыштыру һәм оештыру үзлекләре бар. Бу үзлекләр кушылучыларның урыннарын алыштырып куярга һәм аларны төркемнәргә берләштерергә мөмкинлек бирә.

1 нче мисал. $(-6)+10+(-4)$ суммасын табабыз.

Бу сумманы исәпләү өчен, эзлекле рәвештә саннарны язылган тәртиптә кушарга мөмкин:

$$(-6)+10+(-4)=4+(-4)=0.$$

Шулай ук тискәре саннарны группаларга һәм аларны кушарга мөмкин:

$$(-6)+10+(-4)=((-6)+(-4))+10=(-10)+10=0.$$

2 нче мисал. $a=18$, $b=-25$ булганда, $a+b$ аңлатмасының кыйммәтен табабыз.

$a+b$ аңлатмасындагы a һәм b урынына аларның кыйммәтләрен куеп табабыз:

$$a+b=18+(-25)=-7.$$

Игътибар итегез: хәрефне тискәре сан белән алыштырганда, без аны җәяләр эченә алдык.

- $(-7)+10+(-8)+2$ суммасын ничек исәпләп булуын аңлатыгыз.

А

739 Керемнәрне һәм чыгымнарны исәплибез дип күз алдына китерегез һәм сумманы исәпләгез:

а) (+1) + (+3), (−4) + (+1), (−3) + (−3);

б) (+4) + (−3), (−5) + (−2), (+3) + (+3);

в) (+1) + (−5), (−4) + (−6), (+7) + (−3).

740 Сумманың тамгасын белегез һәм кушуны башкарыгыз:

а) (−10) + (+11); б) (−7) + (−6); в) (−12) + (+3); г) (−11) + (−20); д) (+20) + (−21); е) (−100) + (−150).

741 1) Капма-каршы саннарның суммасын табыгыз:

а) (−8) + (−8); б) (−10) + (+10); в) (−100) + (+100).

2) Капма-каршы саннарны кушу үзлеген кулланып исәпләгез:

а) (−13) + (+1) + (−1); б) (+20) + (−20) + (+1); в) (−35) + (+35) + (+8); г) 0 + (−11) + (+11); д) (+12) + (−6) + (−12); е) (−7) + (−15) + (+15).

742 Кушуны башкарыгыз:

а) (+6) + (−7); б) (−5) + (+14); в) (−20) + (+13); г) (−7) + (+7); д) (+9) + (−14); е) (−8) + (+11); ж) (+17) + (−9); з) (+8) + (−13); и) (−7) + (+9).

743 Саннарның суммасын языгыз һәм исәпләгез:

а) −13 һәм 22; б) +12 һәм −17; в) −19 һәм 0; г) −17 һәм −30.

744 **Фикер йөртәбез** 1) Санны ике тискәре санның суммасы рәвешендә языгыз: а) −10; б) −23; в) −99; г) −101.
2) Санны ике төрле тамгалы кушылучылар суммасы рәвешендә языгыз: а) −8; б) +8; в) −25; г) 0.

Символлар белән эшлибез (745—746)

745 Уңай һәм тискәре саннар суммасын язуны гадиләштерү өчен, уңай саннарны «+» тамгасыннан башка, ә аңлатманың башында языла торган тискәре санны җәяләрсез язалар. Мәсәлән, (+2) + (−6) = 2 + (−6); (−20) + (+4) = −20 + 4.

Мөмкин булганда, «+» тамгасын һәм җәяләрне төшереп калдырыгыз:

а) (+7) + (−10); б) (−8) + (−11); в) (−5) + (+12); г) (+6) + (+18); д) (+3) + (−1) + (−15); е) (−8) + (+12) + (−4).

746 Кушылучыларның урыннарын алыштырып, сумманы аңа тигез булган суммага үзгәртегез:

а) 7 + (−3) = ... ; б) −4 + (−2) = ... ; в) −10 + 5 = ... ; г) −1 + 8 = ...

747 Сумманы табыгыз:

а) −5 + (−10); б) −3 + (−4); в) −20 + (−6); г) 100 + (−200); д) 80 + (−20); е) −8 + 8; ж) −150 + 100; з) −36 + 20.

748 Фикер йөртәбез Төшереп калдырылган кушылучыларны ачыклап языгыз:

а) $8+\ldots=5$; г) $(-1)+\ldots=-1$; ж) $3+\ldots=-3$;
б) $15+\ldots=0$; д) $(-10)+\ldots=-5$; з) $(-2)+\ldots=-12$;
в) $(-4)+\ldots=-6$; е) $7+\ldots=-2$; и) $0+\ldots=-6$.

749 Исәпләгез (үрнәк итеп 1 нче мисалны кулланыгыз):

а) $-9+12+(-8)$; в) $5+(-6)+(-9)$; д) $9+(-15)+14$;
б) $10+(-7)+(-6)$; г) $-10+19+(-10)$; е) $-20+(-4)+9$.

750 Бирелгән саннарның суммасын языгыз һәм аны исәпләгез:

а) -3, 8, 7 һәм -4; б) 15, -5, 0, -12 һәм -7.

751 Сумманы табыгыз (исәпләүнең төрле ысулларын күрсәтегез):

а) $1+(-2)+3+(-4)+5+(-6)$; б) $20+(-18)+16+(-14)+12+(-10)$.

752 Аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

а) $a+35$, $a=-50$, -35, -18, 0, 15, 35 булганда;

б) $a+b+10$, $a=-3$, $b=-6$; $a=b=-5$; $a=0$, $b=-15$; $a=-20$, $b=12$ булганда.

Б

753 Аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

а) $-(-8)+3$; в) $-(-10)+(-6)$; д) $-((-20)+(-10))$;
б) $-(12+(-1))$; г) $-((-3)+1)$; е) $-(-(6+4))$.

754 a, b һәм c ның бирелгән кыйммәтләре буенча $a+b+c$ суммасының кыйммәтен табыгыз.

а) $a=17$, $b=-23$, $c=-9$; в) $a=25$, $b=-19$, $c=50$;
б) $a=-33$, $b=-18$, $c=26$; г) $a=-12$, $b=-20$, $c=-19$.

755 Фикер йөртәбез Барлык бөтен саннарның суммасын табыгыз:

а) -100 дән 100 гә кадәр; б) -100 дән 120 гә кадәр;
в) -60 тан 50 гә кадәр.

756 Тикшерәбез 1) Дәфтәрегезгә таблицаны сызыгыз һәм аны тутырыгыз.

a	b	$-(a+b)$	$(-a)+(-b)$
20	15		
−20	−15		
−20	15		
20	−15		

2) «Капма-каршы сан» терминын кулланып, $-(a+b)$ һәм $(-a)+(-b)$ аңлатмаларын укыгыз. Исәпләүләрнең җаваплары буенча аңлатмаларның кыйммәтләре турында нәтиҗә ясагыз.

3) $x+y=50$ икәне билгеле булса, $(-x)+(-y)$ суммасын табыгыз.

К

757 Саннарны чагыштырыгыз һәм җавапны тигезсезлек рәвешендә языгыз:

а) 0 һәм −140; в) 18 һәм −18; д) 421 һәм 124;

б) 0 һәм 25; г) −31 һәм −310; е) −999 һәм 1.

758 a һәм b — бөтен саннар. Аларның координаталар турысында ничек урнаша алуын күрсәтегез (һәр очракка рәсем ясагыз). Әгәр

1) a тискәре сан һәм $b < a$ булса;

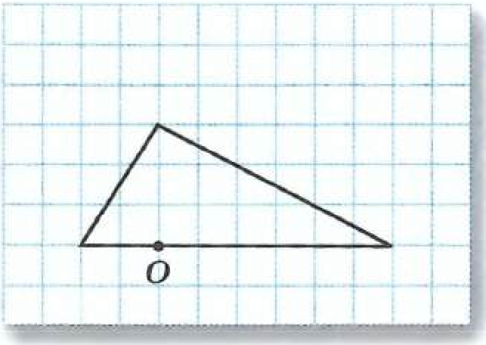
2) a тискәре сан һәм $b > a$ булса;

3) a уңай сан һәм $b > a$ булса;

4) a уңай сан һәм $b < a$ булса;

Һәр очракта b саны турында нинди нәтиҗә ясарга була?

759 9.8 нче рәсемне дәфтәрегезгә күчереп ясагыз. Бирелгән өчпочмакка O ноктасына карата симметрик өчпочмак төзегез. «Иске» өчпочмакны — зәңгәр карандаш, ә «яңасын» кызыл карандаш белән йөртеп чыгыгыз.



Рәс. 9.8

9.4 Бөтен саннарны алу

Сез бөтен саннарны кушуны яхшы үзләштергән булсагыз, аларның аермасын исәпләүне дә булдыра алырсыз. Әш шунда ки, алу һәрвакыт кушуга кайтып кала.

Искә төшерик: *әгәр c санын b саны белән кушканда, a саны килеп чыкса, c санын a һәм b санарының аермасы* дип атыйлар. Бу билгеләмәне без бөтен саннарга да күчерәбез.

Мәсәлән, $2 - 7 = -5$, чөнки $(-5) + 7 = 2$.

Шулай итеп, $2 - 7$ аермасы -5 кә тигез. Ләкин $2 + (-7)$ суммасы да -5 кә тигез, ягъни $2 - 7 = 2 + (-7)$.

Шулай итеп, 2 һәм 7 саннарының аермасын табу өчен, 2 санына -7 санын кушарга кирәк. Нәкъ шулай ук $5 - (-3) = 5 + (+3)$, $(-14) - (+6) = (-14) + (-6)$, $0 - (-7) = 0 + (+7)$.

Бер саннан икенче санны алу өчен, кимүчегә киметүченең капма-каршы санын кушарга мөмкин.

Бу кагыйдә хәрефләр ярдәмендә болай языла:

$$a - b = a + (-b).$$

1 нче мисал. $(-12) - 24$ аермасын табабыз.

$$(-12) - 24 = (-12) + (-24) = -36.$$

2 нче мисал. $12-(-24)$ аермасын табабыз.

$$12-(-24)=12+(+24)=36.$$

Бөтен саннар күплегенең натураль саннар күплегеннән мөһим аермасына игътибар итегез. Натураль саннар күплегендә теләсә нинди саннарны кушып була, ләкин бер саннан икенче санны һәр очракта да алып булмый. Мәсәлән, 3 саныннан 5 санын алып булмый.

Тискәре саннар кертү нәтиҗәсендә, без кечерәк саннан зуррак санны алу мөмкинлегенә ирешәбез. Бөтен саннар күплегендә алу гамәле һәрвакыт башкарыла. Бөтен саннар арифметикасы натураль саннар арифметикасыннан «баерак» дип әйтеп була.

- Ике бөтен санның аермасын исәпләү кагыйдәсен әйтегез һәм аны хәрефләр ярдәмендә языгыз.
- Алуны кушу белән алыштырыгыз һәм исәпләгез:
  а) $12-(-18)$; б) $-20-(-20)$; в) $5-9$.

Карап үтелгән кушу һәм алу кагыйдәләре «+» һәм «−» тамгалары ярдәмендә бөтен саннардан төзелгән «озын» аңлатмаларның кыйммәтен исәпләргә мөмкинлек бирә.

3 нче мисал. $28-37-13+26$ аңлатмасының кыйммәтен табабыз.

Һәр алуны кушу белән алмаштырып, бирелгән аңлатманы сумма рәвешендә язабыз:

$$28+(-37)+(-13)+26.$$

Бу сумманы саннарны эзлекле рәвештә кушып исәпләргә мөмкин:

$$\underbrace{28+(-37)}_{-9}+(-13)+26=\underbrace{-9+(-13)}_{-22}+26=-22+26=4.$$

Ләкин башка ысул кулланырга да мөмкин — тискәре саннарны һәм уңай саннарны аерым-аерым кушып, аннары килеп чыккан ике санның суммасын табарга:

$$28+(-37)+(-13)+26=28+26+(-37)+(-13)=54+(-50)=4.$$

Сүз уңаеннан, акча операцияләренә нәтиҗә ясаганда, нәкъ менә шулай эшлиләр, башта аерым-аерым керемнәрне һәм чыгымнарны саныйлар, ә аннан соң гомуми нәтиҗәне табалар.

4 нче мисал. $a+b-c$ аңлатмасының, $a=10$, $b=-12$, $c=-5$ булганда, кыйммәтен табабыз.

$$a+b-c=10+(-12)-(-5)=10+(-12)+5=3.$$

Иң элек без хәрефләрне бирелгән саннарга алыштырдык, бу вакытта тискәре саннарны җәяләр эченә алдык. Аннан соң алуны кушу белән алыштырдык һәм килеп чыккан сумманың кыйммәтен исәпләдек.

A

760 Алуны кушу белән алыштырыгыз һәм аңлатманың кыйммәтен исәпләгез:

а) $(-1)-8$; б) $(-3)-14$; в) $(-5)-2$; г) $(-12)-10$.

761 Кагыйдә буенча эшлибез. Аерманы табыгыз:

а) $4-(-7)$; в) $-21-(-20)$; д) $-30-(-30)$; ж) $3-(-3)$;

б) $18-(-5)$; г) $-7-(-9)$; е) $-17-(-2)$; з) $-31-(-62)$.

762 Исәпләгез:

а) $-10-20$; в) $-12-10$; д) $-1-100$; ж) $-11-11$;

б) $-4-5$; г) $-60-1$; е) $-5-0$; з) $-25-75$.

Ярдәм. а) $-10-20$ ул -10 һәм 20 саннарының аермасы, аны сумма рәвешендә языгыз: $-10-20=-10+(-20)=\dots$.

763 Алуны башкарыгыз:

а) $7-7$; в) $3-5$; д) $0-11$; ж) $0-3$;

б) $2-8$; г) $1-10$; е) $10-12$; з) $4-7$.

764 Дөрес яки дөрес түгел. Күп нокталар урынына «=» яки «≠» тамгасын куегыз:

1) $-3-2\ \dots\ -3+(-2)$; 3) $0-(-1)\ \dots\ 0+1$;

2) $-6-10\ \dots\ -6-(-10)$; 4) $-15-(-2)\ \dots\ -15+(-2)$.

765 Исәпләгез:

а) $-256+181$; в) $725-831$; д) $-206+(-456)$;

б) $-352-204$; г) $154-(-138)$; е) $789-1000$.

766 Аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

а) $20+(-15)-(-6)$; в) $-3+12-(-22)$;

б) $10-20-(-40)$; г) $-7-(-7)+(-29)$.

Ярдәм. Һәр алуны кушу белән алыштырыгыз.

767 Аңлатманы сумма рәвешендә языгыз һәм исәпләүне башкарыгыз:

а) $18-12-26$; в) $-1+2-3$; д) $5+6-17$;

б) $-13-8+13$; г) $5-13+8$; е) $-7-3-11$.

768 Аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

а) $3-c$, $c=7$, -5 булганда; в) $a-b$, $a=7$, $b=10$ булганда;

б) $x+10$, $x=-15$, -10 булганда; г) $x-y$, $x=-3$, $y=-13$ булганда.

Символлар белән эшлибез **(769—770)**

769 1) $4-7-9=4+(-7)+(-9)$ тигезлеген алабыз. Сул һәм уң якларының урыннарын алыштырабыз:

$$4+(-7)+(-9)=4-7-9.$$

Бу тигезлек $4+(-7)+(-9)$ суммасын җәяләрсез һәм арадаш кушу тамгаларын төшереп калдырып язарга мөмкин булуын күрсәтә — кушылучыларны бер-бер артлы үз тамгалары белән язып куярга кирәк.

2) Аңлатманы аңа тигез булган җәяләрсез аңлатмага алыштырыгыз:

а) $-3+(-8)+(-9)$; в) $-5+(-17)+4-(-3)$;

б) $-2-(-4)+(-10)$; г) $4+(-1)-(-2)+(-3)-8$.

Үрнәк. $5-(+2)+(-3)=5+(-2)+(-3)=5-2-3$.

770 1) Аңлатманы ачыктан-ачык сумма рәвешендә язмыйча, анда кергән кушылучыларны санап чыгыгыз:

а) $-1-14+32$; б) $18-30-31$; в) $-101-102-103$.

2) Һәр очракта төшереп калдырылган кушу тамгаларын ачыклап, үзегезне тикшереп карагыз.

771 Уңай һәм тискәре саннарны аерым-аерым кушып исәпләгез:

а) $-5-3+6-8+4$; г) $4-8+3-9+6$;

б) $1-2+5-7-11$; д) $17-19-50+21+37$;

в) $7-4-9+8-6$; е) $-31+42+14-12-60$.

Үрнәк. $-28+17-16+13$ аңлатмасының кыйммәтен табабыз:

1) $17+13=30$; 2) $-28-16=-44$; 3) $30-44=-14$.

772 Исәпләгез:

а) $14-23-37+23+56-13$; в) $-51-18-29+11+51+29-14$;

б) $27-49-12+38+49-60$; г) $46+34-15-34-46+15-100$.

Б

773 $a+b-c$ аңлатмасының кыйммәтен табыгыз:

а) $a=-3$, $b=-15$, $c=-27$ булганда;

б) $a=-65$, $b=15$, $c=-50$ булганда.

774 Тигезләмәне чишегез, тамыры дөрес табылганмы — тикшерегез:

а) $x+4=-1$; б) $5-x=10$; в) $x-7=-10$; г) $x-(-4)=0$.

775 Тикшерәбез 1) Таблицаны дәфтәрдә сызыгыз һәм аны тутырыгыз.

a	b	$a-b$	$b-a$
20	7		
−15	8		
30	−9		
−10	−6		

2) Нәтиҗәне тәмамлагыз: *$a-b$ һәм $b-a$ аңлатмаларының кыйммәтләре ....*

3) $x-y=30$ булганда, $y-x$ аермасы ничәгә тигез?

К

776 а) Саннарны үсә бару тәртибендә языгыз: 450, −450, 0, 316, −508.

б) Саннарны кими бару тәртибендә языгыз: −840, 840, 0, −6, −16, −160.

777 Хайваннарны саклау фондына бирү өчен, укучылар 500 сум акча җыярга уйлаганнар. Алар бу сумманың 130% ын җыя алганнар. Укучылар күпме акча җыйганнар?

778 *KL* һәм *MN* турылары — *ABCD* турыпочмаклыгының симметрия күчәрләре (рәс. 9.9). *AN* = 4,5 см һәм *CL* = 2,5 см булганда табыгыз:

а) *KBMO* турыпочмаклыгының периметрын;

б) *AKLD* турыпочмаклыгының периметрын;

в) *ABCD* турыпочмаклыгының периметрын;

г) *ANMCD* сынык сызыгының озынлыгын.

Рәс. 9.9

9.5 Бөтен саннарны тапкырлау һәм бүлү

Бөтен саннарны тапкырлау һәм бүлү гамәлләренең ничек башкарылганын карыйк. Биредә иң мөһиме — гамәл компонентларының тамгалары буенча нәтиҗәнең тамгасын белү.

Бөтен саннарны бер-берсенә тапкырлауны аңлау өчен, без тамгалары белән генә аерылган тапкырлаучылар кергән дүрт тапкырчыгышны тикшерербез:

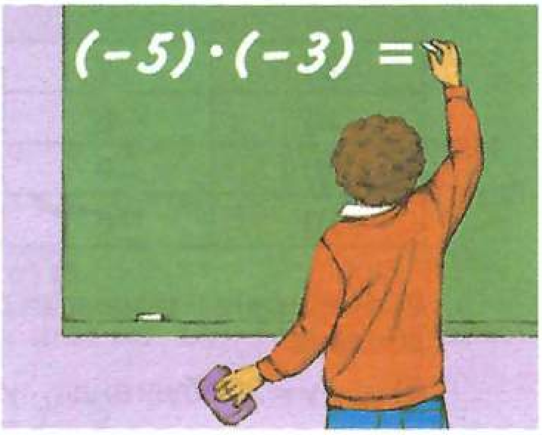
$$5 \cdot 3, \quad (-5) \cdot 3, \quad 3 \cdot (-5), \quad (-5) \cdot (-3).$$

Натураль саннарны тапкырлау кушуга китерелә, шуңа күрә $5 \cdot 3$ тапкырчыгышы ул — һәрберсе 5 кә тигез булган 3 кушылучының суммасы:

$$5 \cdot 3 = 5 + 5 + 5 = 15.$$

$(-5) \cdot 3$ тапкырчыгышы дип −5 кә тигез булган 3 кушылучының суммасы санала. $(-5) + (-5) + (-5) = -15$ булганлыктан,

$$(-5) \cdot 3 = -15.$$



$(-5) \cdot 3$ тапкырчыгышыннан тапкырлаучыларның урыннарын алыштырып табылган $3 \cdot (-5)$ тапкырчыгышы да −15 кә тигез була:

$$3 \cdot (-5) = -15.$$

Тискәре −5 һәм −3 саннарын ничек тапкырларга кирәклеген генә аңларга кала. XVIII гасырда ук бөек рус галиме, математик һәм механик

Леонард Эйлер математиканы өйрәнә башлаган кешеләргә тәкъдим ителгән «Универсаль арифметика» дигән уку әсбабында тискәре саннарны тапкырлау кагыйдәләрен якынча түбәндәгечә аңлата. $(-5)\cdot 3=-15$ икәне билгеле. Димәк, $(-5)\cdot(-3)$ тапкырчыгышы -15 кә тигез була алмый. Ләкин ул 15 саны белән ничек булса да бәйләнештә булырга тиеш. Бер генә мөмкинлек кала: $(-5)\cdot(-3)=15$. Шулай итеп,

$$5\cdot 3=15,\quad (-5)\cdot 3=-15,\quad (-5)\cdot(-3)=15,\quad 3\cdot(-5)=-15.$$

Бер үк тамгалы ике санның тапкырчыгышы — уңай сан, ә тамгалары төрле булган ике санның тапкырчыгышы — тискәре сан.

Тапкырлаганда, тамгалар кагыйдәләре кыскача болай әйтелә: *плюсны минуска минус була, минусны минуска плюс була.*

0 һәм 1 саннары, тапкырлаганда, үзлекләрен саклыйлар:

$$a\cdot 0=0\ \text{ һәм }\ a\cdot 1=a.$$

Мәсәлән: $(-4)\cdot 0=0$, $0\cdot(-100)=0$, $(-26)\cdot 1=-26$, $1\cdot(-10)=-10$.

Бөтен саннарны тапкырлаганда, -1 саны аерым роль уйный: *-1 гә тапкырлаганда, сан капма-каршы санга алмаштырыла.*

Мәсәлән: $12\cdot(-1)=-12$, $(-12)\cdot(-1)=12$.

Гомумән алганда,

$$a\cdot(-1)=-a.$$

Бөтен саннарны тапкырлау, натураль саннарны тапкырлау кебек үк, урын алыштыру, оештыру һәм тарату үзлекләренә ия.

- Тапкырлаганда тамгалар кагыйдәләрен әйтегез. Тапкырчыгышлары уңай сан; тискәре сан булган ике санны әйтегез.
- Хәрефләр ярдәмендә 0 гә һәм 1 гә тапкырлау үзлекләрен языгыз. $a\cdot(-1)=\ldots$ тигезлеген язып бетерегез һәм бу үзлекне әйтегез.

Ике бөтен санны бүлү кагыйдәләре тапкырлау кагыйдәләренә охшаш. Өлешнең тамгасын түбәндәге *тамгалар кагыйдәсе* ярдәмендә белеп була.

Бер үк тамгалы ике санның өлеше — уңай сан; төрле тамгалы ике санның өлеше — тискәре сан.

Мәсәлән: $(-16):(-2)=8$, $200:(-100)=-2$, $(-8):8=-1$.

Нульне нульгә тигез булмаган теләсә нинди бөтен санга бүлгәндә, өлештә нуль чыга:

$$0 : a = 0, \text{ биредә } a \neq 0.$$

Гадәттәгечә, *нульгә бүләргә ярамый.*
Теләсә нинди бөтен санны 1 гә бүлгәндә, шул ук сан килеп чыга:

$$a : 1 = a.$$

Теләсә нинди бөтен санны −1 гә бүлгәндә, капма-каршы сан килеп чыга:

$$a : (-1) = -a.$$

Өлешнең тамгасын нинди кагыйдә буенча белергә була? Исәпләгез:
а) (−18) : 2; б) −40 : (−5); в) 16 : (−4).

А

Кагыйдә буенча эшлибез Тапкырчыгышның тамгасын белегез һәм аны исәпләгез (**779—781**):

779 а) (+7) · (−4); в) (+15) · (−3); д) (+12) · (−5);
б) (−20) · (+5); г) (−10) · (+100); е) (−1) · (+32).

780 а) (−8) · (−6); в) (−6) · (−3); д) (−3) · (−100);
б) (−10) · (−7); г) (−14) · (−1); е) (−5) · (−20).

781 а) 8 · (−5); в) −3 · (−8); д) 11 · (−4);
б) −6 · 4; г) −15 · (−6); е) −7 · 80.

782 Тапкырлауны башкарыгыз:
а) −1 · 10; в) 26 · (−1); д) −101 · 0;
б) −18 · (−1); г) 0 · (−25); е) 0 · (−1).

783 Тапкырлауны башкармыйча гына, саннарны чагыштырыгыз:
а) −13 · (−23) һәм 0; в) −24 · 25 һәм −24 · (−25);
б) 14 · (−16) һәм 0; г) −32 · (−15) һәм 32 · (−15).

784 **Күзәтәбез һәм фикер йөртәбез**
1) Тапкырчыгышны табыгыз:
20 · (−5) · 6; −2 · (−3) · 25; (−1) · (−10) · (−10);
(−10) · 3 · 4; 4 · (−4) · (−1); −5 · (−6) · (−3).

2) Өч бөтен санның тапкырчыгышы нинди сан булыр, уңай санмы, әллә тискәреме, әгәр:

а) бер сан тискәре һәм ике сан уңай булса;

б) ике сан тискәре, бер сан уңай булса;

в) өч сан да тискәре булса?

3) Дүрт бөтен санның тапкырчыгышы нинди очракларда тискәре сан булыр?

785 Дәрәҗәләрнең кыйммәтләрен исәпләгез:

а) $(-2)^2$, $(-2)^3$, $(-2)^4$, $(-2)^5$; в) $(-5)^2$, $(-5)^3$, $(-5)^4$;

б) $(-3)^2$, $(-3)^3$, $(-3)^4$; г) $(-1)^2$, $(-1)^3$, $(-1)^4$, $(-1)^5$.

Ярдәм. n 1 дән зуррак натураль сан булганда, a^n аңлатмасы $\underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ тапкыр}}$ тапкырчыгышын аңлата.

786 Кайсы сан зуррак:

а) -2^2 яки $(-2)^2$; б) $(-3)^2$ яки $(-2)^3$; в) -3^2 яки -2^3?

787 Бүлү дөрес башкарылганмы, аны тапкырлау ярдәмендә тикшерегез:

а) $(-42) : 2 = -21$; в) $(-24) : (-6) = 4$;

б) $70 : (-7) = -10$; г) $0 : (-3) = 0$.

788 Кагыйдә буенча эшлибез Бүлүне башкарыгыз:

а) $-48 : 12$; г) $-30 : (-10)$; ж) $-100 : 5$; к) $-1 : (-1)$;

б) $64 : (-4)$; д) $-78 : (-6)$; з) $-850 : (-85)$; л) $-18 : 18$;

в) $12 : (-1)$; е) $99 : (-11)$; и) $360 : (-12)$; м) $-270 : (-30)$.

789 $m = -4$, $n = 5$ булганда, һәр аңлатманың кыйммәтен табыгыз: mn, $mn - 10$, $-2mn$.

790 Гамәлнең билгесез компонентын табыгыз:

а) $25 \cdot x = -25$; в) $x \cdot (-30) = 30$; д) $x : 1 = -7$; ж) $x : (-8) = 0$;

б) $x \cdot (-18) = 0$; г) $-19 \cdot x = 19$; е) $-26 : x = 26$; з) $x : (-1) = -1$.

791 Билгесез тапкырлаучыны табыгыз:

а) $-10 \cdot x = 70$; в) $-8 \cdot x = 64$;

б) $x \cdot (-12) = -24$; г) $x \cdot (-4) = -20$.

Б

792 Исәпләгез:

а) $-7 \cdot (-6) + 17$; г) $-27 : (-3) - 10$; ж) $-4 \cdot (-3) : 12$;

б) $18 \cdot (-5) - 1$; д) $10 - (-28) : (-7)$; з) $15 : (-5) \cdot (-6)$;

в) $-8 - 2 \cdot (-8)$; е) $-36 : (-8 + 20)$; и) $-64 : (-8) : (-4)$.

793 $a \cdot b : c$ аңлатмасына күрсәтелгән саннарны куеп, исәпләүләрне башкарыгыз:

а) $a=-12$, $b=8$, $c=-6$;
б) $a=24$, $b=-3$, $c=9$;
в) $a=60$, $b=0$, $c=-5$;
г) $a=-18$, $b=-3$, $c=-9$.

794 **Дөрес яки дөрес түгел** Дөрес булмаган фикерләрне табыгыз һәм аларның дөрес түгеллеген контрмисал ярдәмендә исбат итегез:

1) a һәм b тискәре саннар булса, аларның суммасы — шулай ук тискәре сан;

2) a һәм b саннарының суммасы уңай булса, кушылучылар үзләре дә — уңай саннар;

3) a һәм b саннарының тамгалары төрле булса, аларның тапкырчыгышы — тискәре сан;

4) a һәм b саннарының тапкырчыгышы уңай булса, тапкырлаучылар үзләре дә — уңай саннар.

Фикер йөртәбез (795–796)

795 Бирелгән санны ничә ысул белән ике бөтен санның тапкырчыгышы рәвешендә күрсәтеп була:

а) -21; б) 20; в) -1; г) 1; д) 0?

(Тапкырлаучыларның тәртибе белән аерылган тапкырчыгышлар бертөрле дип санала.)

796 1) $a=16$ һәм $b=-12$ булса, ab аңлатмасының кыйммәтен табыгыз.

2) Исәпләүләрне башкармыйча гына, аңлатмаларның кыйммәтен табыгыз:

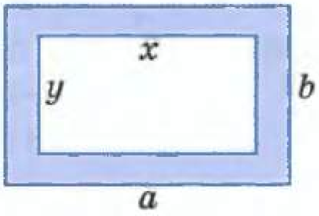
$-ab$; $a(-b)$; $(-a)(-b)$; $-(-a)b$; $-(-a)(-b)$.

3) Нинди аңлатмаларның кыйммәте ab тапкырчыгышының кыйммәтенә тигез? Чылбырны тәмамлагыз: $ab = \ldots$.

К

797 $a=-100$, $b=180$, $c=-125$ икәне билгеле. Аңлатманың кыйммәтен исәпләгез:

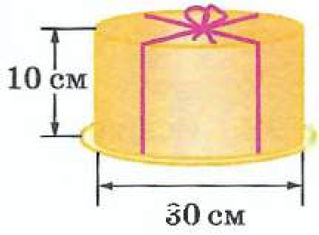
а) $a+b+c$; б) $a-b+c$; в) $a-b-c$.



Рәс. 9.10

798 9.10 нчы рәсемдә сурәтләнгән рамканың мәйданы S ны исәпләү формуласын языгыз. $a=7$ см, $b=4{,}5$ см, $x=5$ см, $y=2{,}5$ см булса, S ны исәпләгез.

799 Яклары 3 см, 4 см һәм 6 см булган өчпочмак төзегез. Аннан соң өчпочмакның кайсы да булса бер түбәсенә карата беренче өчпочмакка симметрик өчпочмак сызыгыз. Бу өчпочмакларның тигез якларын һәм тигез почмакларын билгеләгез.



Рәс. 9.11

800 9.11 нче рәсемдә күрсәтелгән тартманы бәйләп куяр өчен, ничә метр тасма киткән? Бантка 20 см тасма тотылган.

Сез нәрсәгә өйрәндегез

Мәҗбүри белем күнекмәләре

Нинди саннарның бөтен саннар дип аталганын беләм.

1. 12, −15, 1, −3, 0, 6, −9 саннары арасыннан уңай бөтен һәм тискәре бөтен саннарны табыгыз.
2. Теләсә нинди бөтен сан я уңай, я тискәре дигән раслау дөресме?

Бирелгән санга капма-каршы санны әйтә алам; капма-каршы саннар суммасының үзлеген беләм.

3. Санга капма-каршы санны әйтегез: 16, −8, 0, m, $-n$.
4. Язуны гадиләштерегез: а) −(−45); б) $-(-a)$.
5. Сумманы табыгыз: 17 + (−17).

Бөтен саннарны чагыштыра алам.

6. Саннарны чагыштырыгыз һәм җавапны тигезсезлек рәвешендә языгыз: а) 8 һәм −100; б) −8 һәм −10; в) −7 һәм 0.
7. а) −99; б) −1 саны нинди янәшә торган бөтен саннар арасында ята? Җавапны икеле тигезсезлек рәвешендә языгыз.

Бөтен саннарны куша һәм ала беләм.

8. а) Ике сан да тискәре булганда;
б) бер сан тискәре, ә икенчесе уңай булганда, ике санның суммасының тамгасы турында нәрсә әйтергә була?
9. Сумманы табыгыз:
а) −15 + (−6); б) 14 + (−8); в) 3 + (−22).
10. Ике бөтен санның аермасын табу кагыйдәсен әйтегез.
11. Аерманы табыгыз:
а) −15 − (−20); б) −6 − (+23); в) 5 − 50; г) −10 − 20.
12. 3 − 8 + 14 − 5 − 11 аңлатмасының кыйммәтен ничек табарга?

Бөтен саннарны тапкырлый һәм бүлә алам.

13. Тапкырлаганда һәм бүлгәндә тамгалар кагыйдәләрен әйтегез.
14. Тапкырлауны башкарыгыз:
а) −5 · (−3); в) 0 · (−6); д) (−1) · (−5) · (−3);
б) 4 · (−7); г) 10 · (−1); е) (−2) · (−2) · 4.
15. Бүлүне башкарыгыз:
а) −32 : 8; б) −54 : (−6); в) 0 : (−3).

Тагын башка биремнәрне дә үти алам (берничә номерны күрсәтегез).

10 нчы БҮЛЕК

Күплекләр. Комбинаторика

Сезнең һәрберегез – аерым шәхес, ә бергә сез мәктәп сыйныфын тәшкил итәсез. Төрле музыка кораллары – оркестр, хәрефләр – алфавит, 1, 2, 3, 4, 5 саннары натураль саннар рәте була. Кешеләр, предметлар, төшенчәләр берләшмәләре өчен махсус исемнәр очраклы гына уйлап чыгарылмаган: ансамбль, сервиз, гарнитур, җыентык һ. б. XIX гасырның 70 нче елларында немец математигы Георг Кантор (1845–1918), алдында торган мәсьәләне чишү өчен, яңа математик төшенчә тәкъдим итә – «күплек», аның мәгънәсен «берләшмә», «җыелма», «төркем» сүзләре белән аңлатып була. «Күплек» төшенчәсе бик мөһим һәм файдалы булып чыга, тиз арада математикада тулы бер өлкә барлыкка килә – күплекләр теориясе. Ә XX гасырда бөтен математика теоретик күплекләр нигезендә үзгәртеп төзелә.

Бу бүлектә сез күплекләр теориясенең кайбер гади төшенчәләре белән танышырсыз, аларның кулланылышы турында белерсез, тиешле терминология һәм символиканы кулланырга өйрәнерсез.

10.1 «Күплек» төшенчәсе

«Күплек» сүзе белән математика телендә нинди дә булса уртак билгеләре булган теләсә нинди объектлар (әйберләр) җыелмасы билгеләнә. Мәсәлән, елдагы көннәр күплеге, латин алфавиты хәрефләре күплеге, Җир шарындагы барлык илләрнең күплеге, Кояш системасындагы планеталар күплеге, кеше тәнендәге күзәнәкләр күплеге турында әйтергә була. Математика өчен математик объектлардан – саннардан, аңлатмалардан, нокталардан, фигуралардан һ. б. дан төзелгән күплекләр аеруча мөһим.

«Күплек» сүзендә һәркем, әлбәттә, «күп» сүзен ишетә. Ләкин «күп» яки «аз» сүзләре нәрсә аңлатканын беркем дә төгәл генә әйтеп бирә алмый. Әле Борынгы Грециядә үк *бөртек өеме парадоксы* билгеле булган. («Парадокс» сүзе грек телендә барлыкка килгән һәм «көтелмәгән каршылык»ны аңлата.) Бу парадокс «Өем ничә бөртектән тора?» соравына җавап бирергә тырышудан гыйбарәт. Билгеле, 2, 4, 23 бөртек әле өем түгел, ә миллион бөртек — ул инде өем. Ә «өем түгел» кайчан «өемгә» әйләнә, анысы билгесез. Без алар арасында төгәл чик куярга уйласак, сәер хәлдә калыр идек. Мәсәлән, 37 бөртекне без өем дип атамасак, 38 бөртек өем була аламы? Математиклар бу мәсьәләне әлеге сорауны куймыйча гына чишәләр: «күплек» термины аңа ничә объект керүгә карамыйча кулланыла.

Күплекләрне, гадәттә, латин алфавитының баш хәрефләре белән билгелиләр: A, B, C, M, P һ. б. Ә төп саннар күплекләрен — натураль һәм бөтен саннарны — һәрвакыт N һәм Z хәрефләре белән тамгалыйлар. Бу хәрефләр күрсәтелгән күплекләрнең «ялгызлык исемнәре» дип әйтергә була.

Күплеккә кергән һәрбер объектны аның *элементы* дип атыйлар. Мәсәлән, Санкт-Петербург — Россиянең Европа өлеше шәһәрләре күплегенең элементы.

Математика телендә «x — A күплегенең элементы» (яки «x A күплегенә керә») җөмләсен язу өчен, $\in$ тамгасын кулланалар. Тиешле язу болай була: $x \in A$. «$x \notin A$» язуы «x A күплеге элементы түгел» дигәнне аңлата.

Мәсәлән, P гади саннар күплеге булса, «13 — гади сан» һәм «15 гади сан түгел» җөмләләрен символик телдә болай язарга мөмкин: $13 \in P$ һәм $15 \notin P$.

Раслауны символик телдә языгыз:

а) 25 — натураль сан;
б) 0 натураль сан түгел;
в) 10 — бөтен сан;
г) $\frac{10}{3}$ бөтен сан түгел.

Язуны татар теленә күчерегез, раслау дөресме — әйтегез:
а) $-1 \in \mathbf{N}$; б) $0 \in \mathbf{Z}$; в) $-100 \notin \mathbf{N}$; г) $0{,}25 \notin \mathbf{Z}$.

Күплекнең элементлар саны чикле булса, аны **чикле күплек** дип атыйлар. Мәсәлән, безнең планета халкы күплеге чикле. (Гәрчә Җирдә яшәүче кешеләрнең саны бик күп — 6 млрд чамасы булса да.)

Кайвакыт, чикле күплекне бирү өчен, аның барлык элементларын санап чыгарга мөмкин. Ул вакытта язуда фигуралы җәяләр кулланалар. Мәсәлән, «$C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$» язуы C ның беренче биш так саннар күплеге булуын аңлата. Күплекнең элементларын теләсә нинди тәртиптә санап чыгарга мөмкин. Мәсәлән, C күплеген болай язарга була: $\{9; 7; 5; 3; 1\}$ яки $\{1; 9; 3; 7; 5\}$. Бу — бер үк күплекне төрлечә күрсәтү.

Ләкин күплекне элементларын санап чыгып билгеләү элементлар саны күп булмаган очракта гына җайлы. Мәсәлән, барлык икеурынлы саннарны 10 нан 99 га кадәр санап чыгу урынына «B – икеурынлы саннар күплеге» дип әйтү җиңелрәк бит. Өстәвенә математикада **чиксез күплекләрне** дә өйрәнәләр. Шуңа күрә еш кына күплекләрне *тасвирлап* билгелиләр, мәсәлән, Пекинда Олимпия уеннарында катнашкан илләрнең күплеге; Кызыл китапка кертелгән үсемлекләр күплеге; 5 санының кабатлылары.

Шул ук вакытта, күплекне тасвирлап билгеләгәндә, анда бер генә булса да бу тасвирлауга туры килгән объект кергәнен гарантияләп булмый. A 4 кә бүленгән, ләкин 2 гә бүленмәгән саннар күплеге булсын. Бер генә булса да шундый сан әйтеп карагыз. Таба алдыгызмы? Бу гаҗәп түгел, чөнки андый сан юк. Димәк, без бер

элементы да булмаган күплекне тасвирладык. Андый күплекне **буш күплек** дип атыйлар һәм ∅ символы белән билгелиләр.

- Чиксез һәм чикле күплекләргә мисаллар китерегез.
- а) 3254; б) 3252; в) 3322; г) 3333 саны язылышында кулланылган цифрлар күплеген санап чыгып бирегез.
- Буш күплек уйлап табыгыз.

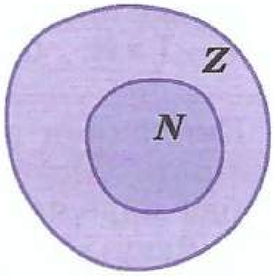
$\{1, 3, 5\}$ һәм $\{1, 3, 5, 7, 9\}$ күплекләрен алыйк. Беренче күплекнең һәр элементы икенче күплеккә керә. Бу очракта беренче күплек икенче күплекнең **күплекчәсе** дип әйтәләр.

Һәр элементы *B* күплегенең элементы булган *A* күплеге *B* күплегенең күплекчәсе (асткүплеге) дип атала. Буш күплекне башка теләсә нинди күплекнең күплекчәсе дип саныйлар.

Бу билгеләмәдән, аерым алганда, күплекчәләр санына күплек үзе дә кергәне билгеле була.

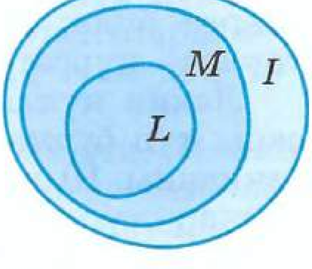
Әгәр A күплеге B күплегенең күплекчәсе булса, символик рәвештә ул болай языла: $A \subset B$.

Кайбер күплекләр башка киңрәк күплекнең өлеше итеп каралганда, һәрвакыт күплекчәләр белән очрашабыз. Мәсәлән, натураль саннар күплеге бөтен саннар күплегенең күплекчәсе: $\boldsymbol{N} \subset \boldsymbol{Z}$. $\boldsymbol{N}$ күплеге $\boldsymbol{Z}$ күплегенә керү факты 10.1 нче рәсемдә сурәтләнгән. Күплек түгәрәк рәвешендә сурәтләнә. Күргәнегезчә, $\boldsymbol{N}$ түгәрәгенең һәр ноктасы $\boldsymbol{Z}$ түгәрәгенә керә.



Рәс. 10.1

«Математикада булмаган» мисал: леопард — мәчесыманнар семьялыгына, ә мәчесыманнар имезүчеләр классына керә. Леопардлар күплеген — L хәрефе, мәчесыманнар күплеген — M хәрефе һәм имезүчеләр күплеген I хәрефе белән тамгалыйк. Ул вакытта бу күплекләр өчен шундый күплекчәләр чылбырын төзергә мөмкин: $L \subset M \subset I$. Бу 10.2 нче рәсемдә сурәтләнгән.



Рәс. 10.2

- Нинди очракта *A* күплеген *B* күплегенең күплекчәсе дип атыйлар? Мисал китерегез.
- Кашалотлар күплеге — китсыманнар күплегенең күплекчәсе, китсыманнар күплеге — имезүчеләр күплегенең күплекчәсе, имезүчеләр күплеге — умырткалылар күплегенең күплекчәсе. Саналган күплекләрне хәрефләр белән тамгалап, күплекчәләр чылбырын языгыз һәм рәсемдә сурәтләгез.

А

Символлар белән эшлибез (801—802)

801 A −100 дән зуррак һәм 150 дән кечерәк бөтен саннар күплеге. 0, −125, 135, −99, 100, −100 саннарының кайсылары бу күплекнең элементы булып тора, ә кайсылары күплекнең элементы түгел? Һәр очракта җавапны $\in$ яки $\notin$ тамгалары ярдәмендә языгыз.

802 B – унарлы вакланмалар рәвешендә күрсәтергә мөмкин булган гади вакланмалар күплеге. $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{15}$, $\frac{7}{20}$, $\frac{3}{75}$, $\frac{10}{30}$ саннарының кайсылары бу күплекнең элементы булып тора, ә кайсылары күплекнең элементы түгел?

803 Күплекнең ничә элементы бар:

а) унарлы исәпләү системасындагы цифрлар;

б) татар алфавитындагы хәрефләр;

в) 30 дан кечерәк гади саннар;

г) 100 дән кечерәк икеурынлы саннар?

804 **Анализлыйбыз һәм фикер йөртәбез** Күплекләр чиксезме, әллә чиклеме:

а) 10 санының кабатлысы булган натураль саннар күплеге;

б) −25 тән зуррак тискәре бөтен саннар күплеге;

в) 50 дән зуррак гади саннар күплеге;

г) дүртурынлы натураль саннар күплеге?

805 **Күзәтәбез һәм анализлыйбыз** Күплекне тасвирлау ярдәмендә бирегез:

а) $\{11; 22; 33; 44; 55; 66; 77; 88; 99\}$; в) $\{5; 10; 15; 20; 25; \ldots\}$;

б) $\left\{\frac{1}{7}; \frac{2}{7}; \frac{3}{7}; \frac{4}{7}; \frac{5}{7}; \frac{6}{7}\right\}$; г) $\left\{\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \frac{5}{6}; \ldots\right\}$.

806 **Фикер йөртәбез** C һәм D күплекләренең кайсысы буш күплек:

а) C — оча торган балыклар күплеге, ә D — оча торган крокодиллар күплеге;

б) C — ике туры почмагы булган өчпочмаклар күплеге, D — ике туры почмагы булган дүртпочмаклар күплеге;

в) C — 5 кә бүленгән һәм 10 га бүленмәгән саннар күплеге, ә D — 10 га бүленгән һәм 5 кә бүленмәгән саннар күплеге?

807 A — берурынлы натураль саннар күплеге.

1) A күплегенең һәр күплекчәсен сүзләр белән тасвирлагыз: $\{1; 2; 3; 4; 5\}$; $\{2; 4; 6; 8\}$; $\{3; 6; 9\}$.

2) A күплегенең тагын өч күплекчәсен күрсәтегез.

808 Натураль саннар күплеге $\boldsymbol{N}$ ның берничә чикле һәм берничә чиксез күплекчәләрен күрсәтегез. Шул ук биремне бөтен саннар күплеге $\boldsymbol{Z}$ өчен башкарыгыз.

Символлар белән эшлибез (809—811)

809 Бер күплекнең икенчесенә керүен билгеләү өчен, $\subset$ тамгасы белән берлектә $\supset$ тамгасын да кулланалар (чагыштыру тамгалары $<$ һәм $>$ ны исегезгә төшерегез), шулай итеп, әгәр В күплегенең күплекчәсе А күплеге булса, болай язарга мөмкин: $A \subset B$ яки $B \supset A$.

10.2 нче рәсем буенча (210 нчы б.) биремнәрне башкарыгыз:

1) Дөрес раслау чыксын өчен, күп ноклалар урынына $\subset$ яки $\supset$ тамгасын куегыз: а) $L \ldots I$; б) $M \ldots L$; в) $M \ldots I$.

2) M күплегеннән башлап, L, M һәм I күплекләре өчен бер күплекнең икенчесенә керү чылбырын языгыз.

3) 1) нче һәм 2) нче язуларны «леопардлар», «мәчесыманнар», «имезүчеләр» сүзләрен кулланып укыгыз. (Мәсәлән, $I \supset M$ — имезүчеләр классы үз эченә мәчесыманнар классын ала.)

810 $A = \{10\}$, $B = \{10, 15\}$, $C = \{5, 10, 15\}$, $D = \{5, 10, 15, 20\}$

күплекләре бирелгән. Дөрес раслау чыксын өчен, күп нокталар урынына күплеккә керү тамгасын ($\subset$ яки $\supset$) куегыз:

а) $A \ldots D$; б) $A \ldots B$; в) $C \ldots A$; г) $C \ldots B$.

811 Күплекләр арасындагы бәйләнешне түгәрәкләр ярдәмендә күрсәтегез һәм бер күплекнең икенчесенә керү чылбырын языгыз (башта $\subset$ тамгасы белән, аннары $\supset$ тамгасы белән):

а) A — өчпочмаклар күплеге, B — тигезьянлы өчпочмаклар күплеге, C — тигезьяклы өчпочмаклар күплеге.

б) K — квадратлар күплеге, P — турыпочмаклыклар күплеге, R — дүртпочмаклар күплеге.

812 A, B һәм C күплекләре турында $A \subset B$ һәм $B \subset C$ икәне билгеле. A һәм C күплекләрен нинди нисбәт бәйли? Җавабыгызны рәсем белән күрсәтегез.

Б

Фикер йөртәбез (813—814)

813 A, B һәм C күплекләре турында $A \subset B$ һәм $A \subset C$ икәне билгеле. B һәм C күплекләре турында нәтиҗә ясагыз, сорауларга җавап бирегез:

1) Бу күплекләрнең берсе икенчесенең күплекчәсе була аламы, була алса, нинди вариантлар булырга мөмкин?

2) Бу күплекләрнең берсе дә икенчесенең күплекчәсе була алмый дип әйтергә мөмкинме?

Һәр мөмкин булган очракка мисал китерегез.

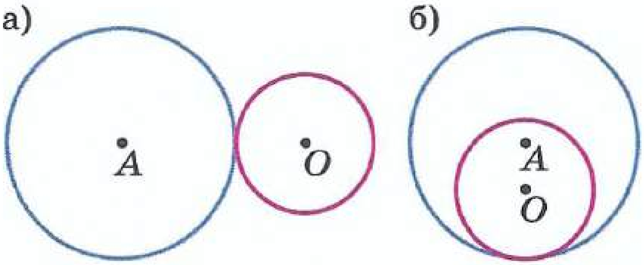
814 $X = \{a; b; c\}$ күплеге бирелгән. Аның барлык күплекчәләрен языгыз. Бу күплекнең ничә күплекчәсе бар?

К

815 Тапкырчыгышның тамгасын белегез һәм аның кыйммәтен исәпләгез:
а) $-7 \cdot 4 \cdot (-5)$; б) $(-2) \cdot (-1) \cdot (-3) \cdot (-12)$.

816 Координаталар турысы сызыгыз һәм анда кызыл карандаш белән 0 ноктасыннан 4 берәмлеккә ераклашкан, зәңгәр карандаш белән −3 ноктасыннан 6 берәмлеккә ераклашкан нокталарны билгеләгез. Бу нокталарны тамгалагыз һәм аларның координаталарын языгыз.

817 Әйләнәләрнең радиуслары 5 см һәм 3 см (рәс. 10.3). Аларның үзәкләре бер-берсеннән нинди ераклыкта ята?



Рәс. 10.3

10.2 Күплекләр белән операцияләр

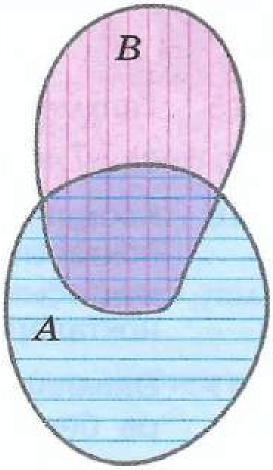
Конан Дойлның «Биш әфлисун орлыгы» хикәясендә танылган шымчы Шерлок Холмс бер парусникның (җилкәнле судноның) исемен ачыкларга тиеш була. Ул бу судноның 1883 елның гыйнвар аенда Пондишерида, 1885 елның гыйнвар аенда Дандида булганын, ә хәзер Лондонда торганын гына белә. Күрсәтелгән вакытта һәм күрсәтелгән урыннарда булган парусникларның исемлеген чагыштырып, Шерлок Холмс «Ялгыз йолдыз» исемле Америка судносы гына бу портларның һәрберсенә кергәнен ачыклый. Нәтиҗәдә җинаять ачыла.

Математика телендә әйтсәк, шымчы өч күплектән уртак элементлар кергән яңа күплек төзи. Ул күплек бер генә элементтан торган булып чыга.

Гомумән, математикада һәм аның кушымталарында еш кына махсус операцияләр ярдәмендә бирелгән күплекләрдән яңа күплекләр табарга туры килә.

Бирелгән күплекләрнең һәрберсенә кергән элементлардан торган күплек аларның кисешүе дип атала.
Бирелгән күплекләрнең иң кимендә берсенең элементы булып торган элементлар күплеге аларның берләшмәсе дип атала.

A һәм B күплекләренең кисешүе $\cap$ символы белән, ә берләшмәсе $\cup$ символы белән тамгалана.



Рәс. 10.4

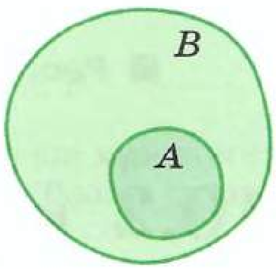
10.4 нче рәсемдә горизонталь сызыклар белән штрихланган түгәрәк — A күплеген, ә вертикаль сызыклар белән штрихланган түгәрәк B күплеген сурәтли. Бөтен буялган өлкә $A \cup B$ күплеге, ә икеләтелгән штрихлар белән күрсәтелгән өлкә ул — $A \cap B$.

«Кисешү» терминын сез геометрияне өйрәнгәндә очраткан идегез, мәсәлән, ике турының, туры белән әйләнәнең һ. б. ның уртак нокталарын тапканда. Бу термин күплекләр теориясенә нәкъ геометриядән килеп керә дә инде, ләкин ул монда геометрик объектлар өчен генә кулланылмый.

Күплекләрнең кисешүенә һәм аларның берләшмәсенә мисаллар китерик.

1) $A = \{2; 4; 6\}$ һәм $B = \{4; 6; 8; 10\}$ булсын, ул вакытта $A \cap B = \{4; 6\}$ һәм $A \cup B = \{2; 4; 6; 8; 10\}$.

2) $A = \{2; 4; 6; 8; 10\}$ һәм $B = \{1; 3; 5; 7; 9\}$ булсын, ул вакытта $A \cap B = \varnothing$, ә $A \cup B$ беренче ун натураль саннар күплеге була.

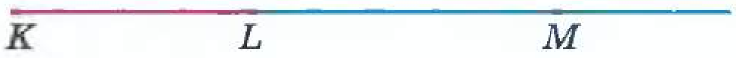


Рәс. 10.5

3) Натураль саннар күплеге һәм бөтен саннар күплегенең кисешүен һәм берләшмәсен табыйк: $\boldsymbol{N} \cap \boldsymbol{Z} = \boldsymbol{N}$, һәм $\boldsymbol{N} \cup \boldsymbol{Z} = \boldsymbol{Z}$.

Гомумән, $A \subset B$ булса, $A \cap B = A$ һәм $A \cup B = B$. Бу 10.5 нче рәсемдә ачык күренә.

4) 10.6 нчы рәсемне карагыз. KL кисемтәсе һәм LM нурының берләшмәсе — KM нуры, ә аларның кисешүе — L ноктасы.

Рәс. 10.6


A һәм B күплекләренең кисешүе дип — нинди күплек һәм аларның берләшмәсе дип нинди күплек атала? Җавапларыгызны рәсемдә күрсәтегез һәм мисаллар китерегез.

Натураль саннар күплегенең ике күплекчәсен алыйк: так саннар күплеген һәм җөп саннар күплеген. Бу күплекләрнең уртак элементлары юк: теләсә нинди натураль сан так сан яки җөп сан була. Бу күплекләрнең берләшмәсе булып натураль саннар күплеге тора. Так саннар күплеген — A хәрефе, ә җөп саннар күплеген B хәрефе белән тамгаласак,

$$A \cap B = \varnothing \text{ һәм } A \cup B = \boldsymbol{N} \text{ дип язарга була.}$$

Так саннар күплеге һәм җөп саннар күплеге $\boldsymbol{N}$ күплегенең **бүленешен** тәшкил итә, дип әйтәләр. Бүленешләр төзегән, кисешми торган күплекчәләрне **класслар** дип атыйлар. Шулай итеп, без

натураль саннар күплеге так саннар һәм җөп саннар классларына бүленгәнен күрәбез.

N күплегенең башка бүленешләрен дә күрсәтергә мөмкин, мәсәлән, 3 кә бүлгәндәге калдыклар буенча. Бу бүленеш өч күплектән тора: 3 кә кабатлы саннар күплеге; 3 кә бүлгәндә, калдыкта 1 булган саннар күплеге; 3 кә бүлгәндә, калдыкта 2 булган саннар күплеге. Мәсәлән, 3, 6, 9, ... саннары — күрсәтелгән классларның беренчесенә; 4, 7, 10, ... саннары — икенчесенә; 5, 8, 11, ... саннары өченчесенә керәләр. Теләсә нинди натураль сан ***N*** күплегенең бер күплекчәсенә керә, һәм аларның уртак элементлары юк.

Кеше эшчәнлегенең төрле өлкәләрендә кулланыла торган объектларны **классификацияләүнең** нигезендә кисешмәгән күплекчәләргә бүлү ята.

Мәсәлән, ботаниклар агачларны яфраклыларга һәм ылыслыларга бүләләр. Китапханәчеләр, китапларның каталогын төзегәндә, аларны классификациялиләр (төркемнәргә бүләләр). Алфавит буенча классификацияләгәндә, китаплар авторларының фамилияләре *А* хәрефенә, *Б* хәрефенә һ. б. га башланган күплекчәләргә бүленә. Бу каталог (бигрәк тә компьютер булганда) бик зур китапханәдә дә кирәкле китапны җиңел генә табарга мөмкинлек бирә.

Спортта классификацияләү киң таралган. Мәсәлән, Пекинда узган XIX Олимпия уеннарында авыр атлетика буенча ярышларда ирләр 8 авырлык категориясе буенча бүленгән булган. Алар 56, 63, 69, 77, 85, 94, 105 һәм күбрәк килограмм (кг) дип тамгаланган. Мәсәлән, 81 кг лы спортсмен дүртенче категориягә керә, чөнки ул 77 кг нан артыграк, 85 кг нан кимрәк.

- Үзегезнең сыйныф укучылары күплегенең берничә төрле классификациясен уйлап табыгыз.
- Өчпочмаклар күплегенең классификацияләренә мисал китерегез.

A

818 а) $A=\{2, 3, 8\}$, $B=\{2, 3, 8, 11\}$, $C=\{5, 11\}$ күплекләре бирелгән. Табыгыз: 1) $A \cap B$; $A \cap C$; $B \cap C$; 2) $A \cup B$; $A \cup C$; $B \cup C$.

б) $K=\{a, b, c\}$, $M=\{x, y\}$, $P=\{b, c, x\}$ күплекләре бирелгән. Табыгыз: 1) $K \cap M$; $M \cap P$; $K \cap P$; 2) $K \cup M$; $M \cup P$; $K \cup P$.

819 Түбәндәге күплекләрнең кисешмәсе булган күплекне тасвирлагыз:

а) бер мәктәпнең башлангыч сыйныф укучылары күплеге һәм бу мәктәптә укучы кызлар күплеге;

б) башлангыч сыйныфта өйрәнелгән предметлар күплеге һәм 5–6 нчы сыйныфларда өйрәнелгән предметлар күплеге.

820 *K*, *L* һәм *M* «өчпочмак», «дүртпочмак», «күппочмак» сүзләренә кергән хәрефләр күплекләре. Бу күплекләрнең һәрберсен языгыз. а) $K \cap L \cap M$; б) $K \cup L \cup M$ күплекләрен табыгыз.

821 Беренче тигезсезлек белән — бөтен саннар күплеге C, ә икенче тигезсезлек белән бөтен саннар күплеге D бирелгән. $C \cap D$ һәм $C \cup D$ күплекләрен табыгыз:

а) $-6 < n < 2$ һәм $-2 < n < 3$; б) $-3 < n < 3$ һәм $-2 < n < 2$.

822 а) A — 18 санының натураль бүлүчеләре күплеге, B — 24 санының натураль бүлүчеләре күплеге. $A \cap B$ күплеген языгыз. Бу күплекнең иң зур элементын күрсәтегез. Ул ничек атала?

б) A — 4 кә кабатлы булган натураль саннар күплеге, B — 6 га кабатлы булган натураль саннар күплеге. $A \cap B$ күплегенең берничә элементын әйтегез. Бу күплекнең иң кечкенә элементын күрсәтегез. Ул ничек атала?

Фикер йөртәбез (823—825)

823 Күплекнең берничә элементын әйтегез:

а) 2 гә кабатлы һәм 5 кә кабатлы саннар күплекләренең кисешмәсен;

б) так саннар һәм 5 кә кабатлы саннар күплекләренең кисешмәсен;

в) 2 гә кабатлы һәм 4 кә кабатлы саннар күплекләренең кисешмәсен;

г) 3 кә кабатлы һәм 9 га кабатлы саннар күплекләренең берләшмәсен.

Һәр очракта тикшерелә торган күплекне сүзләр белән тасвирлагыз.

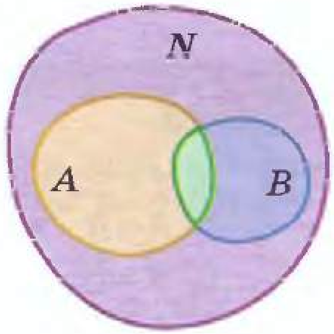
824 10.4 нче рәсемне дәфтәрегезгә күчереп ясагыз. A – 3 кә бүленгән саннар күплеге, B – 5 кә бүленгән саннар күплеге булганда:

1) түгәрәкләрнең уртак өлешенә нинди саннар күплеге туры килә? Бу күплеккә 9 саны; 10 саны; 15 саны керәме? $A \cap B$ күплегенә кергән тагын берничә санны әйтегез.

2) A түгәрәгенең B түгәрәгенә кермәгән өлеше өстеннән карандаш белән йөртеп чыгыгыз. Бу саннар күплеген сүзләр белән тасвирлагыз, андый саннарга мисал китерегез.

3) B түгәрәгенең A түгәрәгенә кермәгән өлешенә нинди саннар күплеге туры килә? Андый саннарга мисал китерегез.

825 10.7 нче рәсемдә зур түгәрәк — натураль саннар күплеге N ны, ә ике кечкенә түгәрәк аның күплекчәләрен сурәтли: A — 2 гә бүленгән саннар күплеге, B — 3 кә бүленгән саннар күплеге. Зур түгәрәк кечкенәләре белән дүрт өлешкә бүленә (алар төрле төскә буялган). Һәрбер өлешкә нинди саннар керә? Аларны сүзләр белән тасвирлагыз һәм мисаллар китерегез.



Рәс. 10.7

Б

826 1) А — нинди дә булса күплек. Тигезлекләрне тәмамлагыз: $A \cap \varnothing = \dots$; $A \cup \varnothing = \dots$.

2) Күплекләрнең берләшмәсе һәм кисешмәсе операцияләренең үзлекләре арифметик гамәлләрнең нинди үзлекләрен хәтерләтә?

827 Ике күплекнең кайсысы икенчесенең күплекчәсе булып тора:

а) A яки $A \cup B$; б) A яки $A \cap B$?

Ярдәм. 10.4 нче рәсемнән файдаланыгыз.

828 Натураль саннар күплегенең 4 кә бүлгәндәге калдыклар буенча бүленеше ничә класстан тора? Аларны әйтегез. 100, 50, 43, 17 саны кайсы класска керә? Һәрбер класска кергән саннарга мисаллар китерегез.

829 Җөплелек һәм 5 кә кабатлылык билгеләрен кулланып, натураль саннар күплегенең классларга бүленүен төзегез. Сезгә таблица ярдәм итәр.

Сыйныф	Саннар	
	җөп	5 кә кабатлы
A	+	+
B	+	−
C	−	+
D	−	−

Һәрбер классны сүзләр белән тасвирлагыз һәм ул класска кергән саннарга мисал китерегез.

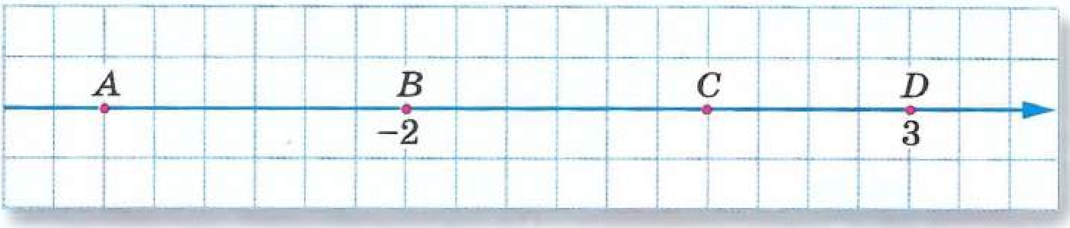
Ярдәм. A — 5 кә кабатлы җөп саннар күплеге.

К

830 Аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

а) $2a - b$, $a = 5$, $b = -10$ булганда; б) $ab - 60$, $a = -6$, $b = 3$ булганда.

831 Координаталар турысында A, B, C, D нокталары билгеләнгән (рәс. 10.8). B һәм D нокталарының координаталары билгеле. A һәм C нокталарының координаталарын табыгыз.



Рәс. 10.8

832 Ике әйләнәнең бер-берсеннән иң ерак нокталары һәм ике иң якын ноктасы нинди ераклыкта ятканын табыгыз:

а) әйләнәләрнең радиуслары 3 см һәм 4 см, ә үзәкләренең арасы 10 см булганда;

б) әйләнәләрнең радиуслары 2 см һәм 5 см, ә үзәкләренең арасы 1 см булганда.

Ярдәм. Схематик рәсем ясагыз, эшне әйләнәләрнең үзәкләре булган нокталарны сурәтләүдән башлагыз.

10.3 Эйлер түгәрәкләре ярдәмендә мәсьәләләр чишү

Күплекләр арасындагы бәйләнешне түгәрәкләр ярдәмендә сурәтләүне сез беләсез инде. Гадәттә, аларны бөек галим Леонард Эйлер (1707–1783) исеме белән *Эйлер түгәрәкләре* дип атыйлар. Математик, механик, физик һәм астроном Л. Эйлер Швейцариядә туып үссә дә, Россиядә һәм Германиядә эшли. Үз гомерендә Л. Эйлер 850 дән артык фәнни эш язган. Аларның берсендә түгәрәкләр барлыкка килә дә инде, ул түгәрәкләр «безнең фикер йөртүләрне җиңеләйтү өчен бик тә уңайлы» дип билгеләп үтә Л. Эйлер.

Түбәндәге мәсьәләне Эйлер түгәрәкләре ярдәмендә чишәбез: «52 алтынчы сыйныф укучысыннан сораштыру нәтиҗәсендә, шул билгеле була: аларның 23 е — значок, 35 е — марка, ә 16 сы значоклар да, маркалар да җыя. Калганнары коллекция җыю белән мавыкмый. Ничә кеше коллекция җыю белән мавыкмый?»

Бу мәсьәләнең шартын аңлавы җиңел түгел. 23 белән 35 не кушсак, 52 дән күбрәк була. Шуңа күрә, җавапны табу өчен, 10.9 нчы рәсемгә игътибар итик. Зур түгәрәк барлык алтынчы сыйныф укучыларын, *З* түгәрәге — значоклар җыючы алтынчы сыйныф укучыларын, *М* түгәрәге — маркалар җыючы алтынчы сыйныф укучыларын сурәтли.

Зур түгәрәк *З* һәм *М* түгәрәкләре белән кисешмәгән өлкәләргә бүленә. Бу өлкәләрнең һәрберсенә алтынчы сыйныф укучыларының нинди дә булса категориясе туры килә (рәс. 10.9, *а* ны к.). Эзлекле рәвештә без бу өлкәләргә тиешле саннарны язабыз (рәс. 10.9, *б* ны к.).

1) Значокларны да, маркаларны да 16 кеше җыя. 16 санын *З* һәм *М* түгәрәкләре кисешмәсенә язабыз.

2) Значокларны 23 кеше җыя, ә значокларны һәм маркаларны 16 кеше җыя. ***Значоклар гына*** җыючы кешеләр санын табабыз: $23 - 16 = 7$. 7 санын *З* түгәрәгенең буш өлешенә язабыз.

Рәс. 10.9

3) *Маркалар гына* җыючы кешеләр санын табабыз: $35 - 16 = 19$. 19 санын схемага кертәбез.

4) Ничә кеше коллекция җыю белән *шөгыльләнгәнен* табабыз: $16 + 7 + 19 = 42$.

5) Ничә кеше коллекция җыю белән *шөгыльләнмәгәнен* табабыз: $52 - 42 = 10$.

Бу — мәсьәләнең җавабы, аны зур түгәрәкнең буш кырына язабыз.

- Чишелгән мәсьәләнең шартына кайтыгыз. Значоклар һәм маркалар җыючылар санын кушкач, ни өчен барлык алтынчы сыйныф укучылары саныннан күбрәк сан килеп чыга?

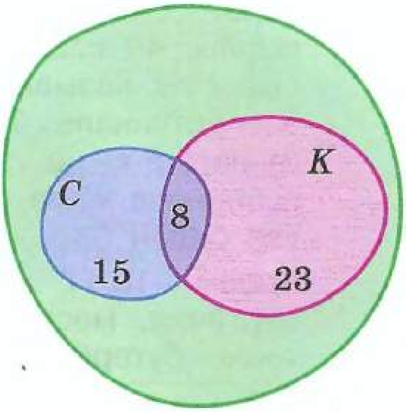
- Йортта 120 кеше яши, аларның кайберләре эт һәм мәче тота. 10.10 нчы рәсемдә *C* түгәрәге — этләре булган кешеләрне, *K* түгәрәге мәчеләре булган кешеләрне күрсәтә.

  1) Ничә кешенең эте дә, мәчесе дә бар?
  2) Ничә кешенең эте бар; эте генә бар?
  3) Ничә кешенең мәчесе бар; мәчесе бар, эте юк?
  4) Ничә кешенең эте дә, мәчесе дә юк?

- Ситуацияне Эйлер түгәрәкләрендә сурәтләгез, сорау куегыз һәм аңа җавап бирегез:

  а) Дүшәмбе көнне кибеттә 12 кеше телефон гына сатып алган, 4 кеше — автоҗавап биргеч кенә, ә 5 кеше автоҗавап биргечле телефон сатып алган.

  б) Сишәмбе көнне телефон сатып алган 10 кешенең һәрберсе автоҗавап биргеч тә алган, ә 7 кеше автоҗавап биргеч кенә сатып алган.



Рәс. 10.10

A

Фикер йөртәбез (833—835)

833 Мәскәүгә килгән 80 туристның 52 се — Зур театрга, 30 ы — Кече театрга, 12 се ике театрга да барырга тели, ә калганнары театрга барырга теләмиләр. Ничә кеше театрга барырга җыенмый?

Ярдәм. Эйлер түгәрәкләре сызыгыз. Башта схемага ике театрга да барырга теләгән 12 кешене кертегез.

834 Сыйныфта 15 малай бар. Аларның 10 сы — волейбол, 9 ы баскетбол белән шөгыльләнә, һәм бу спорт төрләренең берсе белән генә булса да шөгыльләнмәгән малай юк. Ничә малай волейбол белән дә, баскетбол белән дә шөгыльләнә? Бер малайның спорт белән шөгыльләнмәве билгеле булса, җавап ничек үзгәрер?

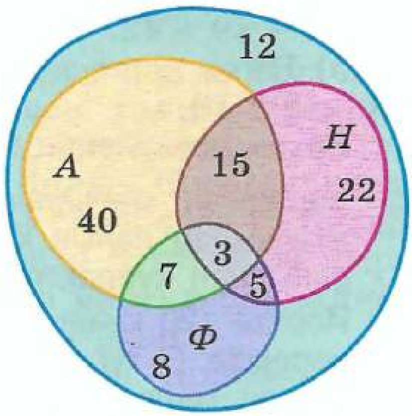
Ярдәм. Эйлер түгәрәкләре сызыгыз. 15 кешедән ничәсе волейбол белән шөгыльләнми? Схеманың кайсы өлкәсе аларга туры килә?

835 100 гаиләдән сораштыру алу нәтиҗәсендә, 78 енең компьютеры, 85 енең телевизоры барлыгы, ә 8 гаиләнең компьютеры да, телевизоры да юк икәне билгеле була. Ничә гаиләнең компьютеры да, телевизоры да бар?

Б

836 Анализ ясыйбыз 10.11нче рәсемдә *А* түгәрәге — инглиз телен белгән, *Н* түгәрәге — немец телен белгән, *Ф* түгәрәге француз телен белгән институт хезмәткәрләрен күрсәтә.

1) Ничә институт хезмәткәре: а) өч телне дә белә; б) инглиз һәм немец телләрен белә; в) француз телен белә?
2) Институтта барлыгы ничә хезмәткәр бар?
3) Аларның ничәсе француз телендә сөйләшми?



Рәс. 10.11

837 Фикер йөртәбез 92 кеше пикникка бара. 50 кеше — казылыклы, 60 кеше — сырлы, 40 кеше — ветчиналы, 30 кеше — сыр һәм казылыклы, 15 кеше — казылык һәм ветчиналы, 25 кеше сыр һәм ветчиналы бутербродлар алып барганнар, 5 кеше үзләре белән барлык өч төрле бутербродны да алган, ә берничә кеше бутерброд урынына бөккән алып барган. Ничә кеше үзе белән бөккән алып барган?

Ярдәм. 10.11 нче рәсемгә охшаш схема сызыгыз. Схеманы тутырганда, мәсьәләне ахырыннан укый башлагыз. Башта схемага өч төрле бутерброд алган 5 кешене кертегез.

838 Практик ситуация Мәктәп отчёты буенча: «Мәктәптә барлыгы 60 алтынчы сыйныф укучысы бар, аларның 37 се — математикадан, 33 е — рус теленнән һәм 42 се физкультурадан «биш»легә генә укый. Шул ук вакытта 21 кешенең — математикадан да, рус теленнән дә, 23 енең — математикадан да, физкультурадан да, 22 сенең рус теленнән дә, физкультурадан да «биш»леләр, 20 кеше өч фәннән дә «биш»ле билгесенә укый». Мәктәпнең отчёты дөресме?

К

839 Аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

а) $2ab$, $a=-8$, $b=-1$ булганда; б) $8-(a+b)$, $a=-10$, $b=-2$ булганда.

840 −60 санын а) өч тапкырлаучының; б) дүрт тапкырлаучының тапкырчыгыш рәвешендә күрсәтегез.

841 10.12 нче рәсемдә сурәтләнгән тартмада 6 кисәк сабын бар. Һәр кисәкнең үлчәмнәре 3 см, 6 см һәм 9 см. Тартманың күләмен табыгыз.

842 Ян-яклары 5 см, алар арасындагы почмагы 110° булган тигезьянлы өчпочмак төзегез. Аның симметрия күчәрен сызыгыз.

Рәс. 10.12

10.4 Комбинаторика мәсьәләләре

5 нче сыйныфта сез комбинаторика мәсьәләләре белән очраштыгыз инде. Без аларны хәзер дә, элеккегечә, *барлык мөмкин булган вариантларны* сайлап алу юлы белән чишәрбез. Моның өчен сайлап алуның логикасын табарга кирәк. Моннан тыш, тикшерелә торган предметларны шартлы тамгалар белән алыштыру, ягъни кодлаштыруны куллану җайлы.

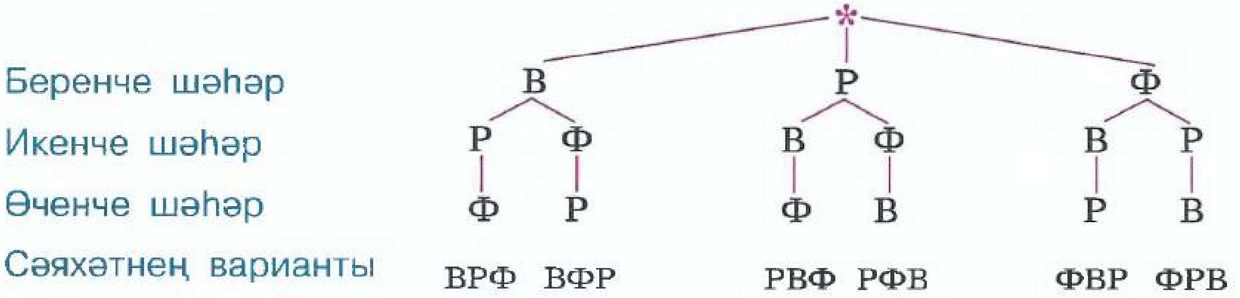
1 нче мәсьәлә. Туристик фирма Италиядә туристларның өч шәһәргә: Венеция, Рим һәм Флоренциягә барып чыгуын планлаштыра. Шундый маршрутның ничә варианты бар?

Шәһәрләрне аларның беренче хәрефләре В, Р һәм Ф белән тамгалыйк. Ул вакытта һәрбер маршрутның коды өч кабатланмаган хәрефтән торачак, мәсәлән, ВФР яки ФРВ.

Мөмкин вариантларның агачы 10.13 нче рәсемдә сурәтләнгән. Сәяхәтне өч шәһәрнең теләсә кайсыннан башларга мөмкин. Әгәр иң элек Венециядә булсалар, аннан соң Римга, Флоренциягә барырга мөмкин. Әгәр икенче шәһәр Рим булса, өченчесе Флоренция булачак; әгәр икенче шәһәр Флоренция булса, өченчесе Рим булачак. Бу — сәяхәтнең беренче ике варианты. Күргәнебезчә, маршрутның барлыгы 6 варианты бар.

Бу мәсьәләнең сюжетыннан читкә китеп, аны күплекләр теориясе терминнары ярдәмендә әйтсәк, ул болай булыр: өч элементтан торган күплек бирелгән. Бу күплекне ничә ысул белән *тәртипкә салырга* мөмкин, ягъни аның элементларын ничә ысул белән бер-бер артлы урнаштырып була?

Маршрутлар турындагы мәсьәләне чишкәч, сез андый 6 ысул барлыгын белдегез. Хәзер инде шундый ук *математик модельле* теләсә нинди мәсьәләнең соравына җавап бирә аласыз.



Рәс. 10.13

Киләчәктә сез элементлар саны чикле булган күплекне тәртипкә салуның ничә ысулы бар дигән сорауга җавапны гади исәпләүләр белән табарга ярдәм итә торган формуланы белерсез.

- Сайлап алу юлын кулланмыйча, түбәндәге сорауларга җавап бирә аласызмы:

  а) фигуралы шуу чемпионатында өч призлы урынга өч дәгъвачы арасында алтын, көмеш һәм бронза медальләре ничә ысул белән бүленергә мөмкин;

  б) санның язылышында цифрлар кабатланмаслык итеп, 2, 4, 8 цифрларыннан ничә өчурынлы сан төзергә мөмкин?

2 нче мәсьәлә. 8 дус, очрашканда, бер-берсенә кул бирешеп исәнләшкәннәр, өстәвенә һәрберсе һәркайсының кулын кыскан. Барлыгы ничә кул кысышу булган?

Һәр дуска 1 дән 8 гә кадәрге номер бирик. Ул вакытта һәр кул кысышуны икеурынлы сан белән кодлаштырырга мөмкин. Мәсәлән, икеурынлы 47 саны 4 нче һәм 7 нче номерлы дусларның кул кысышуын аңлата. Бер үк кул кысышуны белдергән кодлар арасыннан һәрвакытта кечерәген исәпкә алырга килешик. Шуңа күрә, мәсәлән, 68 һәм 86 саннарыннан 68 санын сайлап алырга кирәк.

Кул кысышуларның кодларын арта бару тәртибендә урнаштыру табигый булыр. Иң элек 1 цифрына башланган кодларны, аннан соң 2 цифрына башланганнарын һ.б. ны язабыз. Санау өчен, аларны өчпочмак рәвешендә язу уңайлы:

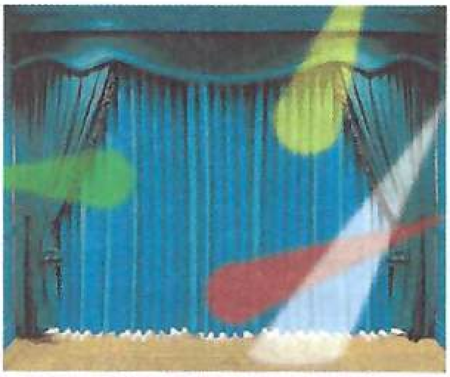
12	13	14	15	16	17	18	— 7
	23	24	25	26	27	28	— 6
		34	35	36	37	38	— 5
			45	46	47	48	— 4
				56	57	58	— 3
					67	68	— 2
						78	— 1

Кодлар санын исәплибез: $7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 28$. Шулай итеп, барлыгы 28 кул кысышу булган.

Бу мәсьәләне дә күплекләр теориясе позициясеннән карарга мөмкин. Дөрестән дә, 8 дус кеше ул — 8 элементлы күплек. Кул кысышкан ике дус — ике элементлы күплекчә. Мәсьәләнең соравына җавап бирү өчен, бу күплекнең ничә күплекчәсе барлыгын ачыкларга кирәк.

- Кул кысышу кодлары арасында ни өчен 33 саны юк? Ни өчен 24 коды бар, ә 42 коды юк?
- Түбәндәге мәсьәләнең соравына җавапны югарыда күрсәтелгән саннар коды таблицасы ярдәмендә бирергә тырышып карагыз. «Шахмат буенча ярышта 6 шахматчы катнаша. Һәр шахматчы калган шахматчыларның һәрберсе белән берәр партия шахмат уйный. Барлыгы ничә партия шахмат уйнала?»

3 нче мәсьәлә. Театр сәхнәсен ак, кызыл, яшел, сары төстәге прожекторлар яктырта. Һәрберсе аерым кабына һәм сүнә. Сәхнәне яктыртуның ничә варианты бар? (Яктырту варианты дип барлык прожекторларның сүнгән очрагын да саныйбыз).



а, к, я, с тамгалары кертәбез. Барлык мөмкин булган вариантларны сайлап алу юлы белән табабыз:

барлык прожекторлар сүнгән	—	1 вариант
бер прожектор яна	а к я с	4 вариант
ике прожектор яна	ак ая ас кя кс яс	6 вариант
өч прожектор яна	акя акс аяс кяс	4 вариант
дүрт прожектор яна	акяс	1 вариант

Вариантлар санын исәплибез: $1 + 4 + 6 + 4 + 1 = 16$. Шулай итеп, сәхнәне яктыртуның 16 ысулы бар.

Күплекләр теориясе теленә күчергәндә, бу мәсьәлә болай яңгырый: 4 элементлы күплекнең ничә күплекчәсе бар? Сайлап алу юлы белән без бу күплекнең 16 күплекчәсе булуын белдек (буш күплек һәм күплек үзе шул исәпкә керә). Гомумән, математикада теләсә нинди чикле күплекнең, элементлары санына карап, ничә күплекчәсе булуын табарга булышучы формула бар.

□ Прожектор турындагы мәсьәләне 3 прожектор булган очрак өчен чишегез. Андый очракта сәхнәне яктыртуның ничә варианты булыр?

A

843 Кайбер илләрнең дәүләт флагы төрле төстәге өч горизонталь полосадан тора. Ак, зәңгәр һәм кызыл полосалы флагларның ничә төрле варианты бар? Аларның барысының да рәсемен ясагыз.

844 Вәли, Тәбриз һәм Ирек өчесе бергә кызыклы китап сатып алганнар һәм аны чиратлап укырга сөйләшкәннәр. Ирек беренче булып торган чиратның ничә варианты бар? Вәли соңгы булмаган чиратның ничә варианты бар?

Ярдәм. Баштан чиратның барлык мөмкин булган вариантларын табарга (мәсәлән, агач төзеп), аннан соң кирәклеләрен сайлап алырга мөмкин. Мәсьәләне шундый ысул белән чишегез һәм фикер йөртегез: җавапны тизрәк табу ысулы юкмы?

845 Санның язылышында кабатланмаслык итеп 3, 4, 5 цифрларыннан торган ничә өчурынлы сан төзергә мөмкин? Аларның кайсылары: а) 2 гә; б) 5 кә; в) 3 кә; г) 6 га бүленә?

Рәс. 10.14

846 10.14 нче рәсемдә биш нокта сурәтләнгән. Әгәр һәр ике ноктаны кисемтә белән тоташтырсак, барлыгы ничә кисемтә чыгар? Рәсем ясагыз һәм аларны санап чыгыгыз.

847 1) Җиңел атлетика буенча ярышларга иң яхшы биш малай: Алмаз, Нияз, Илсур, Булат, Камил арасыннан икесен җибәрергә кирәк. Ярышта катнашучыларны сайлап алу вариантларының барысын да санап чыгыгыз. Ничә вариант бар?

2) 2 x 100 м эстафетасында катнашу өчен, биш малай арасыннан, беренче йөгерүчене һәм икенче йөгерүчене күрсәтеп, икесен сайлап алырга кирәк. Бу очракта ярышта катнашучыларны сайлап алу вариантларының барысын да санап чыгыгыз. Ничә вариант бар? Мәсьәләнең соравына моннан алдагы мәсьәләнең нәтиҗәләрен кулланып, вариантларны язмыйча гына җавап биреп буламы?

848 Математикадан район олимпиадасында алты җиңүче була. Ләкин өлкә олимпиадасына ике генә укучыны җибәрергә мөмкин.

1) Ике кандидатны сайлап алуның ничә варианты бар?

Ярдәм. Һәр җиңүчене 1 дән 6 га кадәрге номерлар белән билгеләгез.

2) Әгәр алты баланың берсе иң яхшысы дип табылса һәм аның өлкә олимпиадасында һичшиксез катнашачагы билгеле булса, ничә вариант булырга мөмкин?

849 Кичү янына бер үк вакытта 5 кеше килә. Көймәче үзенең көймәсенә ике генә пассажир сыя алганын әйтә.

1) Биш пассажирдан икесен ничә ысул белән сайлап алырга була?
2) Пассажирларның берсен ашыгыч рәвештә икенче ярдагы хастаханәгә җибәрергә кирәк булган очракта, пассажирларны сайлауның ничә ысулы бар?
3) Көймәче ике пассажирны илтеп куйган һәм калганнары артыннан кире кайткан дип күз алдына китерегез. Тагын бер тапкыр көймәгә утыра алмыйча яр буенда калырга мәҗбүр булган пассажирны ничә ысул белән сайлап алырга була?

850 Бию студиясе 10 яшьтән 12 яшькә кадәрге кызларны өстәмә кабул итү турында игълан бирә. Студиягә 4 кыз килә. Яңа биючеләрне сайлап алу өчен, студия җитәкчесенең ничә варианты бар?

Ярдәм. Кызларга 1 дән 4 кә кадәрге номерлар бирегез һәм прожекторлар турындагы мәсьәләдәгечә фикер йөртегез.

Б

851 Ике курьер дүрт филиалдан почтаны алырга тиеш, өстәвенә һәр курьер дүрт филиалның икесенә генә барып өлгерә. Алар филиалларга барып кайтуны ничә ысул белән үзара бүлешә алалар?

Ярдәм. Бер курьерның ничә ысул белән дүрт филиалдан икесен сайлап алуын санау җитә.

852 а) Дүрт дус футбол матчына барырга җыеналар. Ләкин алар өч билет кына сатып ала алганнар. Алар өч бәхетле кешене ничә ысул белән сайлый алалар? Кайсын сайлап алу җиңелрәк: матчка баручыларнымы, әллә бармаучыларнымы?

б) Дүртурынлы байдаркалар ярышында катнашу өчен, 6 спортчы арасыннан сайлап, команда төзергә кирәк. Ярышта катнашачак дүрт спортчыны сайлауның ничә варианты һәм ике запастагы спортчыны сайлауның ничә варианты була? Ике сорауга да бер генә тапкыр сайлап алу белән җавап бирегез.

853 Кыйммәтләре төрле булган өч монетаны ике кесәгә ничә ысул белән салырга була?

Ярдәм. Бер генә кесәне исәпкә алу җитә. Прожекторлар турындагы мәсьәләдәгечә фикер йөртегез.

854 Диван, кресло һәм урындыкны зәңгәр һәм яшел төстәге тукыма белән тышларга кирәк. Бу җиһазларны тышлауның ничә төрле варианты бар?

855 Рус, инглиз, немец һәм француз телләреннән бу телләрнең теләсә кайсына турыдан-туры тәрҗемә итү өчен, тәрҗемәчегә ничә сүзлек кирәк булыр?

Ярдәм. Һәр телне аларның беренче хәрефләре Р, И, Н, Ф белән тамгалагыз. Ул вакытта һәрбер сүзлекне ике хәрефле сүз белән тамгалап була, мәсәлән, ИН — инглизчә-немецча сүзлек; НИ — немецча-инглизчә сүзлек.

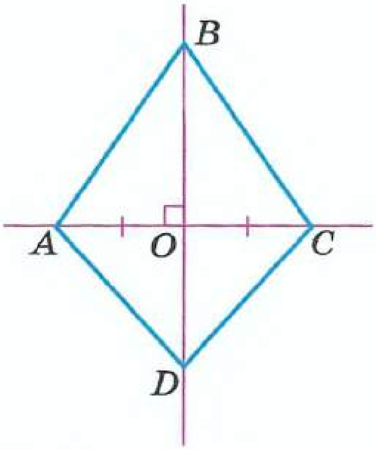
856 Практик ситуация Кунакка килгән кеше урам як ишегенең кодын онытткан, ләкин ул кодның 0 һәм 1 цифрларыннан торган дүртурынлы сан булуын хәтерли. Ишекне ачар өчен, ахыр чиктә аңа ничә вариант код җыярга туры килер?

Ярдәм. Иң элек 1 цифры бер генә тапкыр, аннан соң ике тапкыр, өч тапкыр кергән барлык кодларны языгыз.

К

857 120 санын араларында тискәре саннар да булган берничә тапкырлаучы тапкырчыгышы рәвешендә языгыз. Берничә чишелешне күрсәтегез.

858 Нульдән аермалы дүрт санның тапкырчыгышы нинди сан булыр, тискәре санмы, әллә уңай санмы, әгәр:
1) саннарның берсе генә тискәре сан булса;
2) ике сан тискәре булса;
3) өч сан тискәре, ә берсе уңай сан булса;
4) дүртесе дә тискәре сан булса?
Һәр очракны мисал белән күрсәтегез.



Рәс. 10.15

859 10.15 нче рәсемдә *ABCD* дүртпочмагы сурәтләнгән, анда капма-каршы түбәләр аша *AC* һәм *BD* турылары үткәрелгән.
1) Сызымдагы тамгаларның нәрсә аңлатканын әйтегез һәм математика телендә бу тамгалар белдергән шартларны языгыз.
2) Ни өчен *A* һәм *C* нокталары *BD* турысына карата симметрик булуын аңлатыгыз.
3) $AB = 5$ см, $AD = 3{,}5$ см, $AO = 3$ см булсын.
а) *ABCD* дүртпочмагының;
б) *ABC* өчпочмагының периметрын табыгыз.

860 *AB* кисемтәсе сызыгыз һәм аның уртасы аша аңа перпендикуляр булган туры үткәрегез.
1) *ABCD* дүртпочмагы *AB* турысына карата симметрик булырлык итеп, турыда *C* һәм *D* нокталарын билгеләгез.
2) Бу дүртпочмакның 2 симметрия күчәре; 4 симметрия күчәре булсын өчен, *C* һәм *D* нокталары ничек урнашырга тиеш?

Сез нәрсәгә өйрәндегез

Мәҗбүри белем күнекмәләре

«Күплек», «күплекнең элементы» терминнарын беләм; $x \in A$ тибындагы язуларны аңлыйм һәм куллана беләм.

1. Чикле күплекләр, чиксез күплекләргә мисаллар китерегез.
2. $10 \in N$, $2{,}7 \notin Z$ язуларын укыгыз. Бу раслаулар дөресме?

«Күплекчә» терминын беләм, $A \subset B$ рәвешендәге язуны аңлыйм һәм куллана алам.

3. Нинди очракта *A* күплеге *B* күплегенең күплекчәсе дип атала? Бу төшенчәне Эйлер түгәрәкләре ярдәмендә сурәтләгез.
4. *N* натураль саннар күплегенең күплекчәләренә мисаллар китерегез.

«Күплекләрнең берләшмәсе» һәм «күплекләрнең кисешмәсе» атамаларын беләм.

5. A һәм B күплекләренең берләшмәсе; A һәм B күплекләренең кисешмәсе дип нинди күплекне атыйлар? Эйлер түгәрәкләре ярдәмендә күрсәтегез.
6. A {1; 3; 5; 7; 9} һәм B {2; 3; 5; 7} күплекләренең берләшмәсен һәм кисешмәсен табыгыз.
7. C — 5 кә кабатлы саннар күплеге, D 10 га кабатлы саннар күплеге булсын. $C \cup D$ һәм $C \cap D$ ны табыгыз.

«Классификация» терминын беләм, аның мәгънәсен аңлыйм.

8. Классификацияләүгә мисаллар китерегез (математикадан һәм реаль тормыштан).

Комбинаторика мәсьәләләрен чишкәндә, мөмкин булган вариантларны сайлап алуны куллана алам.

9. Мәсьәләләрне чишегез:
а) Язылышында 3, 4 һәм 5 цифрларын бер генә тапкыр кулланып, ничә өчурынлы сан язып була?
б) Биш төстәге шарлар сатыла. Мәликәгә әнисе төрле төстәге ике шар сатып алырга рөхсәт биргән. Мәликәнең ничә сайлап алу варианты бар?

Тагын башка биремнәрне дә башкара алам (берничә номерны күрсәтегез).

$C = 2\pi r$

11 нче БҮЛЕК

Рациональ саннар

Сез математик исәпләүләр өчен дә, тормышта да, бөтен саннардан тыш, вакланмалы, хәтта тискәре вакланмалы саннар кирәклеген беләсез. Мәсәлән, предприятиегә килгән зыян 1,5 млн с. булса, аны тискәре табыш буларак күрсәтү уңайлырак: −1,5 млн с. Яисә сәясәтченең популярлыгы 8,3% ка төшсә, моны таблицада «Популярлык үсеше» баганасына тискәре үсешне күрсәтүче −8,3% саны белән билгелиләр.
Бу бүлектә тискәре вакланмалы саннарны өйрәнерсез, һәм сез бөтен саннар белән дә, шулай ук уңай һәм тискәре вакланмалы саннар белән дә эш итә алырсыз.

11.1 Нинди саннарны рациональ дип атыйлар

Моңарчы кулланылган вакланмалы саннарны хәзер *уңай* вакланмалы саннар дип атарбыз, алар белән беррәттән *тискәре* вакланмалы саннарны да карап үтәрбез.

Уңай вакланмалы саннарны да, уңай бөтен саннар кебек, алдына «плюс» тамгасы куеп язарга мөмкин. Мәсәлән, $+0{,}1$ һәм $0{,}1$ — бер үк сан. Ягъни $+0{,}1=0{,}1$.

Тискәре вакланмалы саннарны да, тискәре бөтен саннар кебек, алдына «минус» куеп язалар: -1; $-8{,}07$; $-2\frac{1}{6}$ һ.б.

Белгәнегезчә, $\frac{1}{3}$ һәм $-\frac{1}{3}$, $8{,}07$ һәм $-8{,}07$, $2\frac{1}{6}$ һәм $-2\frac{1}{6}$ кебек вакланмалы саннарны *капма-каршы саннар* дип атыйлар.

Әгәр уңай яки тискәре саннар алдына «плюс» тамгасын куйсак, шул сан үзе үк килеп чыга; ә «минус» тамгасы куелса, бирелгән санга капма-каршы сан килеп чыга. Мәсәлән:

$$+(+3{,}5)=+3{,}5=3{,}5; \qquad -(+3{,}5)=-3{,}5;$$

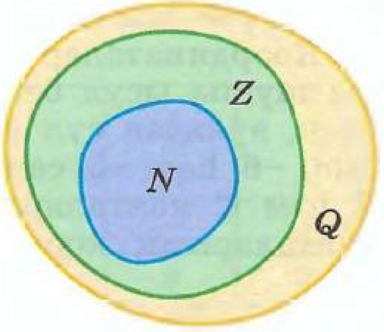
$$+(-3{,}5)=-3{,}5; \qquad -(-3{,}5)=+3{,}5=3{,}5.$$

Бөтен һәм вакланмалы саннар күплеге бергә рациональ саннар күплеген төзи.

Рациональ саннарга мисаллар: $\frac{1}{3}, -\frac{22}{7}$, 18,4, –148, 256, 0.

Рациональ саннар күплегенең дә, натураль һәм бөтен саннар күплекләре кебек, «үз исеме» бар, аны **Q** хәрефе белән күрсәтәләр.

Белгәнегезчә, натураль саннар – бөтен саннар күплекчәсе, ә бөтен саннар үз чиратында рациональ саннар күплекчәсе була. Бу бәйләнешне кыскача болай язып була: $N \subset Z \subset Q$. N, Z һәм Q күплекләре арасындагы бәйләнеш 11.1 нче рәсемдә сурәтләнгән.



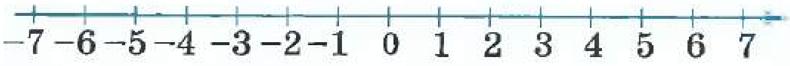
Рәс. 11.1

«Рациональ саннар» атамасы барлыкка килүнең төрле версияләре бар. Шуларның берсе: «рациональ» сүзе латин телендәге ratio сүзеннән килеп чыккан, «акыл» мәгънәсен аңлата. Борынгы грек математиклары, практик яктан мөһим мәсьәләләрне чишкән вакытта, бөтен саннар гына түгел, вакланмалы саннарның да җитмәвен ачыклаганнар (мәсәлән, кисемтәләрнең озынлыгын үлчәү өчен). Яңа саннар уйлап табарга кирәк булган. Бу яңа саннарны иррациональ саннар, ягъни «акылсыз», аңлаешсыз саннар дип атаганнар (алар турында сез югары сыйныфларда белерсез). Аларга каршы кую өчен кулланылган «яхшы» саннарны рациональ, «акыллы» саннар дип атаганнар.

- Бирелгән $\frac{3}{4}$; 1; –2,1; 0; 6; –100; 3,05; –7 саннары арасыннан:

  а) натураль саннарны; б) бөтен саннарны; в) тискәре вакланмалы саннарны; г) рациональ саннарны әйтегез.
- 12,3; –8,7; 100; –100 саннарына капма-каршы саннарны әйтегез.
- $+(+0,4)$; $-\left(+\frac{1}{2}\right)$; $+(-15)$; $-(-7,6)$ аңлатмаларын җәяләрсез языгыз.

Координаталар турысында бөтен саннарны ничек билгеләргә кирәклеген сез беләсез. Мәсәлән, 1, 2, 3, 4 саннарын координаталар турысында билгеләү өчен, нульдән уң якка озынлыклары 1, 2, 3, 4 берәмлек булган кисемтәләр салабыз. Ә –1, –2, –3, –4 саннарын билгеләү өчен, нульдән сул якка озынлыклары 1, 2, 3, 4 берәмлек булган кисемтәләр салабыз. 11.2 нче рәсемдәге координаталар турысында –7 дән 7 гә кадәрге бөтен саннар сурәтләнгән.



Рәс. 11.2

Координаталар турысында бөтен саннар арасында вакланмалы саннар урнашкан: уң нурда — уңай саннар, сулда — тискәреләр.

Мәсәлән, координаталар турысында 3,5 һәм −3,5 саннарын билгеләргә кирәк булсын. 3,5 санын сурәтләү өчен, 0 ноктасыннан уңга, 3,5 берәмлек озынлыгындагы кисемтә салабыз һәм 3,5 санын күрсәтүче ноктаны табабыз; −3,5 санын сурәтләү өчен, 0 ноктасыннан сулга шундый ук озынлыктагы кисемтә салабыз, −3,5 санын күрсәтүче ноктаны табабыз (рәс. 11.3).

Координаталар турысында теләсә нинди уңай яки тискәре санны шушы ысул белән сурәтләп була. Мәсәлән, −5,2 санын сурәтләү өчен, нульдән сул якка 5,2 берәмлек озынлыгындагы кисемтә салабыз, −6 һәм −5 саннары арасына урнашкан ноктаны табабыз. *O, A, B* һәм *C* нокталарына туры килгән 0; 3,5; −3,5; −5,2 саннары бу нокталарның координаталары була: (0); A (3,5); B (−3,5); C (−5,2).

Рәс. 11.3

Капма-каршы саннар координаталар турысында *O* (0) ноктасыннан бертигез ераклыкта урнашкан нокталар белән сурәтләнә. Мәсәлән, 3,5 һәм −3,5 саннарына туры килгән нокталар *O* ноктасыннан 3,5 берәмлек озынлыкта һәм аның уң һәм сул якларында урнаша (рәс. 11.3 не к.).

- Координаталар турысында 5; −5; 2,5; −2,5 саннарын билгеләгез. Ничек эш йөртүегезне аңлатыгыз.
- Капма-каршы саннарга туры килгән нокталар координаталар турысында ничек урнашкан?

A

Символлар белән эшлибез (861–863)

861 Төрле ысуллар белән укыгыз:

а) $2 \in \boldsymbol{N}$; в) $-90 \in \boldsymbol{Z}$; д) $1{,}2 \notin \boldsymbol{Z}$;
б) $2 \in \boldsymbol{Z}$; г) $-90 \in \boldsymbol{Q}$; е) $1{,}2 \in \boldsymbol{Q}$.

Үрнәк. а) 2 саны натураль саннар күплегенә керә, яки 2 — натураль сан.

862 Түбәндәге раслауларны символлар телендә языгыз:

а) 18 саны — натураль;
б) −26 саны — рациональ;
в) 2,7 саны — бөтен сан түгел;
г) −1,5 саны — натураль сан түгел.

863 Бирелгән сан кайсы саннар күплегенә — ***N, Z, Q*** — керә:

а) 15; б) −30; в) 2,5; г) −12,5?

Тиешле раслауларны математик символлар ярдәмендә языгыз.

Үрнәк. а) $15 \in \boldsymbol{N}$, $15 \in \boldsymbol{Z}$, $15 \in \boldsymbol{Q}$.

864 Дөрес яки дөрес түгел Дөрес булмаган раслауны табыгыз:
1) $-8 \in \mathbf{Z}$; 2) $-3 \notin \mathbf{N}$; 3) $13 \notin \mathbf{Q}$; 4) $1{,}7 \in \mathbf{Q}$.

865 Бирелгән санга капма-каршы санны әйтегез:
-100; $100{,}45$; $-2\frac{7}{9}$; $\frac{11}{3}$; $0{,}001$; $-\frac{1}{100}$.

866 Таблицаны тутырыгыз.

a	1	3	−2,4	$-\frac{3}{7}$				
$-a$	−1				6	−5,4	$\frac{1}{8}$	$-\frac{2}{3}$

867 $-2{,}5$; $1\frac{1}{2}$; $-1{,}5$; $\frac{7}{2}$; $-2\frac{1}{2}$; $-3{,}5$ саннары арасыннан:

а) тигез саннарны;

б) капма-каршы саннарны күрсәтегез.

868 Язуны гадиләштерегез:

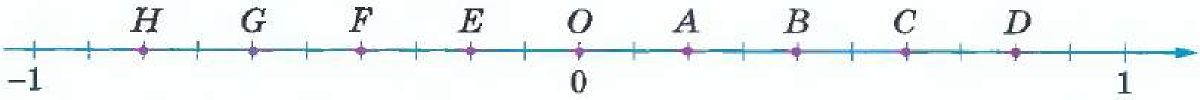
а) $+(-2{,}4)$; $+(+0{,}6)$; $+\left(-\frac{5}{7}\right)$; б) $-(1{,}7)$; $-(-8{,}5)$; $-\left(-\frac{2}{9}\right)$.

869 Бирелгән һәм алар арасында урнашкан барлык бөтен саннарны координаталар турысында билгеләгез: а) −3 һәм 4; б) −8 һәм 1; в) −28 һәм −20.

870 Бирелгән нокталарның координаталарын языгыз (рәс.11.4).

Рәс. 11.4

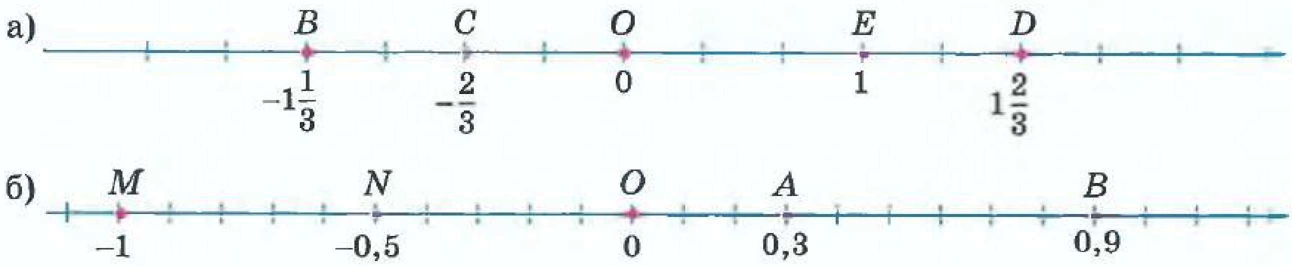
871 Координаталар турысында нокталар билгеләнгән (рәс.11.5). Аларның координаталарын языгыз.



Рәс. 11.5

872 а) Координаталар турысы сызыгыз (берәмлек кисемтәне 2 шакмак итеп алыгыз) һәм анда 0,5; 1,5; 2,5; −0,5; −1; −3; −3,5; −4,5 саннарына туры килгән нокталарны билгеләгез.

б) Координаталар турысы сызыгыз (берәмлек кисемтәне 6 шакмак итеп алыгыз). Анда бирелгән саннарга туры килгән нокталарны билгеләгез: $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}$; $1\frac{1}{3}$; $-\frac{1}{3}$; -1; $-1\frac{1}{2}$.



Рәс. 11.6

873 Координаталар турысында (рәс. 11.6, *а*, *б*) кайбер саннарга туры килгән нокталар билгеләнгән. Дәфтәрегезгә рәсемне сызыгыз һәм бу саннарга капма-каршы булган саннарны нокталар белән билгеләгез. Барлык билгеләнгән нокталарның координаталарын әйтегез.

874 Координаталар турысында бирелгән нокталарның кайсысы координаталар башлангычыннан ераграк урнашкан:

а) $A(-17)$ яки $B(-80)$; в) $K(-0{,}5)$ яки $L(-0{,}50)$;

б) $C(-3{,}03)$ яки $D(-2{,}97)$; г) $M\left(-\frac{5}{6}\right)$ яки $N\left(-\frac{8}{9}\right)$?

Б

Символлар белән эшлибез (875–876)

875 $\mathbf{N} \subset \mathbf{Z}$ бәйләнешенең укылышын сез беләсез: натураль саннар бөтен саннарның күплекчәсе була. Бу бәйләнешне башкачарак та укырга мөмкин: теләсә нинди натураль сан бөтен була. Натураль, бөтен һәм рациональ саннар күплекләре арасындагы бәйләнешләрне төрле ысуллар белән укыгыз һәм Эйлер түгәрәкләре ярдәмендә сурәтләгез: $\mathbf{N} \subset \mathbf{Z}$, $\mathbf{N} \subset \mathbf{Q}$, $\mathbf{Z} \subset \mathbf{Q}$, $\mathbf{N} \subset \mathbf{Z} \subset \mathbf{Q}$.

876 Тигезлекләрне тәмамлагыз:

а) $\mathbf{N} \cap \mathbf{Z} = \ldots$; $\mathbf{N} \cap \mathbf{Q} = \ldots$; $\mathbf{Z} \cap \mathbf{Q} = \ldots$;

б) $\mathbf{N} \cup \mathbf{Z} = \ldots$; $\mathbf{N} \cup \mathbf{Q} = \ldots$; $\mathbf{Z} \cup \mathbf{Q} = \ldots$.

877 Координаталар турысында бирелгән нокталар арасында урнашкан һәм ваклаучысы 7 гә тигез булган барлык ваклнмаларны язып алыгыз:

а) $C\left(-\frac{6}{7}\right)$ һәм $D\left(-\frac{2}{7}\right)$; б) $K\left(-\frac{13}{7}\right)$ һәм $P\left(-1\frac{1}{7}\right)$.

878 Координаталар турысында бирелгән нокталар арасында урнашкан, өтердән соң бер тамгалы барлык унарлы вакланмаларны язып алыгыз:

а) $C(-3{,}9)$ һәм $D(-3{,}1)$; б) $K(-10{,}9)$ һәм $P(-9{,}9)$.

879 Координаталар турысында a һәм b саннары билгеләнгән (рәс. 11.7).
а) Бу саннарның кайсысы уңай сан, кайсысы тискәре?
б) Турыда аларга капма-каршы булган $-a$ һәм $-b$ саннарын циркуль ярдәмендә ничек билгеләргә була?

Рәс. 11.7

880 **Фикер йөртәбез** Әгәр:

а) $-x = 5\frac{1}{3}$; б) $-x=-3{,}2$; в) $-(-x)=-0{,}5$; г) $-(-x)=10$ булса, билгесез x санының кыйммәтен табыгыз.

Үрнәк. Әгәр $-x=2{,}4$ булса, x ны табарга кирәк. Болай фикер йөртәбез: x ка капма-каршы сан 2,4 кә тигез. Димәк, $x=-2{,}4$.

К

881 Көндез һава температурасы $t°$ булган, ә кичкә 5° ка төшкән. Кичен һава температурасы күпме булган (тиешле аңлатманы языгыз)? Әгәр $t=-2$, $t=8$, $t=-8$ булса, кичке температураны табыгыз.

882 Тигезләмәне чишегез: а) $0{,}5x+3=9$; б) $\frac{1}{3}x-2=0$.

883 Кондитер кибетендә биш төрле пирожный бар. Тәмле тамак ничә төрле ысул белән бертөрле булмаган ике пирожный сайлый ала?

Күрсәтмә: һәр төр пирожныйны, 1 дән 5 кә кадәр номер биреп, кодлаштырыгыз.

884 *ABC* өчпочмагын һәм өчпочмак белән кисешми торган ике параллель туры k һәм m ны сызыгыз. 1) k турысына карата; 2) m турысына карата *ABC* өчпочмагына симметрик өчпочмак төзегез. Ике яңа өчпочмакның тиңдәш яклары үзара ничек урнашкан?

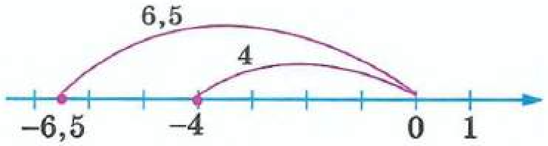
11.2 Рациональ саннарны чагыштыру. Санның модуле

Сез инде уңай саннарны да, ике бөтен санны да чагыштыра беләсез. Ә хәзер, теләсә нинди рациональ саннарны чагыштыру ысулын өйрәнергә кирәк. Чагыштыру кагыйдәсен безгә координаталар турысы «күрсәтер». Нәкъ элеккечә, координаталар турысында бирелгән ике санга туры килгән нокталарның сулдарак урнашканы — кечерәк, ундарагы зуррак була. Тискәре саннарга туры килгән нокталар координаталар турысында нульдән — сулдарак, ә уңай саннарга туры килгәннәре уңдарак урнаша. Шуңа күрә:

Теләсә нинди тискәре сан нульдән кечерәк.
Теләсә нинди уңай сан нульдән зуррак.
Теләсә нинди тискәре сан теләсә нинди уңай саннан кечерәк.

Мәсәлән: $-5{,}8<0$; $2{,}5>0$; $-100<0{,}1$.

- Координаталар турысы ярдәмендә ике санны ничек чагыштырып булуы турында сөйләгез. 4,7 һәм −2,5 саннарының бер-берсенә карата ничек урнашуын схематик рәвештә күрсәтегез һәм аларны чагыштырыгыз.
- Кайсы сан зуррак: уңай сан яки нуль; тискәре сан яки нуль; уңай сан яки тискәре сан? Мисаллар китерегез.



Рәс. 11.8

Ике тискәре санны ничек чагыштыруларын карап үтик. Мәсәлән, −6,5 һәм −4 саннарын чагыштырабыз. −6,5 санына туры килгән нокта координаталар башлангычыннан 6,5 берәмлеккә, ә −4 санына туры килгән нокта 4 берәмлеккә ераклашкан (рәс. 11.8). −6,5 санына туры килгән нокта сулдарак урнашкан, шуңа күрә −6,5<−4.

Ике тискәре сан −6,5 һәм −4 нең кайсысы кечерәк икәнен ачыклау өчен, без ике уңай сан 6,5 һәм 4 не чагыштырдык — координаталар турысында нульдән алып бирелгән нокталарга кадәрге ераклыкларны. Координаталар турысында санны сурәтләүче нокта белән нуль арасындагы ераклыкны икенче төрле бу *санның модуле* дип атыйлар.

−6,5 санының модуле 6,5 кә, ә −4 санының модуле 4 кә тигез. «Модуль» атамасын кулланып, ике тискәре санны чагыштыру ысулын кагыйдә рәвешендә әйтеп була.

Ике тискәре санның модуле зуррак булганы кечерәк була.

«Модуль» латин сүзе modusтан килеп чыккан, ул үлчәү «берәмлеге», «зурлык» дигәнне аңлата. Уңай санның модуле бу санның үзенә тигез. Мәсәлән, 3 санының модуле 3 кә тигез, чөнки 3 саны исәп башлангычыннан 3 берәмлек ераклыкта урнашкан. Тискәре санның модулен табу да бик җиңел. Моның өчен бары тик «минус» тамгасын гына алып ташларга кирәк. Ә 0 санының модуле 0 гә тигез, чөнки 0 саны үзеннән «0 берәмлек» ераклыкта урнашкан. Димәк:

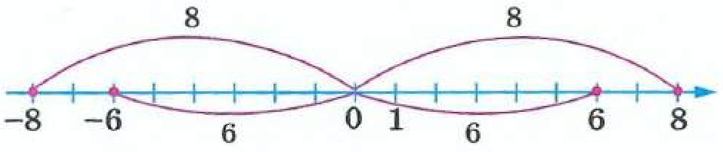
Уңай санның модуле санның үзенә тигез.
Тискәре санның модуле аңа капма-каршы санга тигез.
Нульнең модуле нульгә тигез.

Аңлашыла ки, модуль бары тик уңай сан яки нуль генә була ала.

Модуль өчен махсус тамга бар. Әгәр a саны бирелсә, аның модулен $|a|$ символы белән тамгалыйлар. Мәсәлән: $|-6,5|=6,5$, $|-4|=4$, $|3|=3$, $|0|=0$.

Координаталар турысында санга туры килгән нокта нульдән никадәр ераграк булса, аның модуле шулкадәр зуррак була. Капма-каршы саннарның модульләре тигез, ә аларга туры килгән нокталар нульгә карата симметрик була.

Мәсәлән, $|-8|=|8|=8$, $|6|=|-6|=6$ (рәс. 11.9).



Рәс. 11.9

- Координаталар турысы ярдәмендә −3,5 һәм −8 саннарын ничек чагыштырып булуын күрсәтегез. Ике тискәре санны чагыштыру кагыйдәсен әйтегез.
- Уңай санның, тискәре санның модулен ничек табарга? Мисаллар китерегез. Нуль санының модуле нәрсәгә тигез?
- Модуле 3 кә тигез булган саннарны әйтегез һәм аларны координаталар турысында сурәтләгез.

A

Кагыйдә буенча эшлибез (885–886)

885 Саннарны нуль белән чагыштырыгыз:

а) $2\frac{1}{3}$; $-0,7$; $3,13$; $-\frac{1}{8}$;   б) $0,4$; $-\frac{13}{17}$; $2,01$; $-3\frac{2}{3}$.

886 Саннарны чагыштырыгыз:

а) $-\frac{1}{7}$ һәм $1\frac{1}{2}$;   в) $-3\frac{1}{9}$ һәм $\frac{1}{2}$;   д) $6\frac{5}{7}$ һәм $-13\frac{6}{7}$;

б) $-3,9$ һәм $0,1$;   г) $3,5$ һәм $-3,7$;   е) $-2,3$ һәм $3,2$.

887 **Фикер йөртәбез** Кайсы сан координаталар турысында сулдарак урнашкан, аларның кайсысы кечерәк:

а) -3 яки -4;   в) $-10\frac{1}{2}$ яки $-\frac{1}{6}$;

б) $-9,5$ яки $-9,1$;   г) $-30\frac{1}{3}$ яки $-30\frac{2}{3}$?

888 **Модельләштерәбез** Түбәндәге сан нинди ике күрше бөтен сан арасында була? Җавапны икеле тигезсезлек рәвешендә языгыз: $-0,4$; $-2\frac{1}{3}$; $-101,1$; $-57\frac{5}{7}$.

Күрсәтмә. Координаталар турысында бирелгән санны һәм аның сул һәм уң ягында иң якын торган ике бөтен санны схематик рәвештә сурәтләгез, аннан соң икеле тигезсезлек языгыз. Мәсәлән, $-6<-5,8<-5$.

889 Санның модуле күпмегә тигез:

а) -3; 4; 70; -62; -100; 360;   б) $-3,9$; $3,9$; $\frac{1}{2}$; $-\frac{1}{2}$; $3,13$; $-3,13$?

Кагыйдә буенча эшлибез (890–891) Саннарны чагыштырыгыз:

890 а) -6 һәм -8; б) -9 һәм -8; в) $-1{,}2$ һәм $-3{,}4$; г) $-16{,}5$ һәм -16; д) $-12{,}9$ һәм $-1{,}29$; е) $-3{,}1$ һәм $-3{,}12$; ж) $-15{,}1$ һәм $-14{,}9$; з) $-0{,}1$ һәм $-0{,}01$.

891 а) $-\frac{1}{2}$ һәм -1; б) $-1\frac{1}{3}$ һәм $-1\frac{1}{2}$; в) -2 һәм $-1\frac{1}{3}$; г) $-\frac{5}{6}$ һәм $-\frac{1}{6}$; д) $-\frac{11}{7}$ һәм $-\frac{7}{11}$; е) $-\frac{2}{3}$ һәм $-\frac{3}{4}$; ж) $-4{,}12$ һәм $-4{,}21$; з) $-7{,}3$ һәм $-7{,}03$.

892 Саннарны үсә бару тәртибендә урнаштырыгыз. Җавапны икеле тигезсезлек рәвешендә языгыз:

а) 0; $-\frac{1}{2}$; $\frac{1}{2}$; б) $1{,}7$; 0; $-1{,}7$; в) $2{,}5$; $-2{,}1$; $0{,}5$; г) $-\frac{1}{3}$; $-\frac{2}{3}$; 0.

Символлар белән эшлибез (893–895)

893 Исәп башлангычы *O* ноктасыннан нокталарның нинди ераклыкта булуын модуль тамгасын кулланып языгыз:

а) $A(1{,}5)$; б) $M(0)$; в) $K(-1{,}4)$; г) $L\left(-2\frac{3}{4}\right)$.

Үрнәк. $B(-2{,}7)$; $BO = |-2{,}7| = 2{,}7$.

894 Табыгыз:

а) $|5|$; б) $|-10|$; в) $|3{,}6|$; г) $\left|-\frac{2}{3}\right|$; д) $\left|\frac{1}{7}\right|$; е) $|-0{,}5|$; ж) $|-9{,}3|$; з) $\left|\frac{5}{9}\right|$.

895 Чагыштырыгыз:

а) $|-3|$ һәм $|3|$; б) $|-100|$ һәм $|20|$; в) $|2{,}1|$ һәм $|-2{,}1|$; г) $|1{,}3|$ һәм $|-0{,}5|$; д) $\left|-\frac{1}{4}\right|$ һәм $\left|-\frac{1}{10}\right|$; е) $\left|\frac{3}{4}\right|$ һәм $\left|-\frac{1}{5}\right|$.

Б

896 Исәплегез:

а) $|5| + |-5|$; б) $|-25| + |-20|$; в) $|(-29) + (-1)|$; г) $|(-3) + 15|$.

897 Чагыштырыгыз:

а) $|3| + |7|$ һәм $|3 + 7|$; б) $|-1| + |10|$ һәм $|(-1) + 10|$; в) $|-6| + |5|$ һәм $|(-6) + 5|$; г) $|-5| + |-8|$ һәм $|(-5) + (-8)|$.

898 Саннарны үсә бару тәртибендә урнаштырыгыз:

а) $-2\frac{1}{3}$; -5; 0; $-3{,}5$; $2{,}6$; $6\frac{1}{5}$; б) $5\frac{2}{3}$; -9; 0; $1\frac{1}{4}$; $-2{,}7$; $-3{,}12$.

899 Саннарны кими бару тәртибендә урнаштырыгыз:

а) $-3\frac{1}{3}$; -3; 6; 0; $2\frac{1}{2}$; -9; б) -10; -16; $-\frac{1}{5}$; 0; $\frac{1}{3}$; $2\frac{1}{7}$.

900 Координаталар турысында *a*, *b* һәм *c* саннары сурәтләнгән (рәс.11.10–11.12).

Һәр очрак өчен *a*, *b* һәм *c* саннарын нуль белән чагыштырыгыз; *a* һәм *c*, *a* һәм *b*, *b* һәм *c* саннарын чагыштырыгыз.

Рәс. 11.10

Рәс. 11.11

Рәс. 11.12

901 **Дөрес яки дөрес түгел** Координаталар турысында *a*, *b* һәм *c* саннары сурәтләнгән (рәс.11.12 не к.). Бу саннар өчен түбәндәге раслауларның кайсылары дөрес?

1) $a>0$, $a<b<c$. 3) $a>0$, $c<b<a$.

2) $c<0$, $a<b<c$. 4) $c<0$, $c<a<b$.

902 **Фикер йөртәбез** *x* ның әлеге тигезлек үтәлә торган кыйммәтләре бармы? Әгәр булса, аларны әйтегез:

а) $|x|=0$; б) $|x|=4$; в) $|x|=-1$; г) $|x|=3{,}8$.

903 Координаталары а) $|a|=6$; б) $|a|\leqslant 6$; в) $|a|\geqslant 6$ шартын канәгатьләндерә торган нокталарны координаталар турысында күрсәтегез.

Анализлыйбыз (904–905)

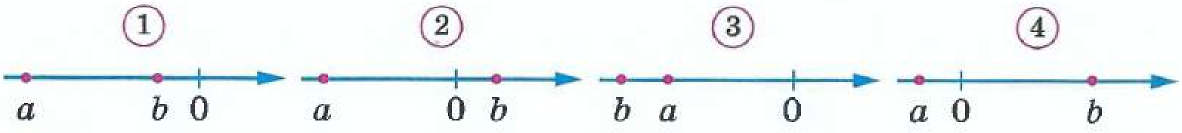
904 Әгәр:

а) *a* һәм *b* саннары — тискәре һәм $|b|>|a|$ булса;

б) *a* һәм *b* саннары — тискәре һәм $|a|>|b|$ булса;

в) *a* саны — тискәре, *b* саны — уңай һәм $|a|<|b|$ булса;

г) *a* саны — тискәре, *b* саны — уңай һәм $|a|>|b|$ булса, *a* һәм *b* саннары рәсемнәрнең кайсында сурәтләнгән (рәс.11.13)?



Рәс. 11.13

905 Координаталар турысында *c* һәм *d* саннары сурәтләнгән (рәс.11.14, *а–г*). Аларның модульләрен чагыштырыгыз.

Рәс. 11.14

Дөрес яки дөрес түгел (906—907) Раслау дөресме икәнен ачыклагыз. Дөрес булмаган раслауларга контрмисал китерегез:

906 а) Теләсә нинди a саны өчен $|a| = |-a|$ тигезлеге үтәлә;
б) теләсә нинди a саны өчен $|a| \neq -|a|$.

907 а) Әгәр $a = b$ булса, $|a| = |b|$ була;
б) әгәр $|a| = |b|$ булса, $a = b$ була.

К

908 Азат авырып киткән. Көндез аның температурасы $t°$ була, ә кичкә 0,4° ка төшкән. Кич белән Азатның температурасы нинди булган (тиешле аңлатманы языгыз)? Әгәр $t = 37{,}3$; $t = 38{,}1$ булса, кичен Азатның температурасы күпме булган?

909 Тигезләмәне чишегез: а) $1{,}5(1 + x) = 4{,}5$; б) $2(x - 7) = 1$.

910 Футбол ярышларында беренчелек өчен 5 команда катнаша. Әгәр:
а) һәр команда башка командалар белән бер генә тапкыр уйнарга тиеш булса;
б) һәр команда башка командалар белән үз кырында һәм читтә икешәр тапкыр уйнарга тиеш булса, ничә матч уздырылган?

911 O ноктасы — $ABCD$ турыпочмаклыгының симметрия үзәге (рәс. 11.15). MP һәм KN турылары турыпочмаклыкның якларына перпендикуляр; $KN = 6$ см; $MP = 4$ см. а) $ABCD$; ә) $KBMO$; б) $AKND$ турыпочмаклыкларының периметрын табыгыз.

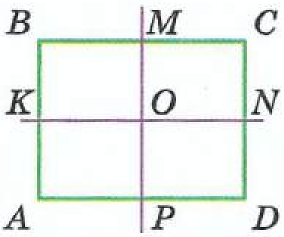


Рис. 11.15

11.3 Рациональ саннар белән гамәлләр

Бөтен саннар белән гамәлләр кагыйдәләрен кулланганда, без тормыш тәҗрибәсенә: керемнәр һәм чыгымнар, отышлар һәм оттырышлы очколар очраклары мисалларына таянып эш иттек. Хәзер бу кагыйдәләрне, санның модуле төшенчәсен кулланып, төгәлрәк әйтергә була.

Бер үк тамгалы ике сан суммасының тамгасы кушылучыларның тамгасы белән бертөрле була. Сумманың модулен табу өчен, кушылучыларның модульләрен кушарга кирәк.
Төрле тамгалы ике сан суммасының тамгасы зуррак модульле кушылучының тамгасы кебек була. Сумманың модулен табу өчен, зуррак модульдән кечерәк модульне алырга кирәк.

Бу кагыйдәләр бөтен саннар өчен генә түгел, теләсә кайсы рациональ саннарны кушканда да кулланыла. Игътибар итегез: һәр кагыйдәдән ике төп моментны аерып була — сумманың тамгасын билгеләү һәм аның модулен табу ысулын ачыклау.

1 нче мисал. Сумманы исәплибез: $-\frac{1}{5}+\left(-\frac{3}{5}\right)$.

Ике тискәре санның суммасы тискәре булганга, җавапта «минус» тамгасы язабыз, аннан соң $\frac{1}{5}$ гә $\frac{3}{5}$ не кушабыз, $-\frac{4}{5}$ килеп чыга.

Язуны «чылбыр» рәвешендә язарга мөмкин:

$$-\frac{1}{5}+\left(-\frac{3}{5}\right)=-\left(\frac{1}{5}+\frac{3}{5}\right)=-\frac{4}{5}.$$

2 нче мисал. Сумманы табарга: $-3{,}29+8{,}87$.

Уңай санның модуле зуррак, шуңа күрә җавапта «плюс» тамгасы куябыз. Сумманың модулен алып табабыз: $8{,}87-3{,}29=5{,}58$. Шулай итеп, $-3{,}29+8{,}87=5{,}58$.

Рациональ саннарны алу да, бөтен саннардагы кебек, кушуга кайтып кала.

Бер саннан икенчесен алу өчен, кимүчегә киметүченең капма-каршысын кушарга кирәк.

3 нче мисал. $-\frac{2}{15}$ һәм $-\frac{3}{10}$ саннарының аермасын табабыз.

$$-\frac{2}{15}-\left(-\frac{3}{10}\right)=-\frac{2}{15}+\left(+\frac{3}{10}\right)=-\frac{4}{30}+\frac{9}{30}=+\left(\frac{9}{30}-\frac{4}{30}\right)=\frac{5}{30}=\frac{1}{6}.$$

Алуны без кушуга алмаштырдык һәм вакланмаларны уртак ваклаучыга китердек. Уңай тамгалы кушылучының модуле зуррак булганга, сумманың тамгасы уңай була. Сумманың модулен алу гамәле белән таптык.

- Бертөрле һәм төрле тамгалы саннарны кушуны мисаллар белән аңлатыгыз: а) $-6{,}3+(-4{,}5)$; б) $-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}$.
- Исәпләүләрне башкармыйча гына, сумманың тамгасын ачыклагыз: а) $-4{,}2+(-4{,}7)$; б) $0{,}7+(-0{,}2)$; в) $-\frac{2}{3}+\frac{1}{2}$.
- Бер саннан икенче санны алу кагыйдәсен әйтегез һәм аны $-10-(-4{,}5)$ мисалында аңлатыгыз.

Бөтен саннарны тапкырлаган һәм бүлгән кебек, ике рациональ санны тапкырлаганда һәм бүлгәндә, башта кагыйдә буенча нәтиҗәнең тамгасы ачыклана, аннан соң модуле табыла.

Бертөрле тамгалы ике санның тапкырчыгышы – уңай, ә төрле тамгалы ике санның тапкырчыгышы тискәре.
Тапкырчыгышның модулен табу өчен, тапкырлашучыларның модульләрен тапкырларга кирәк.

4 нче мисал. $\frac{3}{5}$ һәм $\left(-\frac{5}{9}\right)$ саннарының тапкырчыгышын табабыз.

$$\frac{3}{5}\cdot\left(-\frac{5}{9}\right)=-\frac{3\cdot 5}{5\cdot 9}=-\frac{1}{3}.$$

Бертөрле тамгалы ике санның өлеше уңай, ә төрле тамгалы ике санның өлеше тискәре.
Өлешнең модулен табу өчен, бүленүченең модулен бүлүченең модуленә бүләргә кирәк.

5 нче мисал. Өлешләрне табабыз: $(-5{,}4):(-0{,}9)$ һәм $\left(-\frac{2}{3}\right):\frac{4}{3}$.

Әйтелгән кагыйдәдән файдаланып табабыз:

$$(-5{,}4):(-0{,}9)=+\frac{5{,}4}{0{,}9}=\frac{54}{9}=6;\quad \left(-\frac{2}{3}\right):\frac{4}{3}=-\left(\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}\right)=-\frac{1}{2}.$$

- Рациональ саннарны тапкырлаганда һәм бүлгәндә, тамганы ачыклау кагыйдәсен әйтегез.
- Исәпләүләрне башкармыйча гына, тапкырчыгышның яки өлешнең тамгасы уңаймы яки тискәреме булуын ачыклагыз:

а) $8{,}4\cdot(-26{,}9)$; б) $(-3{,}7)\cdot(-2{,}1)$; в) $(-15{,}2):32{,}9$; г) $(-84{,}4)\cdot(-21{,}1)$.

Тискәре вакланмаларны төрлечә язарга мөмкин. Мәсәлән, $(-5):6$ һәм $5:(-6)$ өлешләрен карыйбыз. Аларның һәркайсы тискәре сан $-\frac{5}{6}$ кә тигез. Бу өлешләрнең һәркайсын вакланма сызыгы ярдәмендә язарга мөмкин:

$$(-5):6=\frac{-5}{6},\quad 5:(-6)=\frac{5}{-6}.$$

Шулай итеп, $-\frac{5}{6}=\frac{-5}{6}=\frac{5}{-6}$.

Тискәре вакланмаларны язганда, «минус» тамгасын вакланма алдына да куярга, санаучыга да кертергә, ваклаучыга да күчерергә мөмкинлеген күрдегез.

Вакланмалар белән гамәлләр башкарганда, исәпләүләрне гадиләштерү өчен, үзлекне ничек кулланып булуын күрсәтәбез.

6 нчы мисал. $-\frac{1}{3}+\frac{5}{9}$ аңлатмасының кыйммәтен табабыз.

Үзлектән файдаланып, кайсы вакланманың модуле зуррак икәнен ачыкламыйча гына да эш итәргә мөмкин.

$$-\frac{1}{3}+\frac{5}{9}=\frac{-1}{3}+\frac{5}{9}=\frac{-1\cdot 3}{9}+\frac{5}{9}=\frac{-3+5}{9}=\frac{2}{9}.$$

7 нче мисал. $-\frac{2}{5}-\frac{3}{4}$. аңлатмасының кыйммәтен табабыз.

Башта вакланманы уртак ваклаучыга китерәбез, ә аннан соң ваклаучылары бертөрле булган вакланмаларны алу кагыйдәсен кулланабыз:

$$-\frac{2}{5}-\frac{3}{4}=\frac{-2}{5}-\frac{3}{4}=\frac{-8}{20}-\frac{15}{20}=\frac{-8-15}{20}=\frac{-23}{20}=-\frac{23}{20}=-1\frac{3}{20}.$$

Карап үткән үзлектән файдаланып, теләсә нинди рациональ санны санаучысы – бөтен сан, ваклаучысы натураль сан булган вакланма рәвешендә яза алабыз. Мәсәлән, $6=\frac{6}{1}$, $-8=\frac{-8}{1}$, $-\frac{2}{3}=\frac{-2}{3}$, $0=\frac{0}{4}$. Күргәнегезчә, беренче карашка төрле булган саннарны бер үк төрле итеп язып була икән. Кыскасы, теләсә нинди рациональ санны $\frac{m}{n}$ чагыштырмасы рәвешендә язарга мөмкин, m – бөтен сан, n – натураль сан.

Нәтиҗәдә басым ясап шуны әйтергә була: бөтен саннардагы кебек, рациональ саннарны кушу һәм тапкырлау гамәлләре дә урын алыштыру, оештыру, тарату үзлекләренә ия була. Бу исә теләсә нинди тапкырчыгышта ирекле рәвештә саннарның урыннарын алыштырырга, аларны төркемнәргә берләштерергә мөмкинлек бирә. Нульне кушу, нуль һәм бергә тапкырлау үзлекләре дә саклана. −1 гә тапкырлаганда, сан капма-каршыга алыштырыла.

Кайсы очракларда өч вакланма да тигез:

а) $-\frac{2}{7}, \frac{2}{-7}, \frac{-2}{7}$; б) $-\frac{3}{4}, \frac{-3}{4}, \frac{-3}{-4}$; в) $\frac{-1}{8}, -\frac{1}{8}, \frac{1}{-8}$?

A

Кагыйдә буенча эшлибез (912–913)

912 Тискәре саннарны ничек кушуны аңлатыгыз һәм кушуны башкарыгыз:

а) $(-2,5)+(-10)$; г) $(-1,3)+(-13)$;
б) $(-2,5)+(-1)$; д) $(-15)+(-2,3)$;
в) $(-0,6)+(-0,3)$; е) $(-6,1)+(-2,3)$.

913 Сумманы табыгыз:

а) $\left(-\frac{1}{2}\right)+(-5)$; в) $\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(-\frac{1}{2}\right)$;
б) $(-7)+\left(-\frac{2}{3}\right)$; г) $\left(-1\frac{2}{5}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right)$.

914 Әгәр :

а) $a=-3,5$, $b=-4$; в) $a=0$, $b=-2\frac{1}{5}$;
б) $a=-1\frac{1}{2}$, $b=-7$; г) $a=-\frac{5}{7}$, $b=0$ булса,

$a+b$ аңлатмасының кыйммәтен табыгыз.

Кагыйдә буенча эшлибез (915—916)

915 Төрле тамгалы саннарны ничек кушуны аңлатыгыз һәм гамәлне башкарыгыз:

а) $6{,}2 + (-5)$; в) $(-12{,}9) + 2{,}1$; д) $8{,}4 + (-9{,}1)$;
б) $(-6{,}5) + 1$; г) $13{,}7 + (-2{,}5)$; е) $9{,}1 + (-0{,}8)$.

916 Исәпләгез:

а) $5\frac{1}{2} + (-3)$; в) $2\frac{1}{2} + (-6)$;
б) $4\frac{9}{11} + \left(-2\frac{1}{11}\right)$; г) $\left(-\frac{4}{5}\right) + \frac{1}{2}$.

917 Әгәр:

а) $a = 9$, $b = -2{,}4$; в) $a = 4{,}5$, $b = -1\frac{1}{2}$;
б) $a = -3\frac{1}{2}$, $b = 1$; г) $a = -14{,}8$, $b = 14{,}8$ булса,

$a + b$ аңлатмасының кыйммәтен табыгыз.

918 **Дөрес яки дөрес түгел** Кайсы раслау дөрес түгел?

1) Ике уңай санның суммасы һәрвакыт уңай.
2) Ике тискәре санның суммасы тискәре, уңай яки нуль булырга мөмкин.
3) Тискәре һәм уңай санның суммасы һәрвакыт тискәре.
4) Капма-каршы саннарның суммасы нульгә тигез.

919 **Символлар белән эшлибез** Алу гамәлен кушуга алыштырып, тигезлекләр языгыз:

а) $-15 - (-10)$; в) $12 - 20$; д) $a - (+b)$;
б) $24 - (+26)$; г) $-8 - 16$; е) $a - (-b)$.

Кагыйдә буенча эшлибез (920—922)

920 Алу гамәлен кушуга алыштырып исәпләгез:

а) $5{,}7 - (-1{,}1)$; в) $-8{,}75 - (+6{,}25)$; д) $\frac{5}{7} - \left(-\frac{2}{7}\right)$;
б) $-6{,}9 - (-10{,}3)$; г) $-\frac{3}{5} - \left(-\frac{4}{5}\right)$; е) $0 - (-7{,}1)$.

921 Әгәр

а) $a = 3$, $b = -\frac{2}{5}$; в) $a = -10{,}2$, $b = 10{,}2$;
б) $a = -0{,}11$, $b = -0{,}3$; г) $a = \frac{3}{8}$, $b = -\frac{3}{8}$ булса,

$a - b$ аңлатмасының кыйммәтен табыгыз.

922 Исәпләгез:

а) $20 - 30$; в) $-\frac{3}{4} - \frac{1}{3}$; д) $-0{,}4 - 1{,}4$;
б) $\frac{1}{3} - \frac{5}{3}$; г) $\frac{2}{5} - \frac{3}{7}$; е) $1{,}9 - 5{,}9$.

923 Тигезләмәнең тамырын табыгыз:

а) $x+21=7$; б) $32+x=-25$; в) $x+12,5=-7,5$; г) $15,2+x=2,3$.

924 Аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

а) $0,7-0,2-1,6+0,3-0,4$; в) $-\frac{1}{3}-\frac{1}{3}-\frac{1}{3}$;

б) $-3+0,9-1,4-0,2+6,1$; г) $-\frac{2}{5}-\frac{2}{5}-\frac{2}{5}-\frac{2}{5}$.

925 **Практик ситуация** Кирәк-яраклар сатып алу өчен, Мәдинәгә әтиәнисе айга бер тапкыр акча бирә. Мәдинә атналык чыгымнарын планлаштыра һәм контрольдә тота. Менә аның дүрт атна буе чыгымнарын исәпкә алып барган язулары: беренче атна – чыгымнар 6,5 с. га артып киткән, икенче атна – 3,7 с. экономия, өченче атна – чыгымнар 1,6 с. га артып киткән, дүртенче атна – 2,5 с. экономия. Дүрт атнага гомуми нәтиҗә нинди?

Күсәтмә. Чыгымнарны – тискәре, экономияне уңай саннар белән билгеләгез.

Кагыйдә буенча эшлибез (926–927)

926 Бер үк һәм төрле тамгалы саннарны ничек тапкырлауларын аңлатыгыз һәм гамәлне башкарыгыз:

а) $-3,2\cdot(-2)$; в) $1,3\cdot(-3)$; д) $-4,2\cdot 4,2$;

б) $-4,3\cdot(-2)$; г) $-5,1\cdot 0,4$; е) $-1,8\cdot(-1,8)$.

927 Исәпләгез:

а) $-\frac{1}{3}\cdot 2$; в) $-\frac{4}{9}\cdot\frac{3}{8}$; д) $-1\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}$;

б) $\frac{2}{5}\cdot(-7)$; г) $-\frac{7}{8}\cdot\left(-\frac{2}{7}\right)$; е) $2\frac{1}{5}\cdot\left(-\frac{3}{22}\right)$.

928 **Фикер йөртәбез** Дөрес тигезлек килеп чыгарлык итеп, буш урыннарны тутырыгыз:

а) $-8\cdot\ldots=-0,8$; в) $\ldots\cdot(-5,7)=5,7$; д) $-17,3\cdot\ldots=0$;

б) $3,1\cdot\ldots=-9,3$; г) $\ldots\cdot(-8,9)=-8,9$; е) $-1,2\cdot\ldots=12$.

929 Әгәр:

а) $a=-2$, $b=-3$; в) $a=-\frac{5}{9}$, $b=-1$;

б) $a=-2,1$, $b=-100$; г) $a=0$, $b=-3,7$ булса,

ab аңлатмасының кыйммәтен табыгыз.

930 Әгәр:

а) $b=-\frac{1}{2}$, $b=-2,12$, $b=-0,3$ булса, $10b$ аңлатмасының;

б) $a=-10$, $a=-1,5$, $a=-\frac{7}{24}$ булса, $3a$ аңлатмасының;

в) $x=15$, $x=-5,5$, $x=0,8$, $x=-\frac{5}{6}$ булса, $-2x$ аңлатмасының;

г) $c=-48$, $c=-1,6$, $c=2,4$ булса, $-0,5c$ аңлатмасының кыйммәтен табыгыз.

931 Тапкырчыгышның кыйммәтен табыгыз:

а) $(-10)\cdot(-0,1)\cdot(-2,5)$; в) $(-1)\cdot(-3,7)\cdot 10$;

б) $\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)$; г) $-\frac{1}{2}\cdot 2\cdot\frac{1}{3}$.

932 Дәрәҗәнең кыйммәтен табыгыз:

а) $\left(-\frac{2}{3}\right)^2$; в) $\left(-\frac{1}{10}\right)^4$; д) $(-0,2)^2$;

б) $\left(-\frac{2}{3}\right)^3$; г) $\left(-\frac{1}{10}\right)^3$; е) $(-0,5)^3$.

933 Чагыштырыгыз:

а) $(-0,4)^2$ һәм $0,2$; в) $-0,3$ һәм $-0,5^2$;

б) $-(-10)^2$ һәм $(-10)^3$; г) $(-0,1)^4$ һәм $(-0,1)^3$.

Кагыйдә буенча эшлибез (934—936)

934 Бер үк тамгалы һәм төрле тамгалы саннарны ничек бүлүләрен аңлатыгыз һәм бүлүне башкарыгыз:

а) $-\frac{4}{9}:4$; в) $1:\left(-\frac{5}{7}\right)$; д) $-\frac{5}{7}:\frac{2}{7}$;

б) $-\frac{3}{8}:(-3)$; г) $\frac{2}{3}:(-1)$; е) $\frac{11}{3}:\left(-\frac{5}{6}\right)$.

935 Бүлүне башкарыгыз:

а) $12,6:(-4)$; в) $1:(-2,5)$; д) $0,48:(-8)$; ж) $0:(-17,3)$;

б) $-5:(-2,5)$; г) $-14,4:1,2$; е) $20,9:(-1)$; з) $-99,1:(-9,91)$.

936 Әгәр:

а) $a=-3$, $b=2$; в) $a=-8,2$, $b=-0,2$; д) $a=6,12$, $b=-0,4$;

б) $a=7,6$, $b=-0,2$; г) $a=-4,5$, $b=-0,09$; е) $a=0$, $b=-8,9$ булса,

$\frac{a}{b}$ аңлатмасының кыйммәтен табыгыз.

937 Тигезләмәнең тамырын табыгыз:

а) $2x=1,8$; б) $-10x=1$; в) $-0,5x=1,5$; г) $-5x=-0,45$.

938 Аңлату тексттыннан тискәре вакланмаларны ничек язып булуы турында укыгыз. Өлешне вакланма рәвешендә языгыз, мөмкин булса кыскартыгыз:

а) $-2:3$; в) $-12:(-36)$; д) $45:(-75)$;

б) $-3:(-8)$; г) $-48:64$; е) $-25:(-15)$.

939 6 нчы һәм 7 нче мисалларда күрсәтелгән ысулларны кулланып исәпләгез:

а) $-\frac{1}{2}-\frac{1}{4}$; в) $-\frac{5}{8}-\frac{3}{4}$; д) $\frac{1}{3}-\frac{3}{4}$; ж) $\frac{2}{9}-\frac{2}{3}$;

б) $-\frac{1}{15}+\frac{1}{10}$; г) $\frac{2}{11}-\frac{3}{7}$; е) $-\frac{5}{6}+\frac{3}{2}$; з) $-\frac{3}{5}-\frac{2}{3}$.

Аңлатманың кыйммәтен табыгыз (**940—942**).

940 а) $-5 \cdot 0{,}4 + 6$; в) $-2 \cdot (-2{,}5) - 2{,}6$;

б) $-5 \cdot (0{,}4 + 6)$; г) $-2 \cdot (-2{,}5 - 2{,}6)$.

941 а) $-\frac{5}{6} + 5 \cdot \left(-\frac{2}{15}\right)$; в) $-12 \cdot \frac{3}{4} - 2 \cdot \frac{5}{12}$;

б) $\left(-\frac{5}{6} + 5\right) \cdot \left(-\frac{2}{15}\right)$; г) $-12 \cdot \left(\frac{3}{4} - 2\right) \cdot \frac{5}{12}$.

942 а) $\frac{-15 + (-1)}{-15 - (-1)}$; б) $\frac{15 - (-3{,}5)}{15 + (-3{,}5)}$; в) $\frac{-2{,}5 + 0{,}4}{-2{,}5 \cdot 0{,}4}$; г) $\frac{-15 \cdot (-0{,}6)}{0{,}5 + (-0{,}6)}$.

943 **План буенча мәсьәлә чишәбез**

а) Тукталышта автобустан 13 кеше чыккан һәм 7 кеше кергән. Икенче тукталышта 6 кеше чыккач һәм 10 кеше кергәч, автобуста 25 кеше булган. Беренче тукталышка кадәр автобуста ничә кеше булган?

Бу мәсьәләне тигезләмә төзеп чишәбез.

1) Беренче тукталышка кадәр автобуста булган пассажирлар санын x хәрефе белән билгелибез.

2) Юлда барганда керүче һәм чыгучы пассажирларның эзлеклелеген чагылдырган тигезлек язабыз:

$$x - 13 + 7 - 6 + 10 = 25.$$

3) Тигезләмәдән x ның кыйммәтен табабыз. Башта санлы кушылучыларны кушып, сул кисәкне гадиләштерәбез. $-13 + 7 - 6 + 10 = -2$ булгач, $x - 2 = 25$, $x = 25 + 2$, $x = 27$.

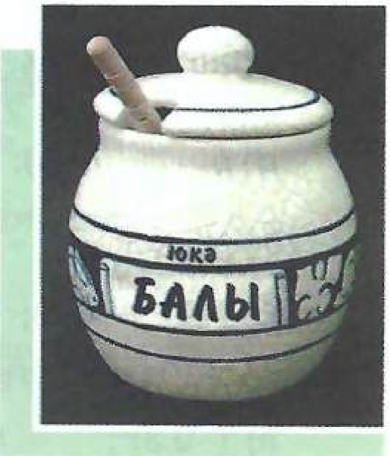
Җавап. 27 пассажир.

б) Мәсьәлә шарты буенча тигезләмә төзегез һәм, «а» пунктында тәкъдим ителгән планга нигезләнеп, аны чишегез:

Көндезге сәгать 12 гә иртәнге температура 8° ка күтәрелгән, ә яңгырдан соң 4° ка төшкән. Көндезге сәгать 4 кә янадан 5° ка күтәрелгән, ә кичкә 7° ка төшкән һәм 20° ка тигез булган. Иртә белән нинди температура булган?

944 Мәсьәләне тигезләмә төзеп чишегез. Алдагы биремдә тикшерелгән план буенча эшләгез:

а) Сатучы шикәр комын пакетларга үлчәп салган. 100 г өстәгәч, 2 кг нан артып киткән; 60 г алгач – 2 кг нан кимегән; 15 г өстәгәннән соң, төгәл 2 кг булган. Сатучы башта пакетка ничә грамм шикәр комын салган булган?



б) Бал салынган чүлмәккә 0,4 л бал өстәгәннәр, 0,75 л ын ашаганнар, аннан соң тагын 0,85 л өстәгәннәр, һәм чүлмәктә 2 л бал булып чыккан. Башта чүлмәктә күпме бал булган?

Б

945 Дөрес тигезлек чыгарлык итеп, сан сайлап куегыз:

а) $-4,5+\ldots=-3,5$;
б) $\ldots+3=-2,9$;
в) $-13,1+\ldots=-13,1$;
г) $-3,1+\ldots=-1,1$;
д) $\ldots+(-4,9)=-1,9$;
е) $0,48+\ldots=0$.

946 Аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

а) $5,5-(-0,9)\cdot 3-10,1$;
б) $-2,8:(1,6-1,2)+3,4$;
в) $1,7\cdot(-4)-1,6\cdot 5$;
г) $0,8-1,5\cdot 1,4+2,3$;
д) $(-1,9-0,3):(-2,6+3,1)$;
е) $3,6-2,3\cdot(-0,73-0,37)$.

947 $0,1\cdot 5-1,5:0,4$ аңлатмасына мөмкин булган ысуллар белән җәяләр куегыз һәм килеп чыккан һәр аңлатманың кыйммәтен табыгыз.

948 Исәпләгез:

а) $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{5}$;
б) $\frac{1}{4}-\frac{1}{5}-\frac{1}{10}$;
в) $\frac{1}{2}-1\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$;
г) $\frac{1}{4}-1\frac{1}{2}+\frac{1}{8}$.

949 Вакланманың кыйммәтен табыгыз:

а) $\frac{0,7-15}{-13-0,3}$;
б) $\frac{-0,9-15}{0,9-15}$;
в) $\frac{12-3,1+0,8}{0,01}$;
г) $\frac{-15+3,2-0,5}{-0,3}$.

950 Уңайлырак ысул белән исәпләгез:

а) $\frac{1}{4}-\frac{1}{7}-\frac{3}{4}+\frac{1}{7}$;
б) $0,4\cdot(-7,8)\cdot 0,25$;
в) $-\frac{1}{2}\cdot 3\frac{1}{5}+\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(-2\frac{1}{5}\right)$;
г) $-0,85\cdot 0,3-0,85\cdot 0,7$.

951 $a-b+c$ аңлатмасына бирелгән саннарны куегыз һәм исәпләүләрне башкарыгыз:

а) $a=0,\ b=20,7,\ c=-10,3$;
б) $a=-10,\ b=-5,5,\ c=2,5$;
в) $a=1,2,\ b=4,8,\ c=-4,2$;
г) $a=-0,7,\ b=-10,\ c=-5$.

Фикер йөртәбез (952—956)

952 $a=-0,2$, $b=2,5$ икәне билгеле. Табыгыз:

$a\cdot b$; $-(a\cdot b)$; $(-a)\cdot(-b)$; $(-a)\cdot b$; $a\cdot(-b)$.

953 $2,8\cdot 3,5=9,8$ икәне билгеле. Аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

а) $-2,8\cdot 3,5$;
б) $-(-2,8\cdot 3,5)$;
в) $-((-2,8)\cdot(-3,5))$;
г) $-(-(-(-2,8\cdot 3,5)))$.

954 Нуль белән чагыштырыгыз:

а) $(-0,3)^2$; б) $(-4,8)^3$; в) $\left(-3\frac{1}{2}\right)^5$; г) $\left(-\frac{1}{10}\right)^{10}$.

955 $x<0$ һәм $y<0$ икәне билгеле. Санның уңай яки тискәре икәнен ачыклагыз:

а) $x \cdot y$; б) $(-x) \cdot (-y)$; в) $x + y$; г) $(-x) + (-y)$.

956 Әгәр а) $x>0$, $y>0$; б) $x<0$, $y<0$; в) $x>0$, $y<0$ булса, $-\frac{x}{y}$ санының уңай яки тискәре булуын ачыклагыз.

957 Тикшерәбез

1) Таблицаны тутырыгыз.

a	11	−4	−2,5	−0,5	0
b	7	5	10	−0,7	1,6
$a - b$					
$b - a$					

Нинди закончалык күрдегез?

2) Ачыкланган закончалыкны кулланып, аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

а) $\frac{3-5}{5-3}$; в) $\frac{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}-\frac{1}{2}}$; д) $-\frac{3-0{,}2}{0{,}2-3}$;

б) $\frac{0{,}4-0{,}6}{0{,}6-0{,}4}$; г) $\frac{1-0{,}72}{0{,}72-1}$; е) $\frac{-(2{,}5-1)}{1-2{,}5}$.

958 Тикшерәбез 1) $12 - 14 + 5 - 10$ аңлатмасының кыйммәтен табыгыз. Бу аңлатмадагы һәр санның тамгасын аңа капма-каршыга үзгәртегез һәм яңа аңлатманың кыйммәтен табыгыз. Сез нәрсә күрдегез?

2) Кыйммәте бирелгән аңлатма кыйммәтенә капма-каршы булган аңлатма языгыз:

а) $-15 + 8$; в) $-1 - 2 - 3 + 4 + 5 - 18 + 27$;

б) $-360 - 290$; г) $10 - 15 + 11 - 107 - 38 - 18$.

Исәпләүләрне башкарып, үзегезне тикшерегез.

3) Бирелгән аңлатмаларның кайсылары тигез:

$12 - 14 + 5 - 10$; $-(12 - 14 + 5 - 10)$; $-12 + 14 - 5 + 10$?

Җавапны «=» тамгасын кулланып языгыз.

4) Җәяләрсез язылган тигез аңлатмага алмаштырыгыз:

а) $-(27 + 30)$; в) $-(18 - 10 + 11 + 5)$;

б) $-(-14 - 10)$; г) $-(-x + y - z)$.

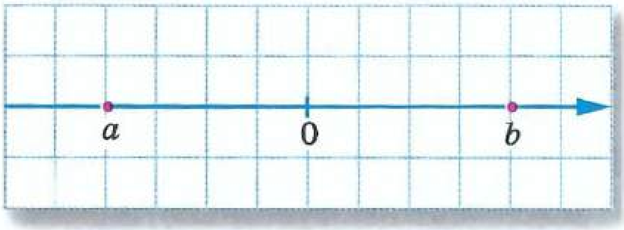
К

959 Дөрес яки дөрес түгел Дөрес булмаган раслауларга контрмисал китерегез.

1) Рациональ санның модуле һәрвакыт уңай.
2) −36 һәм 36 саннарының модульләре тигез.
3) Тискәре санның модуле аңа капма-каршы санга тигез.
4) Уңай санның модуле һәрвакыт тискәре сан модуленнән зуррак.

960 Координаталар турысында 0, a, b саннары билгеләнгән (рәс. 11.16). Чагыштырыгыз:

а) a һәм 0; b һәм 0; a һәм b;
б) $|a|$ һәм 0; $|b|$ һәм 0; $|a|$ һәм $|b|$.

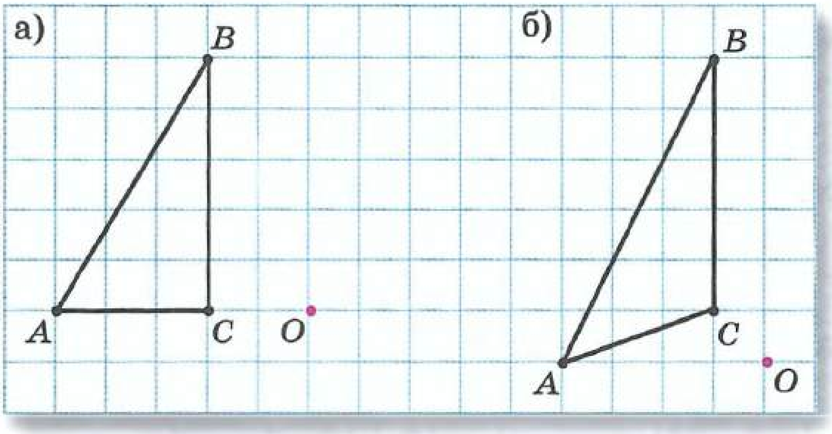


Рәс. 11.16

961 $a + a + a + a + a$ суммасы бирелгән. Сумманы тапкырчыгышка алыштырыгыз һәм бу суммага тигез булган аңлатма рәвешендә языгыз. Әгәр $a = \frac{4}{15}$; $a = 1{,}2$; $a = 2{,}5$ булса, аның кыйммәтен табыгыз.

962 **о, р, т** хәрефләрен ничә төрле ысул белән бер рәткә урнаштырып була? Килеп чыккан сүзләрнең рус телендә кайсыларының мәгънәләре бар?

963 Рәсемне дәфтәрегезгә күчереп алыгыз һәм бирелгән O ноктасына карата бу рәсемгә симметрик фигураны төзегез (рәс. 11.17, *а, б*).



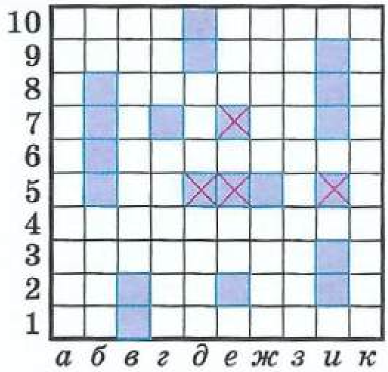
Рәс. 11.17

11.4 Координаталар нәрсә ул

«Үзегезнең *координаталарыгызны* калдырыгыз әле» дигән фразаны сезнең еш ишеткәнегез бардыр. Болай дип әйтү, әңгәмәдәшең үзенең адресын яки телефон номерын калдырырга тиеш дигәнне аңлата, һәм бу очракта алар координаталар дип исәпләнә дә инде. Иң мөһиме: бу мәгълүматлар буенча кешене табарга мөмкин.

Нәкъ менә шушында инде *координаталар системасының* асылы: бу — теләсә нинди объектның торышын билгеләү кагыйдәсе. *Координаталар системасы* кешенең бөтен практик тормышына үтеп керә. Почта адресы һәм телефон номерыннан тыш, сез кинотеатрның тамаша залында (рәт һәм урын номерлары), поездда (вагон номеры һәм урын номеры), географиядә (озынлык һәм киңлек) һ.б. очракларда да координаталар системасы белән очрашасыз.

«Диңгез сугышы»н уйнаучылар да координаталар системасыннан файдаланганнар. Уен кырында һәр шакмак хәреф һәм цифр белән билгеләнә. Уен кырының вертикален — хәрефләр, ә горизонталең цифрлар белән билгелиләр (рәс.11.18).



Рәс. 11.18

Рәс. 11.19

Шахматта да моңа охшаш координаталар системасыннан файдаланганнар. Ләкин шахматта вертикальләрне латин хәрефләре белән тамгалыйлар (рәс.11.19). Теләсә нинди шахмат партиясендәге йөрешне бу координаталар системасы ярдәмендә язып була.

Мондый төрдәге «шакмаклы» координаталар, гадәттә, сугыш, диңгез, геология карталарында кулланыла. Туристик схемалар, шәһәр буенча сәяхәт вакытында, кирәкле урамнарны һәм нинди дә булса истәлекле урыннарны табуны җиңеләйтү өчен файдаланыла.

Координаталар идеясе бик борынгы заманда ук туган. Алар күк җисемнәре һәм географик карталарны төзегәндә кирәк булган.

Борынгы грек астрономы Клавдий Птоломей (II г.) географик координаталар сыйфатында киңлек һәм озынлыктан файдаланган. Координаталар ролен уйнаучы квадрат челтәр борынгы мисыр төрбәсе стенасында табылган. Яңарыш чоры рәссамнары да, киндер тукыма чикләрен билгеләү өчен, турыпочмаклы челтәрне кулланганнар.

«Координата» атамасы латин сүзе ordinatus — тәртипкә китерү дигән сүздән чыккан; координаталар, гадәттә, ике яки өч була.

- Дәреслектәге пунктларның номерларын карагыз — аларның да үз координаталары бар. Ниндиләр икәнен аңлатыгыз.
- Сыйныф бүлмәсендә укучының урынын билгеләүче координаталар системасын уйлап табыгыз. Берничә укучының координатасын күрсәтегез.

А

964 Шахмат тактасына биш фигура — король, ферзь, фил, ат һәм ладья куелган (рәс. 11.20). Аларның координаталарын языгыз (мәсәлән, король — d5).

Рәс. 11.20

Рәс. 11.21

965 Ике ат урнашкан шакмакларның координаталарын билгеләгез (рәс. 11.21). Бу атларның һөҗүм итү куркынычы булган барлык шакмакларның координаталарын языгыз.

966 а) 10 × 10 шакмаклы квадратта 4 ле цифры сурәтләнгән (рәс. 11.22). Бу цифрны координаталар ярдәмендә «шифрлагыз». (Беренче урында — хәрефне, икенчесендә цифрны языгыз.)

б) 10 × 10 шакмаклы квадрат сызыгыз. Әверләр (крестиклар) ярдәмендә үзегез теләгән цифрны сурәтләгез һәм «шифрлагыз». Партадашыгызга сезнең шифрыгыз буенча бу цифрны ачыклап куярга тәкъдим итегез.

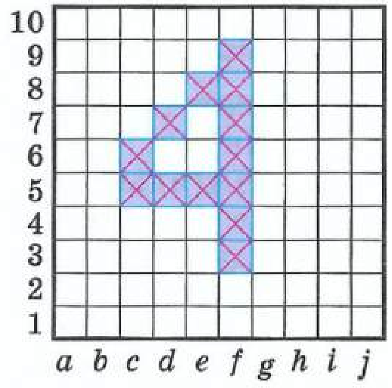


Рис. 11.22

967 Практик ситуация 11.23 нче рәсемдә Мәскәү өлкәсе картасының фрагменты сурәтләнгән.

1) Картада бирелгән торак пунктларның алфавит күрсәткечендә бу пунктларның урнашу квадратлары күрсәтелгән. Бу исемлектә Дубна — 4А, Звенигород — 3Г, Клин — 3Б, Красногорск — 4В, Поречье — 1Г, Руза — 2Г дип билгеләнгән. Бирелгән мәгълүмат буенча, картадан бу шәһәрләрне табыгыз.

2) Берничә торак пунктны сайлагыз, исемнәрен языгыз һәм бу пунктларның урнашу квадратларын күрсәтегез.

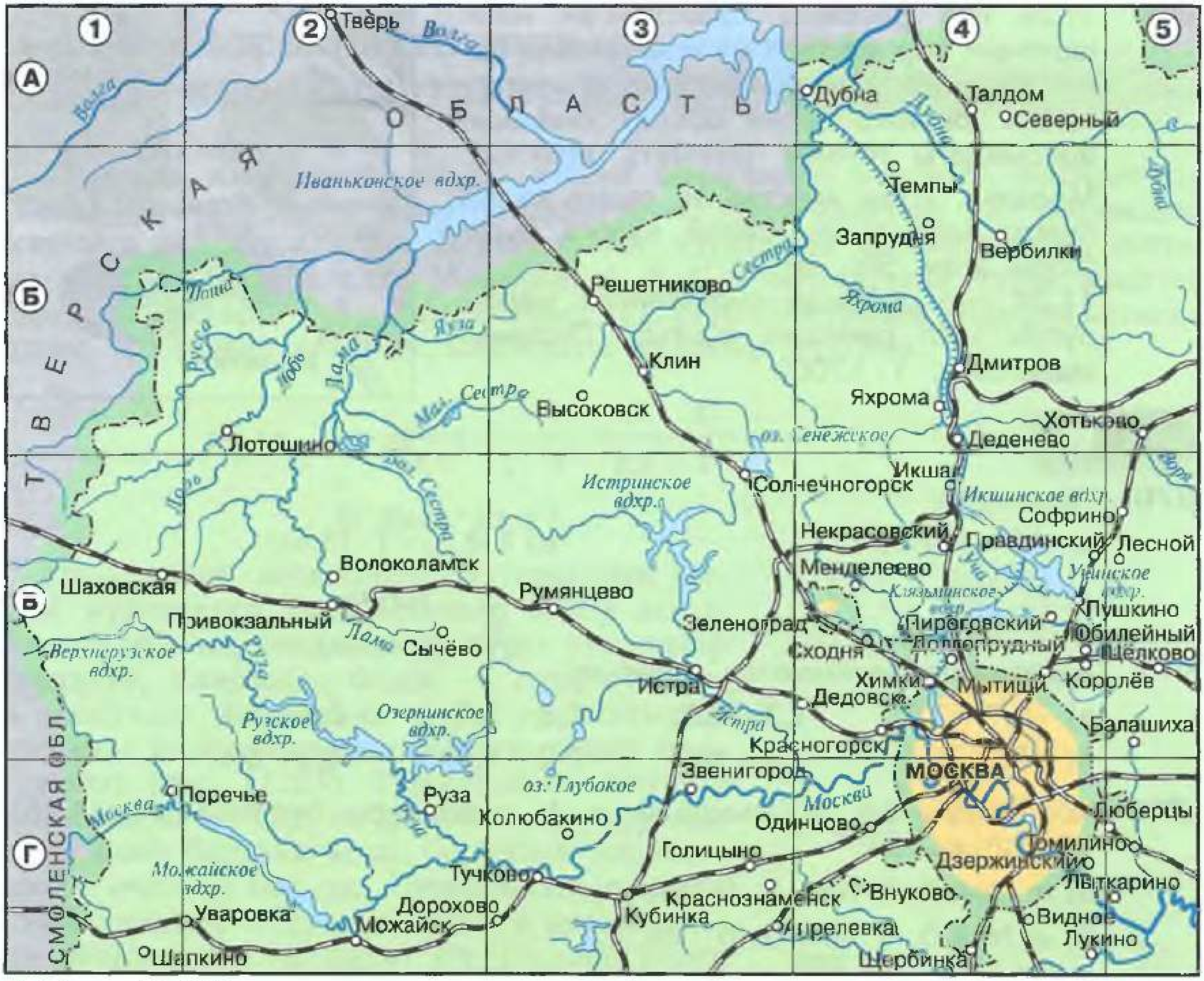


Рис. 11.23

3) а) Истра сусаклагычы, б) Сенеж күле, в) Руза сусаклагычы, г) Тирән күл урнашкан урыннарның квадратларын күрсәтегез.

4) а) Мәскәү — Шахов; б) Мәскәү — Клин аша узучы тимер юлның квадратларын күрсәтегез.

Б

968 Көнбатыш Европа картасын алыгыз.

а) Киев, Минск, Париж, Гамбург, Лондон шәһәрләренең координаталарын (киңлек һәм озынлыкны) языгыз.

б) 60°; 50° төньяк киңлектә (т. к.) урнашкан шәһәрләрне табыгыз. Һәр шәһәр өчен географик озынлыкны билгеләгез.

в) 18° көнчыгыш озынлыкта (кч. о.) урнашкан шәһәрләрне табыгыз. Һәр шәһәр өчен географик киңлекне билгеләгез.

г) Кайсы шәһәрләрнең координаталары күрсәтелгәнен ачыклагыз: (41° т. к., 4° кб. о.), (47° т. к., 6° кч. о.), (55° т. к., 25° кч. о.), (38° т. к., 24° кч. о.).

969 11.24 нче рәсемдә сурәтләнгән маршрутның һәр өлешен өч координата белән тасвирлап була: сизелерлек ориентир, төньяк юнәлеш белән объект юнәлеше арасындагы почмак (азимут), ераклык.

Мәсәлән, коры агачтан ак ташка кадәр булган маршрутны болай язарга була: (коры агач, 50°, 80 м).

11.24 нче рәсемдә сурәтләнгән маршрутны шул рәвешчә языгыз. Планның масштабы: 1 : 10000.

Рәс. 11.24

К

970 Исәпләгез:

а) $4{,}3-(-1{,}2)$;   в) $(-5{,}9)-(-13{,}8)$;

б) $\left(-\frac{2}{3}\right)-\left(-\frac{5}{6}\right)$;   г) $\frac{1}{8}-(-0{,}5)$.

971 Аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

а) $-0{,}7-2{,}8$; $1{,}3-2{,}7$; $-5{,}8+3{,}3$; $-0{,}6+1{,}1$;

б) $-0{,}5-6{,}4$; $3{,}8-10$; $-9{,}2-1{,}9$; $-4{,}5+3{,}1$.

972 Координаталар турысында 0, a, b, c саннары билгеләнгән (11.25). Чагыштырыгыз:

а) a һәм 0, b һәм 0, 0 һәм c;

б) a һәм b, c һәм a, b һәм c;

в) $|b|$ һәм $|c|$, $|a|$ һәм $|c|$, $|a|$ һәм $|b|$.

Рәс. 11.25

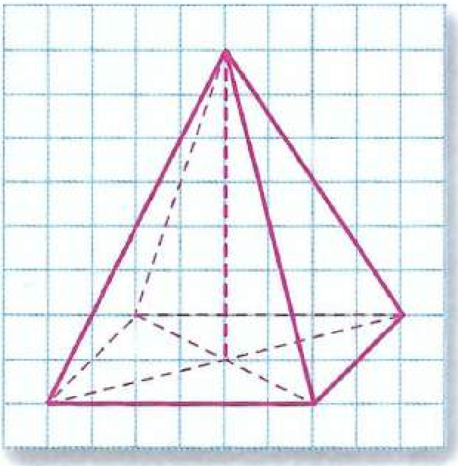
973 Тапкырлауны кушуга алмаштырыгыз һәм бирелгән тапкырчыгышка тигез булган аңлатманы языгыз: а) $6x$; б) $5y$; в) $10c$.

Үрнәк.

$7m=m\cdot 7=m+m+m+m+m+m+m.$

974 3 һәм 6 цифрларын гына кулланып, ничә төрле өчурынлы код төзеп була?

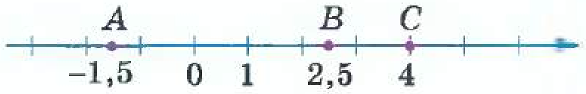
975 Пирамиданың нигезе — квадрат (рәс.11.26). Бу пирамиданың ничә симметрия яссылыгы бар? Симметрия яссылыгы белән кисеме нинди фигура була? Рәсемне дәфтәрегезгә күчерегез һәм анда ике төрле кисемен күрсәтегез (аларны төрле төсләргә буягыз).



Рәс. 11.26

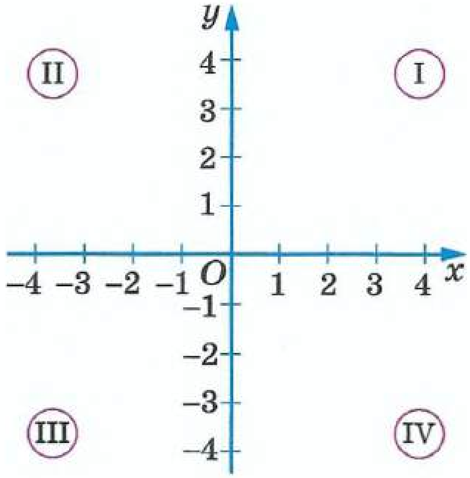
11.5 Яссылыкта турыпочмаклы координаталар

Турыда координаталарны ничек бирүләрен исегезгә төшерегез. Моның өчен турыда исәп башлангычы, уңай юнәлеш һәм берәмлек кисемтә сайлап алалар. Шуннан соң турыдагы теләсә нинди нокта үз координатасын ала. Мәсәлән, A, B, C нокталарына туры килгән координаталар $-1{,}5$; $2{,}5$; 4 (рәс. 11.27). Ноктаның координатасы аның координаталар турысындагы урынын күрсәтә.



Рәс. 11.27

Ноктаның яссылыктагы торышын ничек күрсәтергә була? Моның өчен яссылыкта ике перпендикуляр туры үткәреләр (гадәттә, аларның берсе — горизонталь, ә икенчесе вертикаль итеп урнаштырыла) һәм һәркайсында координаталар билгелиләр (рәс. 11.28). Турыларның кисешү ноктасы O — һәр координаталар турысы өчен исәп башлангычы, берәмлек кисемтә икесе өчен дә бер үк. Горизонталь турыда уңай юнәлеш — сулдан уңга, ә вертикальдә астан өскә сайлана. Бу юнәлешләрне уклар белән күрсәтәләр.



Рәс. 11.28

O ноктасын *координаталар башлангычы* дип атыйлар. Бу хәреф очраклы рәвештә генә сайланмаган, чөнки ул латин телендәге origo — «башлангыч» сүзенең беренче хәрефе. Координаталар турыларын *координаталар күчәрләре* дип атыйлар. Горизонталь күчәрне — *абсциссалар күчәре* (x күчәре), ә вертикаль күчәрне *ординаталар күчәре* (y күчәре) дип атыйлар.

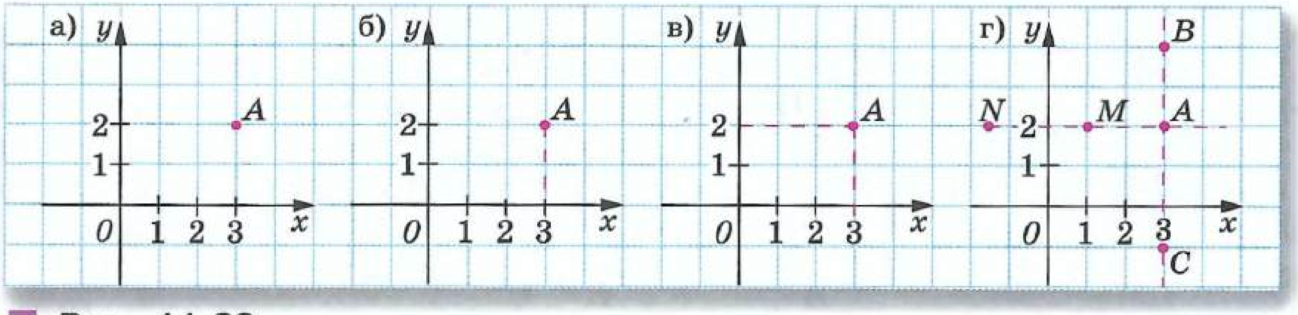
Координаталар системасы бирелгән яссылык *координаталар яссылыгы* дип атала.

Күчәрләр яссылыкны 4 өлкәгә бүлә, һәм бу өлкәләрне *координаталар чирекләре* дип атыйлар. Аларны сәгать теленә каршы юнәлештә номерлыйлар (рәс. 11.28 не к.).

Координаталар яссылыгында ноктаның ничек билгеләнгәнен күрсәтәбез.

Координаталар яссылыгында A ноктасы тамгаланган булсын, ди (рәс. 11.29, *а*). Аның аша x лар күчәренә перпендикуляр итеп туры үткәрәбез. Туры x лар күчәрен координатасы 3 кә тигез булган ноктада кисеп үтә (рәс. 11.29, *б*). $x = 3$ санын *абсцисса* яки A ноктасының беренче координатасы дип атыйлар.

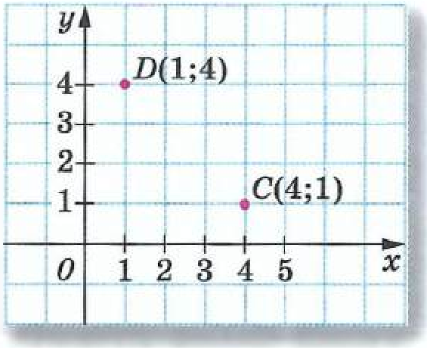
Ә хәзер A ноктасыннан y лар күчәренә перпендикуляр туры үткәрәбез. Ул y лар күчәрен координатасы 2 гә тигез булган ноктада кисеп үтә (рәс. 11.29, *в*). $y = 2$ санын *ордината* яки A ноктасының икенче координатасы дип атыйлар.



Рәс. 11.29

$x=3$ һәм $y = 2$ саннары A ноктасының координаталар яссылыгындагы торышын билгеләде. Аларны *ноктаның яссылыктагы координаталары* дип атыйлар. Ноктаның торышын билгеләү өчен, аның бер генә координатасын күрсәтү җитеп бетми. Чөнки B, C ноктлары һәм BC турысында яткан башка нокталарның да абсциссалары 3 кә ($x=3$) тигез. Ә ординатасы $y=2$ булган M һәм N нокталары да бар. MN турысында яткан барлык нокталарның да ординаталары 2 гә тигез (рәс. 11.29, *г*).

Ноктаның координаталарын җәяләр эчендә язалар, беренче урында һәрвакыт — ноктаның абсциссасын, ә икенче урында ординатасын язалар. Мәсәлән, C ноктасының координаталарын (рәс. 11.30) болай язалар: $C(4;\ 1)$. Җәя эчендәге саннарның урыннарын алыштырганда, башка төрле нокта — D ноктасы килеп чыга.



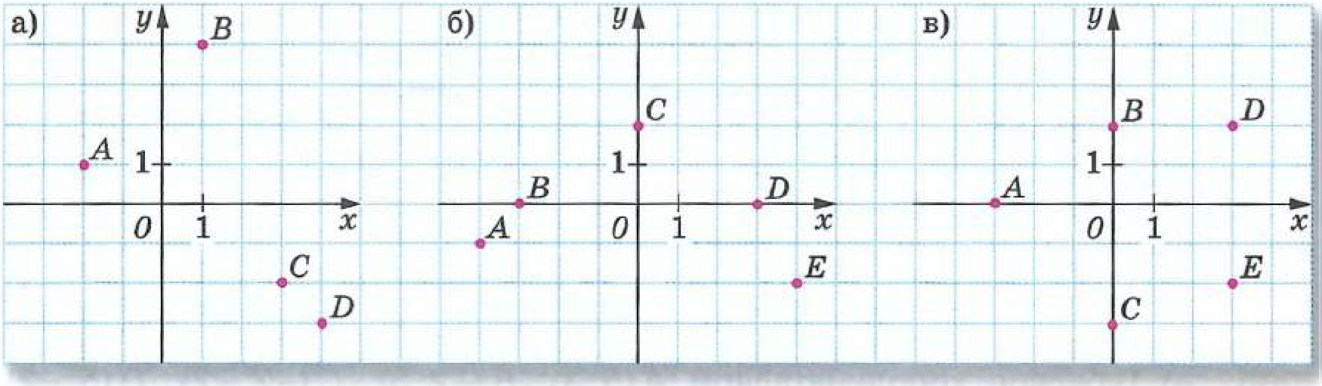
Рәс. 11.30

Әлеге координаталар системасы *турыпочмаклы координаталар системасы* дип атала. Аны Рене Декарт (1596–1650) исеме белән *Декарт координаталар системасы* дип тә йөртәләр.

- Ни өчен бу пунктта карап үтелгән координаталар системасын турыпочмаклы координаталар системасы дип атаганнарын аңлатыгыз.
- Координаталар күчәрләренең кисешү ноктасын ничек атыйлар һәм аның координаталары нинди? Координаталар күчәрләрен ничек атыйлар?
- Координаталар яссылыгында ноктаның координаталарын (рәс. 11.29 к.) ничек табарга? Координаталары (−3; 2) булган ноктаның x координатасын һәм y координатасын атагыз.

A

976 АЛГОРИТМ БУЕНЧА ЭШЛИБЕЗ Бирелгән нокталарның координаталарын языгыз (рәс. 11.31, *а*–*в*).



Рәс. 11.31

977 Турыпочмаклы координаталар системасын төзегез һәм бирелгән координаталары буенча нокталарны билгеләгез:

а) $x=3, \ y=5$; $x=-1, \ y=2$; $x=-3, \ y=-4$; $x=4, \ y=-2$;

б) $x=5, \ y=0$; $x=-3, \ y=1$; $x=0, \ y=-3$; $x=2, \ y=-5$;

в) $x=6, \ y=2$; $x=-2, \ y=0$; $x=-5, \ y=5$; $x=0, \ y=3$.

Координаталар яссылыгында нокталарны билгеләгез **(978–979)**.

978 а) (2; 5), (6; –4), (–2; 2), (–1; –3), (6; 0);

б) (7; 4), (–3; 3), (–4; –5), (2; –1), (–3; 0);

в) (4; –1), (0; 3), (–2; 4), (–1; –1), (0; –2).

979 A (2,5; 3), B (–1,5; –2,5), C (–2,8; 4), D (3; –3,2), E (0; 4,5), K (–1,1; 0).

980 1) Төзүне башкармыйча гына, ноктаның кайсы координаталар чирегендә урнашканын ачыклагыз: A(–12; 27), B(–12; –34), C(10,5; 15,2), D (7,5; –7,5).

2) Нокта ничәнче координаталар чирекләре арасында урнашкан: A (18; 0), B (0; –14), C (–5,7; 0), D (0; 6,2)?

981 **Дөрес яки дөрес түгел** Санап үтелгән раслаулар арасыннан дөрес булмаганнарын табыгыз һәм аларны төзәтегез.

1) M (100; 50) ноктасы беренче чиректә ята.

2) K (–200; –70) ноктасы икенче чиректә ята.

3) N (–150; 60) ноктасы өченче чиректә ята.

4) P (120; –80) ноктасы дүртенче чиректә ята.

982 Әгәр координаталары турында:

а) $x>0$ һәм $y<0$; в) $x<0$ һәм $y>0$;

б) $x>0$ һәм $y>0$; г) $x<0$ һәм $y<0$

икәне билгеле булса, нокта кайсы чиректә урнашкан?

983 Очларының координаталары буенча AB кисемтәсе төзегез һәм аның x лар күчәре белән кисешкән ноктасының координаталарын табыгыз:

а) A (4; 2), B (2; –2); б) A (–1; –3), B (–3; 3).

984 а) Түбәләренең координаталары $A(0; -3)$, $B(-2; 3)$, $C(5; 2)$ буенча ABC өчпочмагы төзегез. Өчпочмак якларының x лар күчәре белән кисешү нокталарының координаталарын языгыз.
б) Түбәләренең координаталары $A(-3; -4)$, $B(-3; 4)$, $C(3; 2)$, $D(3; -2)$ буенча $ABCD$ дүртпочмагы төзегез. Дүртпочмак якларының координаталар күчәре белән кисешү нокталарының координаталарын языгыз.

Б

985 а) Түбәләре координаталары $A(5; 3)$, $B(-2; 3)$, $C(-2; -2)$, $D(5; -2)$ буенча координаталар яссылыгында $ABCD$ турыпочмаклыгы төзегез. $ABCD$ турыпочмаклыгының периметрын һәм мәйданын исәпләгез.
б) Координаталар яссылыгында $A(-8; 3)$, $B(1; 3)$, $C(1; -2)$ нокталарын билгеләгез. $ABCD$ турыпочмаклыгы килеп чыгарлык итеп, дүртенче D ноктасын төзегез. Турыпочмаклыкның периметрын һәм мәйданын исәпләгез.

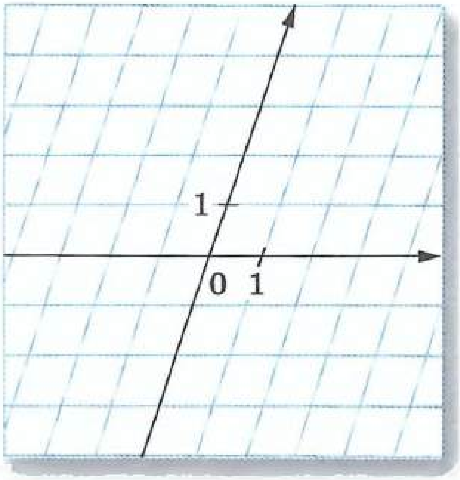
986 Координаталар яссылыгында:
а) түбәләренең координаталары $A(-6; 2)$, $B(-2; 2)$ һәм $C(-2; 4)$ буенча ABC өчпочмагы төзегез;
б) x лар күчәренә карата ABC өчпочмагына симметрик булган DEF өчпочмагы төзегез һәм аның түбәләренең координаталарын языгыз;
в) y лар күчәренә карата ABC өчпочмагына симметрик булган KLM өчпочмагы төзегез һәм аның түбәләренең координаталарын языгыз.

987 Анализлыйбыз 1) Координаталар яссылыгында бирелгән ноктаны; x лар күчәренә карата аңа симметрик булган ноктаны төзегез һәм аның координаталарын языгыз:
а) $A(6; 2)$; б) $B(3; -1)$; в) $C(2; 4{,}5)$; г) $D(-3{,}5; -3{,}5)$.
Закончалыкны ачыклагыз һәм сорауга җавап бирегез: x лар күчәренә карата симметрик нокталарның y координаталары һәм x координаталары үзара ничек бәйләнгән?
2) Координаталар яссылыгында бирелгән ноктаны билгеләгез; y лар күчәренә карата аңа симметрик ноктаны төзегез һәм аның координаталарын языгыз:
а) $A(5; 1)$; б) $B(4; -2{,}5)$; в) $C(-3; 4)$; г) $D(-1{,}5; -6)$.
Закончалыкны ачыклагыз һәм сорауга җавап бирегез: y лар күчәренә карата симметрик нокталарның x координаталары һәм y координаталары үзара ничек бәйләнгән?
3) Төзүне башкармыйча гына, $M(-5; 4)$ ноктасына симметрик ноктаның координаталарын билгеләгез:
а) x лар күчәренә карата; б) y лар күчәренә карата.

988 Анализлыйбыз 1) а) Координаталар яссылыгында абсциссасы 4 кә тигез булган биш нокта билгеләгез. Бу нокталарның координаталарын языгыз. Абсциссасы 4 кә тигез булган барлык нокталар кайда урнашканнар дип уйлыйсыз?
б) Барлык нокталарының абсциссасы 3; −2; 0 гә тигез булган турыны сызыгыз.

2) а) Координаталар яссылыгында ординатасы 1 гә тигез булган биш нокта билгеләгез. Бу нокталарның координаталарын языгыз. Ординатасы 1 гә тигез булган барлык нокталар кайда урнашканнар дип уйлыйсыз?
б) Барлык нокталарының ординатасы 2; −4; 0 гә тигез булган турыны сызыгыз.

989 Сез өйрәнгән координаталар системасы турыпочмаклы дип атала. Координаталар күчәрләрен, 11.32 нче рәсемдә күрсәтелгәнчә, туры почмак ясамыйча кисешә торган итеп сызыгыз. Сезнеңчә, бу координаталар системасында ноктаның координаталарын ничек билгеләп булыр? Берничә нокта билгеләгез һәм аларның координаталарын языгыз.



Рәс. 11.32

К

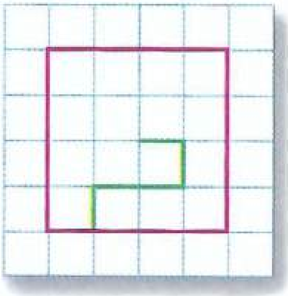
990 Аңлатмаларның кыйммәтләрен табыгыз:

а) $0-\frac{2}{9}$; $0-(-3{,}4)$; $0-7{,}8$; б) $\frac{5}{7}-1$; $0{,}15-2$; $1{,}6-3$.

991 $0{,}9-0{,}5$; $-0{,}5-0{,}9$; $-0{,}9+0{,}5$; $0{,}5+0{,}9$ аңлатмалары бирелгән. Алар арасыннан:
а) $0{,}5-0{,}9$ аңлатмасының кыйммәтенә тигез булган;
б) $0{,}5-0{,}9$ аңлатмасының капма-каршы кыйммәтенә тигез булган аңлатмаларны сайлап алыгыз.
Исәпләүләрне башкармыйча гына, аңлатманы сайлап буламы?

992 1 дән алып 100 гә кадәр булган натураль саннарны рәттән язган вакытта 1 ле цифрын ничә тапкыр язарга туры килер? Сайлап карап чыкмыйча гына, 2 цифры; 0 цифры ничә тапкыр язылганын әйтеп буламы?

993 Төзү ысулын эзлибез. 11.33 нче рәсемдә 4×4 шакмаклы квадрат һәм шакмак яклары аша узучы сынык сызыкның бер өлеше сурәтләнгән.
1) Рәсемне шакмаклы кәгазь битенә күчерегез. Квадратны ике тигез кисәккә бүләрлек итеп, сынык сызыкны дәвам итегез. Квадратны кисеп алыгыз һәм аны сынык сызык буенча кисегез, килеп чыккан фигураларның тигез булуына ышаныгыз.
Күрсәтмә. Квадратның симметрия үзәге әлеге сызыкның симметрия үзәге булырлык итеп, сынык сызыкны төзеп бетерегез.
2) 4×4 шакмаклы квадратны ике тигез кисәккә бүлә торган башка сынык сызык уйлап табыгыз.


Рәс. 11.33

Сез нәрсәгә өйрәндегез

Мәҗбүри белем күнекмәләре

Рациональ саннар күплекләренең күплекчәләре арасындагы бәйләнешләрне беләм.

1. Раслау дөресме:
   а) теләсә нинди натураль сан рациональ була;
   б) теләсә нинди рациональ сан бөтен була;
   в) теләсә нинди бөтен сан натураль була;
   г) теләсә нинди натураль сан бөтен була.

Бирелгән санга капма-каршы санны таба һәм капма-каршы санны күрсәтү өчен «минус» тамгасын куллана алам.

2. Бирелгән санга капма-каршы санны әйтегез: 15,3; $-\frac{1}{2}$; 0.
3. Ниндидер a саны бирелсен. Аңа капма-каршы санны ничек тамгаларга? Әгәр $a=0{,}8$, $a=-15{,}2$ булса, $-a$ ничәгә тигез?
4. Аңлатмаларны җәяләрсез языгыз: $+(+12)$, $+(-10{,}5)$, $-(+5{,}1)$, $-\left(-\frac{1}{5}\right)$.

Координаталар турысында бирелгән саннарга туры килгән нокталарны билгели һәм билгеләнгән нокталарның координаталарын таба алам.

5. -6; 2,5; $-\frac{1}{2}$; $3\frac{1}{2}$. саннарын координаталар турысында билгеләгез.
6. Координаталар турысында бирелгән нокталарның координаталарын языгыз.

а)

б)

«Санның модуле» терминының нәрсә аңлатканын беләм, санның модулен таба алам.

7. 2,8; –5,6; 0 саннарының модульләре нәрсәгә тигез? $|-27|$, $|18|$, $\left|-\frac{7}{8}\right|$, $|4{,}1|$ не табыгыз.
8. Модуле 4 кә тигез булган саннарны координаталар турысында билгеләгез.

Рациональ саннарны чагыштыра алам.

9. Саннарны чагыштырыгыз: а) 0 һәм $-2{,}5$; б) $-3{,}4$ һәм 1; в) $-\frac{1}{2}$ һәм $-\frac{3}{4}$.

Рациональ саннар белән исәпләүләр башкара, хәрефләр урынына бирелгән саннарны куеп, хәрефле аңлатмаларның кыйммәтләрен таба алам.

Исәпләгез (10—11):

10. а) $-0{,}8-2{,}3$; б) $-\frac{3}{4}+\frac{2}{3}$; в) $\frac{1}{8}-\frac{5}{6}$; г) $-2{,}5+7-1{,}5-10$.

11. а) $-12\cdot\frac{2}{3}$; б) $8{,}1:(-0{,}9)$; в) $\frac{-2{,}4}{-0{,}6}$; г) $-1{,}5\cdot3{,}4\cdot(-10)$.

12. Дәрәҗәнең кыйммәтен табыгыз:

а) $\left(-\frac{2}{3}\right)^2$; б) $(-0{,}5)^3$.

13. Аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

а) $-1{,}2\cdot(0{,}9-1{,}4)$; б) $\frac{-2{,}5+0{,}4}{-3}$.

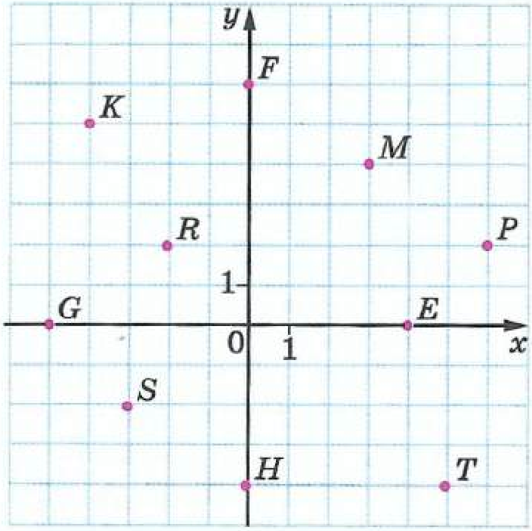
14. Аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

а) $4a$, $a=-1{,}2$ булса;

б) $a-b$, $a=-\frac{1}{15}$, $b=\frac{3}{5}$ булса.

Координаталар яссылыгында нокталарның координаталарын таба, бирелгән координаталар буенча нокталар төзи алам.

15. Рәсемдә күрсәтелгән нокталарның координаталарын языгыз.



16. Координаталар яссылыгында $A(-6;-3)$, $B(5;7)$, $C(-4;2)$, $D(3;-5)$, $E(0;3)$, $F(-5;0)$ нокталарын төзегез.

Тагын башка биремнәрне башкара алам (берничә номер күрсәтегез).

12 нче БҮЛЕК

Күппочмаклар һәм күпкырлыклар

Бу бүлек — дәреслекнең соңгы бүлеге. Ләкин анда да сезне көтелмәгән яңа ачышлар көтә. Ниндиләр? Иске киемне, дәүләт чикләрен, яисә начар төзелгән бюджетны гына түгел, геометрик фигураларны да, кискәләп, яңадан төзеп булуын белерсез. Ни өчен болай эшлиләр дигән сорауга җавапны бу бүлектән табарсыз. Яссылык һәм пространстводагы төрле геометрик фигуралар белән танышуны дәвам итәрсез. Тагын ике яңа фигура: дүртпочмак — параллелограмм, күпкырлык — призма белән танышырсыз. Бу төркемгә кергән геометрик фигураларның кайберләре сезгә күптән таныш, ләкин сез аларның үзегез белмәгән яңа үзлекләрен ачарсыз. Җиденче сыйныфтан башлап, сез геометрия фәнен тирәнтен өйрәнә башларсыз, яңа үзлекләрне ачып кына калмассыз, аларның дөреслеген дә исбатларсыз. Геометрия фәнен өйрәнү әле башлана гына.

12.1 Параллелограмм

12.1 нче рәсемдә ике пар параллель турылар үткәрелгән. Алар, кисешеп, дүртпочмак хасил иткәннәр. Дүртпочмаклык капма-каршы яклары параллель. Мондый дүртпочмакның аерым исеме бар. Ул **параллелограмм** дип атала.

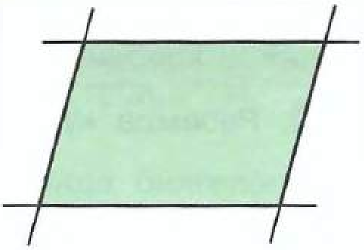


Рис. 12.1

Параллелограмм — үзәкле симметрик фигура.
Параллелограммның симметрия үзәге — аның диагональләре кисешкән нокта ул.

Моңа инану өчен, параллелограмм өстенә калька (сызымнардан күчермә алу өчен кулланыла торган үтә күренмәле кәгазь) куегыз, аны диагональләре кисешкән ноктада энә **белән беркетегез,** параллелограммны калькага күчереп ясагыз һәм аны 180 градуска борыгыз (рәс.12.2, *а*). **Параллелограмм кабат үз контурына «керәчәк»** (рәс.12.2, *б*).

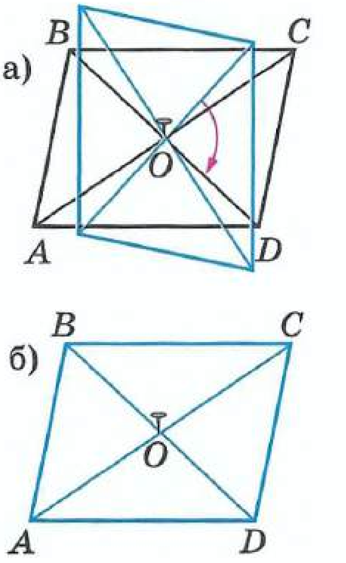
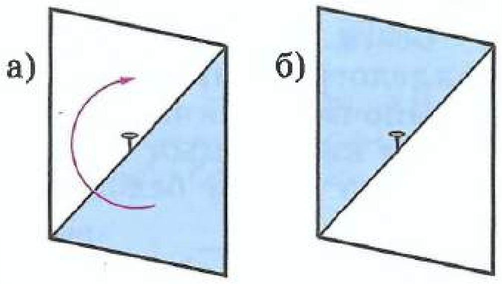


Рис. 12.2

Борган вакытта *A* ноктасы; *B* ноктасы нинди ноктага күчәчәк? *BC* ягы; *CD* ягы? *A* почмагы; *D* почмагы?

Калька белән ясалган тәҗрибә параллелограммның башка үзлекләрен дә табарга ярдәм

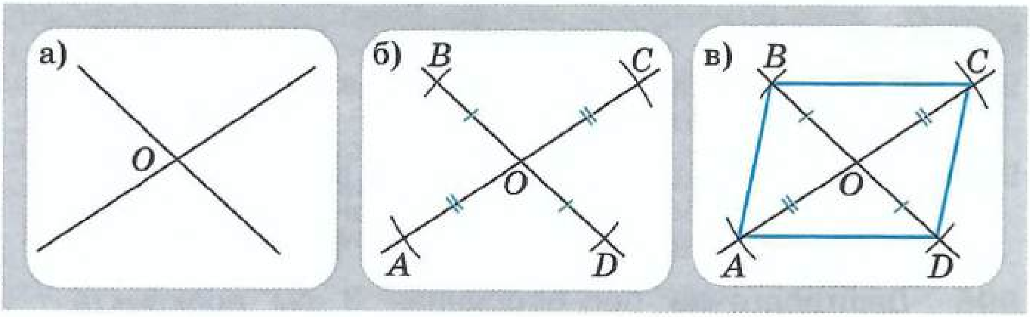
итә. Мәсәлән, борылыш вакытында параллелограммның капма-каршы яклары «урыннары белән алмаштылар». Шулай булгач, алар тигез. Димәк, *параллелограммның капма-каршы яклары параллель генә түгел, тигез дә икән әле.* Шул ук борылыш вакытында буялган өчпочмак ак өчпочмакка тәңгәл килә (рәс. 12.3, *а*, *б*). Димәк, *параллелограммның диагонале аны ике тигез өчпочмакка бүлә.*



Рәс. 12.3

Моннан тыш, борылыш вакытында OA һәм OC кисемтәләре, шулай ук OB һәм OD кисемтәләре дә урыннары белән алмашалар (рәс. 12.2 не к.). Бу — *диагональләрнең кисешү ноктасында урталай бүленүләрен* күрсәтә. Диагональләрнең мондый үзлегенә бары тик параллелограмм гына ия. Әлеге үзлекне аны төзегән вакытта кулланабыз.

- Кисешүче ике туры сызабыз һәм аларның кисешү ноктасын O хәрефе белән тамгалыйбыз (рәс.12.4, *а*).
- Беренче туры өстенә циркуль белән үзара тигез AO һәм OC кисемтәләрен, ә икенчесенә тигез BO һәм OD кисемтәләрен үлчәп салабыз (рәс.12.4, *б*).
- Эзлекле рәвештә A, B, C һәм D нокталарын тоташтырабыз (рәс.12.4, *в*). $ABCD$ дүртпочмагы — параллелограмм.

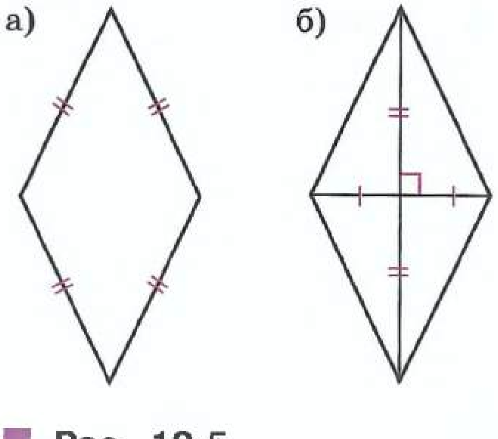


Рәс. 12.4

- Нинди дүртпочмакны параллелограмм дип атыйлар?
- Параллелограммның үзлекләрен әйтегез.
- Параллелограмм төзегез: а) $OA = OB = OC = OD$; б) $OA = OB = OC = OD$ һәм $AC \perp BD$. Нинди дүртпочмак килеп чыкты?

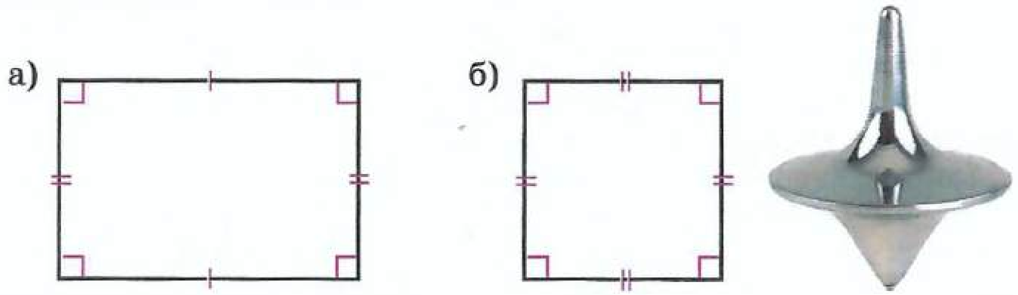
Кайбер параллелограммнарның аерым үз исемнәре бар.

Барлык яклары тигез булган параллелограмм **ромб** дип атала (рәс. 12.5, *а*). Башка үзлекләрдән тыш, ромб тагын бер үзлеккә ия: аның диагональләре берберсенә перпендикуляр (рәс. 15.5, *б*)



Рәс. 12.5

Сезгә яхшы таныш булган турыпочмаклык та, квадрат та — параллелограммның аерым бер төре. Башка параллелограммнардан турыпочмаклыкның барлык почмаклары да туры (рәс. 12.6, *а*) булуы, ә квадратның барлык почмаклары да туры һәм барлык яклары да тигез булуы белән аерыла (рәс. 12.6, *б*).



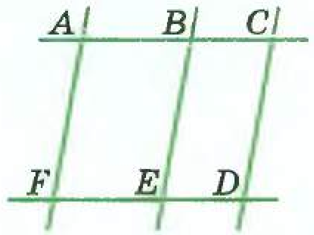
■ **Рәс. 12.6**

«Параллелограмм» сүзенең тәрҗемәсе «параллельләр белән сурәтләнгән» дигән мәгънәне аңлата торган грек сүзеннән алынган. «Бөтерчек» мәгънәсен аңлаткан, шәүләсе (силуэты), чыннан да, ромб формасында булган «ромб» сүзе дә Борынгы Грециядән кергән.

- Параллелограммның нинди төрләрен беләсез?
- Ромб; квадрат нинди үзлекләргә ия?

А

994 **Күзәтәбез** 12.7 нче рәсемдә күргән барлык параллелограммнарны атагыз.



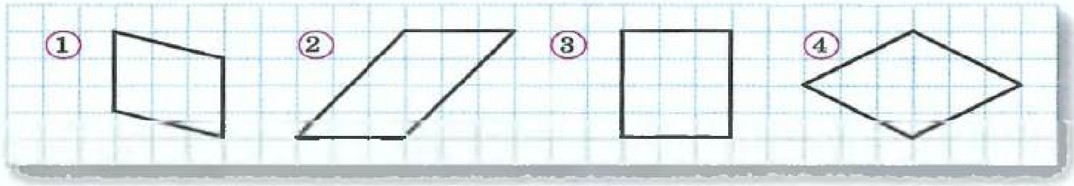
■ **Рис. 12.7**

995 а) Сызым почмаклыгы һәм линейка белән; б) линейка белән генә сызыкланмаган кәгазьдә берничә төрле параллелограмм төзегез.

996 Дәфтәрегездә бер-берсеннән 3 см ераклыкта булган ике параллель туры үткәрегез. Бер пар яклары бу турыларда яткан һәм 4 см га тигез булган параллелограмм сызыгыз. Бу шартларны канәгатьләндерерлек итеп, турыпочмаклык сызыгыз.

997 **Символлар белән эшлибез** Калька ярдәмендә үткәрелгән тәҗрибә нәтиҗәләрен (рәс.12.2 не к.) кулланып, тигезлекләрне язып бетерегез: $AB = \ldots$, $BC = \ldots$, $OC = \ldots$, $OD = \ldots$, $\angle A = \ldots$, $\angle B = \ldots$, $\triangle ABO = \ldots$, $\triangle ABC = \ldots$.

998 Параллелограммнарны дәфтәрегезгә күчерегез (рәс. 12.8) һәм аларның диагональләрен үткәрегез.

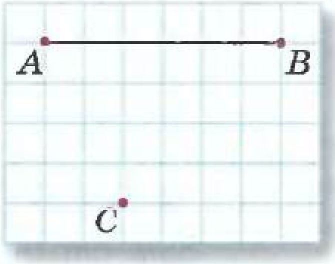


■ **Рис. 12.8**

999 а) Шакмаклы кәгазь үзлеген кулланып, дәфтәрегездә нинди дә булса бер параллелограмм сызыгыз.
б) *A*, *B* һәм *C* нокталары — параллелограммның түбәләре, *AB* — аның ягы (рәс. 12.9). Параллелограммның дүртенче түбәсен — *D* ноктасын төзегез. Моны ничә төрле ысул белән башкарып була?

1000 1) а) Яклары 9,4 см һәм 5,7 см булган параллелограммның;
б) ягы 8,5 см булган ромбның периметрын исәпләгез.

2) а) Параллелограммның; б) ромбның периметрын исәпләү формуласын чыгарыгыз.



Рәс. 12.9

1001 Алгоритм буенча эшлибез

а) Диагональләре 4 см һәм 6 см булган нинди дә булса параллелограмм;
б) диагональләре 4 см һәм 6 см булган ромб сызыгыз.

1002 Сынап карыйбыз Турыпочмаклыкның диагональләре узара тигез, квадратның диагональләре тигез дә һәм бер-берсенә перпендикуляр да.
а) Диагональләре 6 см га тигез булган турыпочмаклык төзегез. Диагональләре шундый ук булган икенче турыпочмаклык төзегез.
б) Диагональләре 8 см га тигез булган квадрат төзегез. Диагональләре шундый ук булган тагын бер квадрат төзеп буламы?

1003 Практик ситуация Сезгә кәгазь битеннән ромб кисеп алырга кирәк булсын, ди. Ә сезнең берминди дә сызым инструментларыгыз юк. Кәгазь битен бөкләү ярдәмендә мәсьәләне чишегез.
Күрсәтмә. Ромбның ике симметрия күчәре булуыннан файдаланыгыз.

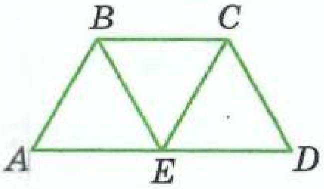
Б

1004 Фикер йөртәбез 12.10 нчы рәсемдә *ABCE* һәм *BCDE* ромблары сурәтләнгән. Әгәр $BC = 3$ см булса, *BCE* өчпочмагының периметрын һәм почмакларын табыгыз.

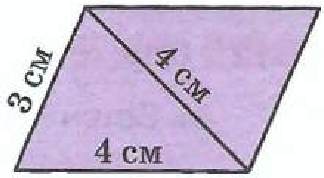
1005 Диагональләре 30° лы почмак ясап кисешкән һәм озынлыклары 4 см һәм 5 см булган параллелограмм төзегез.

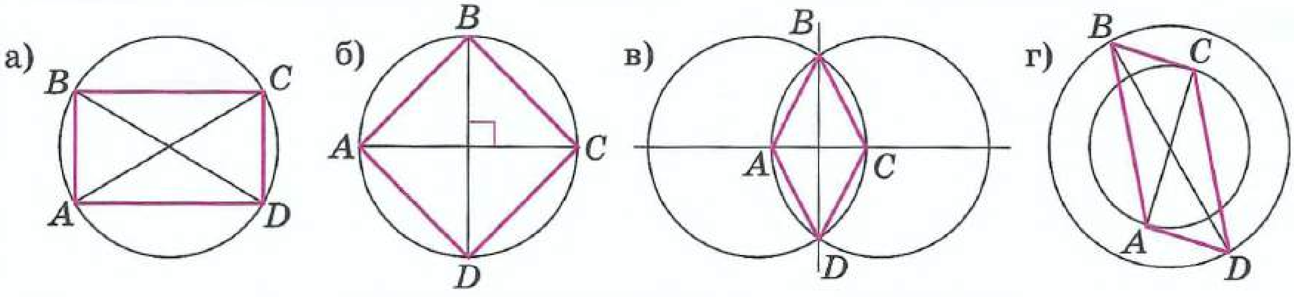
1006 Төзү ысулын эзлибез Бирелгән яклары һәм диагонале буенча параллелограмм төзегез (рәс. 12.11).

Рәс. 12.10



Рәс. 12.11





Рәс. 12.12

1007 12.12 нче *а–г* рәсемдә дүртпочмаклар: турыпочмаклык, квадрат, ромб һәм параллелограмм төзү ысуллары бирелгән. Һәр дүртпочмакны төзү ысулын сүзләр белән аңлатыгыз һәм төзүне башкарыгыз.

1008 12.13 нче рәсемдә ромблар ничә? Параллелограммнар ничә?

1009 Сынап карыйбыз Кәгазьдән тигезьянлы булмаган ике тигез өчпочмак кисеп алыгыз. Алардан төрле параллелограммнар төзегез. Ничә төрле параллелограмм төзи алдыгыз? Әгәр ике тигезьянлы өчпочмак; ике тигезьяклы өчпочмак алынган булса?

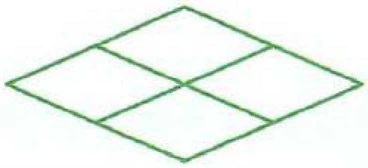


Рис. 12.13

1010 Фикер йөртәбез 1) *A* — параллелограммнар күплеге, *B* — турыпочмаклыклар күплеге, *C* — ромблар күплеге булсын (12.14). Нинди дүртпочмаклар күплеге *D* хәрефе белән тамгаланган?

2) Җөмләләрне язып бетерегез:

Теләсә нинди турыпочмаклык ... була.

Теләсә нинди ромб ... була.

Теләсә нинди квадрат ... була.

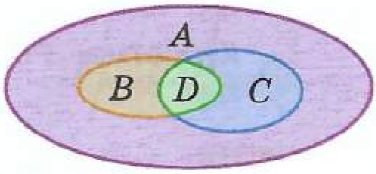


Рис. 12.14

1011 Тикшерәбез 1) Ике пар параллель турылар кисешкәндә барлыкка килгән почмакларның берсе 80° (рәс. 12.1 не к.). Рәсемне дәфтәрегезгә күчереп ясагыз, анда 80° ка тигез булган барлык почмакларны языгыз.

2) Почмакларның берсе 60° ка тигез булса, калган почмаклар күпмегә тигез?

3) Параллелограммның бер ягы янында ятучы почмаклар нинди үзлеккә ия?

К

1012 0,13, $\frac{2}{9}$, −250, $-2\frac{1}{7}$, 0, −10,8, 14, 1,25, −6 саннары бирелгән.

а) Бөтен саннарны; б) тискәре вакланмалы саннарны язып алыгыз.

1013 Аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

а) $(0{,}3 - 1{,}5 \cdot 0{,}8) : (-3)$; б) $\frac{-0{,}7 - 14}{0{,}1 - 0{,}07}$.

1014 Табыгыз: $|-4|$, $\left|\frac{3}{11}\right|$, $\left|-2\frac{1}{7}\right|$, $|-0{,}15|$, $|0|$, $|12{,}7|$, $\left|-\frac{17}{18}\right|$.

1015 Россиядә халык саны Япониядәге халык санына караганда якынча 11% ка артыграк. Япониядә 128 млн кеше яшәсә, Россиядәге халык санын табыгыз. Җавапны миллионга кадәр түгәрәкләгез.

1016 Велосипедчы һәм җәяүле бер үк вакытта ике пункттан бер-берсенә кара-каршы чыгып киткәннәр. Велосипедчы ике пункт арасын 16 мин та, ә җәяүле 48 мин та узса, алар ничә минуттан соң очрашканнар?

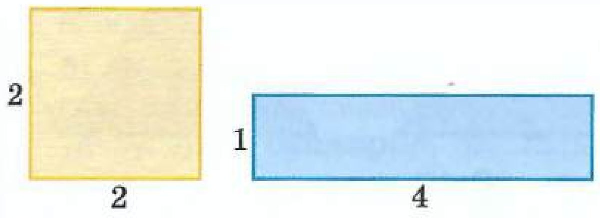
1017 12 м тукымадан 15 итәк тегеп була. 4,8 м тукымадан шундый ничә итәк тегеп булыр?

1018 Әбиләре барлык җыйган ак гөмбәләрнең яртысын тозлаган, калган гөмбәнең өчтән икесен кибәргә куйган, ә калган 10 гөмбәдән аш пешергән. Барлыгы ничә ак гөмбә җыйганнар?

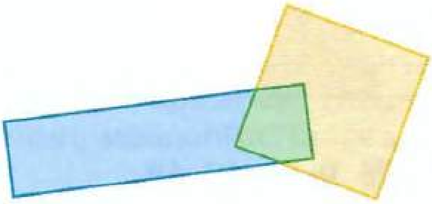
12.2 Мәйданнар

12.15 нче рәсемдә сурәтләнгән квадрат һәм турыпочмаклыкның мәйданнарын табыйк. Квадратның мәйданы $2 \times 2 = 4$ (кв.бер.) кә тигез, турыпочмаклык мәйданы $1 \times 4 = 4$ (кв.бер.) кә тигез. Фигураларның мәйданнары бертигез икәнен күрдек. Мәйданнары тигез булган ике фигураны *тигез зурлыктагы* фигуралар дип атыйлар. Димәк, бирелгән квадрат һәм турыпочмаклык тигез зурлыкта.

12.16 нчы рәсемдә шул ук квадрат белән турыпочмаклык берсе өстенә икенчесе салынган. Сары һәм зәңгәр күппочмаклар да тигез зурлыкта, чөнки тигез зурлыклардан (квадрат мәйданы һәм турыпочмаклык мәйданы) бертигез зурлыкны алсаң (яшел күппочмак мәйданын), калганы да бертигез була.



Рәс. 12.15

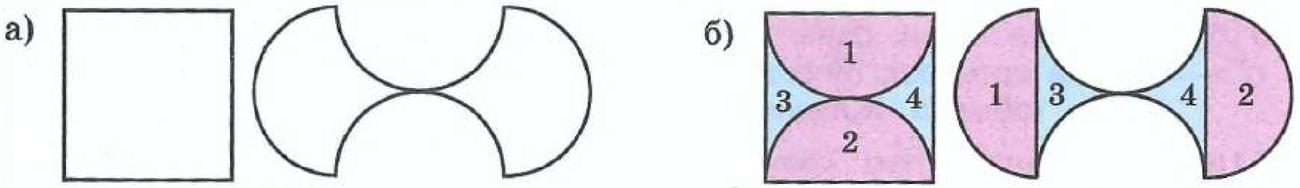


Рәс. 12.16

Кисәкләргә бүленгән фигураның мәйданы кисәкләренең мәйданнары суммасына тигез була. Әгәр фигуралар бертөрле кисәкләрдән төзелсә, яки икенче төрле әйткәндә, *тигез төзелгән* булса, аларның мәйданнары да тигез була.

Тигез төзелгән фигуралар тигез зурлыкта була.

12.17 нче *а* рәсемдә сурәтләнгән ике фигураны карап үтик. Карап торышка бер-берсенә охшамаган бу ике фигураны бертөрле кисәкләргә бүләргә мөмкин (рәс. 15.17, *б*). Димәк, алар тигез зурлыкта.



Рәс. 12.17

- Фигуралар тигез төзелгән, бу нәрсәне аңлата?
- Тигез төзелгән фигуралар нинди үзлекләргә ия?
- Квадратны (рәс. 12.15 не к.) диагонале буенча кисәннәр һәм, килеп чыккан кисәкләрне кушып, өчпочмак төзегәннәр. Дөресме:
  а) өчпочмак һәм квадрат тигез зурлыкта;
  б) өчпочмак һәм турыпочмаклык тигез зурлыкта?
- Әгәр уртак кисәкнең мәйданы 1 кв.бер. булса, зәңгәр һәм сары төскә буялган кисәкләрнең мәйданы күпмегә тигез (рәс. 12.16 к.)?

Тигез төзелгән фигураларның бу үзлеген мәйданнарны исәпләгән вакытта куллану файдалы. Фигураның мәйданын табу аны мәйданы таныш булган фигураларга кискәләүгә кайтып кала. Параллелограммның мәйданын тапканда да, бу алымнан файдаланабыз. Параллелограммны ягына перпендикуляр булган сызык буенча кисәбез һәм кисеп алган өчпочмакны 12.18 нче рәсемдә күрсәтелгәнчә күчереп куябыз. Параллелограммны кисеп, аны турыпочмаклыкка үзгәрттек, ә турыпочмаклыкның мәйданын исәпләү ысулы безгә билгеле инде.

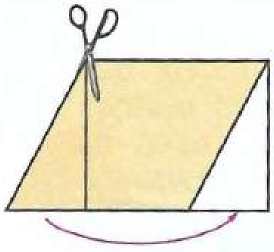


Рис. 12.18

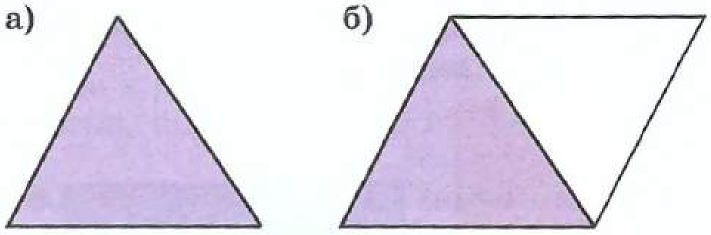


Рис. 12.19

Өчпочмак мәйданын да шул рәвешле табарга була (рәс. 12.19, *а*). Ике ягына параллель турылар үткәреп, өчпочмак параллелограммга тутырала (рәс.12.19, *б*). Күргәнегезчә, өчпочмак мәйданы без төзегән параллелограмм мәйданының яртысына тигез. Ә өчпочмак мәйданын ничек табарга икәнен сез инде беләсез.

- Параллелограммны яклары 2 см һәм 3 см лы турыпочмаклыкка үзгәртеп кискәннәр (рәс. 12.18). Параллелограммның мәйданы күпмегә тигез?

А

1019 Ягы 6 см булган квадрат белән тигез зурлыктагы нинди дә булса бер турыпочмаклык сызыгыз. Нәкъ шундый ук мәйданлы, яклары бөтен саннар белән генә бирелгән ничә турыпочмаклык бар?

1020 **Анализлыйбыз** 12.20 нче рәсемдә сурәтләнгән фигураларның тигез зурлыкта икәнен күрсәтегез.

Күрсәтмә. Һәр фигураны квадратка үзгәртеп төзегез.

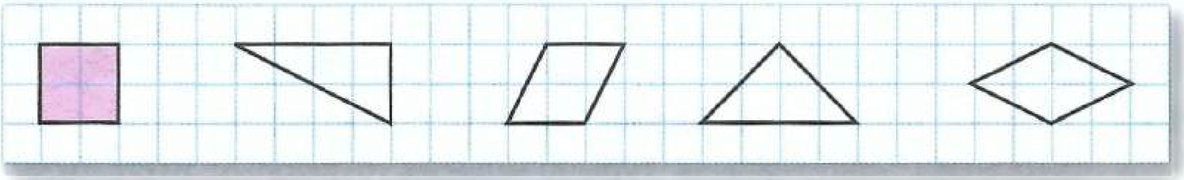
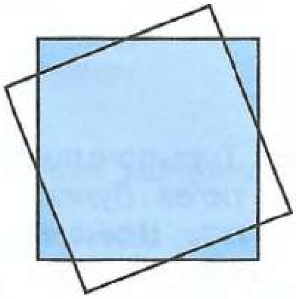
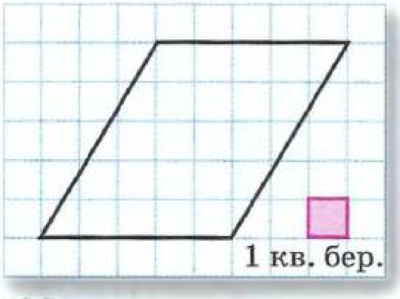


Рис. 12.20

1021 **Фикер йөртәбез** Ике бертөрле квадрат 12.21 нче рәсемдә күрсәтелгәнчә урнаштырылган. Зәңгәр өчпочмакларның мәйданнары суммасы ак өчпочмакларның мәйданнары суммасына тигез икәнен исбатлагыз.



Рәс. 12.21



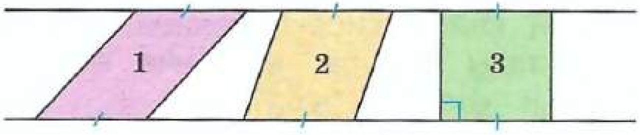
Рәс. 12.22

1022 а) 12.22 нче рәсемдә сурәтләнгән параллелограммны, турыпочмаклыкка үзгәртеп, ничек кисеп булуын күрсәтегез. Параллелограммның мәйданы күпмегә тигез?

б) Кәгазьдән нинди дә булса бер параллелограмм кисеп алыгыз һәм аны, турыпочмаклык булырлык итеп, үзгәртеп кисегез. Тиешле үлчәүләрне башкарып, бу параллелограммның мәйданын табыгыз.

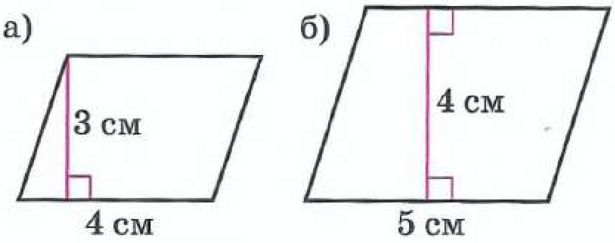
1023 **Дөрес яки дөрес түгел** 12.23 нче рәсемдә сурәтләнгән параллелограммнарның мәйданнары S_1, S_2, S_3 булсын. Раслауларның кайсы дөрес?

1) $S_1 > S_2 > S_3$. 2) $S_1 > S_2$, $S_2 = S_3$. 3) $S_1 = S_2$, $S_2 < S_3$. 4) $S_1 = S_2 = S_3$.

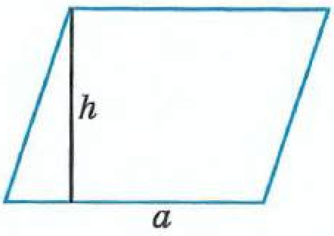


Рәс. 12.23

1024 **Символлар белән эшлибез** 1) 12.24 нче *а*, *б* рәсемнәрдә сурәтләнгән параллелограммны турыпочмаклыкка үзгәртеп төзегәндә, аның үлчәмнәре нинди булыр? Параллелограммның мәйданы күпмегә тигез? 2) Параллелограммның мәйданы *S* ны табу өчен, формула чыгарыгыз (рәс. 12.25).



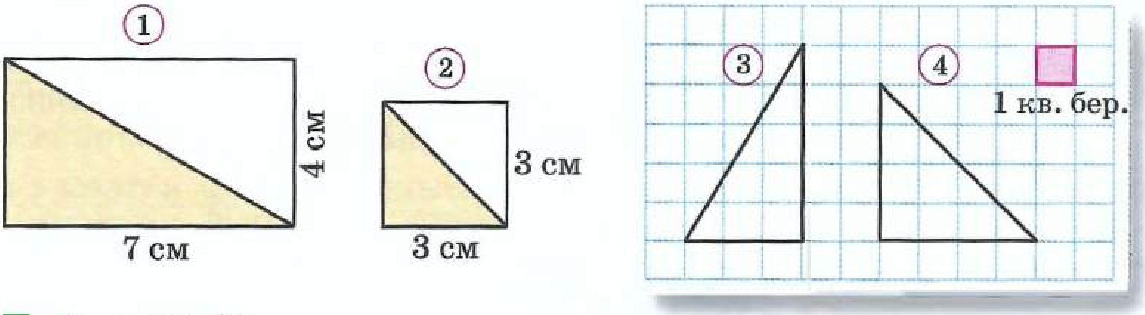
Рәс. 12.24



Рәс. 12.25

1025 Һәр өчпочмакның мәйданы күпмегә тигез (рәс.12.26)?

Күрсәтмә. Өчпочмакны турыпочмаклык булырлык итеп төзеп бетерегез.



Рәс. 12.26

1026 **Символлар белән эшлибез** Турыпочмаклы өчпочмакның *a* һәм *b* га *тигез булган яклары туры почмак хасил итә. Шундый өчпочмакның мәйданы S ны исәпләү өчен формула чыгарыгыз (рәс.* 12.26 ны к.): а) $a = 3$ см, $b = 4$ см; б) $a = 4{,}5$ см, $b = 6$ см булганда, өчпочмакның мәйданын исәпләгез.

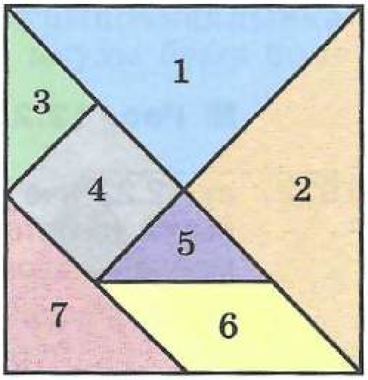


Рис. 12.27

1027 **Сынап карыйбыз**

1) Кәгазьдән ягы 8 см булган квадрат кисеп алыгыз һәм аны танграм фигураларына кискәләгез. Барлык җиде фигураның исемнәрен әйтегез. Алар арасында тигезләре бармы? Һәр фигураның мәйданын табыгыз.

2) Төзегез: а) танграмның ике, өч, биш һәм җиде кисәгеннән өчпочмак;

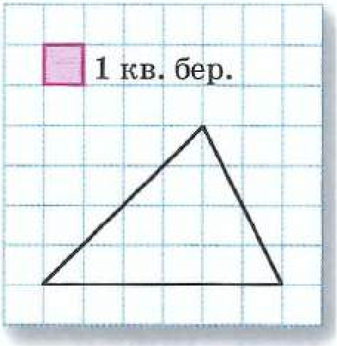
б) танграмның ике һәм өч кисәгеннән квадрат;

в) танграмның өч, дүрт һәм җиде кисәгеннән турыпочмаклык.

3) Танграмның кайсы кисәкләреннән: а) ике тигез фигура; б) ике тигез зурлыктагы фигура; в) 7 нче өчпочмакка тигез зурлыктагы турыпочмаклык төзергә була?

Б

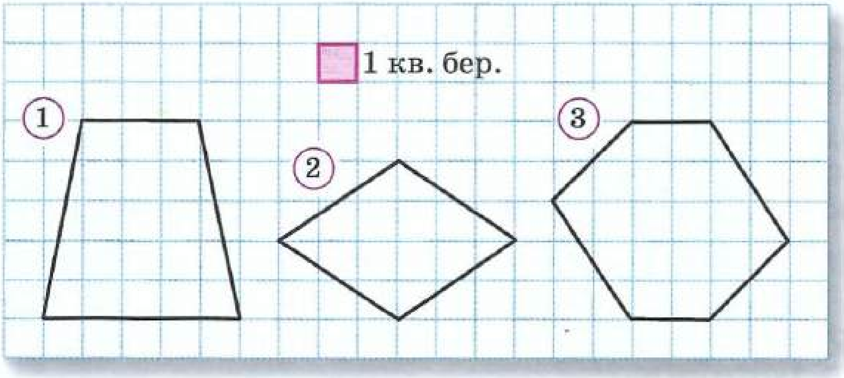
1028 Өчпочмакны дәфтәрегезгә күчереп сызыгыз. Аның мәйданы күпмегә тигез? Һәр күппочмакның мәйданын табыгыз (рәс. 12.29)



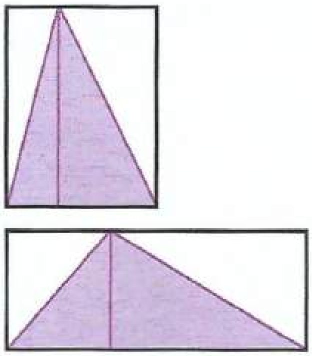
Рәс. 12.28

1029 Һәр күппочмакның мәйданын табыгыз (рәс. 12.29).

1030 Анализлыйбыз һәм фикер йөртәбез 12.30 нчы рәсемдә сурәтләнгән турыпочмаклыклар тигез зурлыкта. Буялган өчпочмакларның мәйданнары да тигез зурлыктамы?



Рәс. 12.29

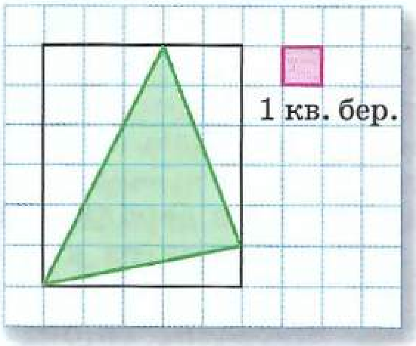


Рәс. 12.30

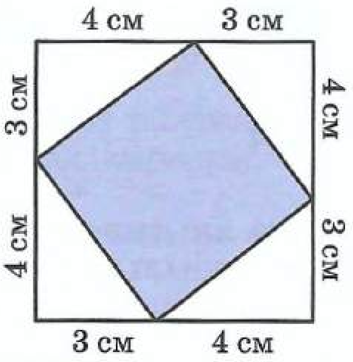
1031 Буялган өчпочмакның мәйданын табыгыз (рәс. 12.31).

1032 а) Квадраттан дүрт тигез өчпочмак кисеп алганнар (рәс. 12.32). Калган кисәкнең мәйданын табыгыз. Буялган күппочмак нинди фигура булыр?

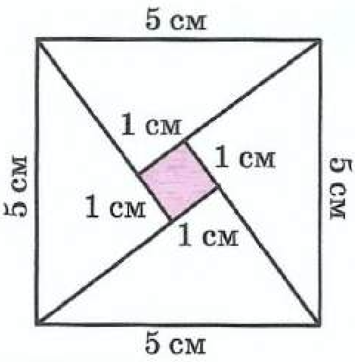
б) Квадраттан дүрт тигез өчпочмак кисеп алганнар (рәс. 12.33). Һәр өчпочмакның мәйданы күпмегә тигез?



Рәс. 12.31



Рәс. 12.32



Рәс. 12.33

К

1033 Аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

а) $3{,}3 : (-11) + (-2{,}5) : 5$; б) $(-1) : \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{5}\right)$.

1034 -2, $1\frac{1}{3}$, $0{,}25$, $-0{,}5$, $-\frac{2}{3}$ саннарын координаталар турысында билгеләгез.

1035 Тигезләмәне чишегез: а) $1 - 0{,}2x = 2{,}6$; б) $3 - (x + 1{,}9) = -1{,}1$.

1036 Әгәр $a = \frac{7}{8}$; $a = -1{,}2$; $a = -\frac{1}{9}$ булса, $|a|$ны табыгыз.

1037 Самир бер сан уйлаган, аңа 1 не кушкан, нәтиҗәне 25 кә бүлгән һәм нәтиҗәдән 4 не алган, 0 килеп чыккан. Самир нинди сан уйлаган?

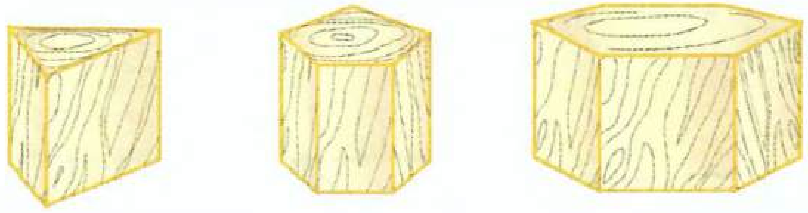
1038 Чемоданның массасы сумка массасыннан 1,5 тапкырга зуррак, ә икесенең массасы бергә 20 кг. Сумка һәм чемоданның массалары күпмегә тигез?

1039 Мүк җиләгендә шикәр 6 %, ә нарат җиләгендә 9 % булса, 80 шәр г мүк һәм нарат җиләкләрендә ничәшәр грамм шикәр бар? Җавапны берәмлекләргә кадәр түгәрәкләгез.

1040 Вәли a партия компьютер уены уйнаган һәм шуларның b партиясендә откан. Откан партияләрнең процентын исәпләү өчен, аңлатма төзегез. Әгәр $a = 125$, $b = 17$ булса, Вәлинең откан партияләр санын процентларда күрсәтегез.

12.3 Призма

Бу пунктта сез тагын бер күпкырлыклар күплегеннән булган **призмалар** белән танышып үтәрсез. «Призма» атамасы грек сүзе πρισμα дан килеп чыккан, аны «кисенте» дип тәрҗемә итәргә мөмкин. 12.34 нче рәсемгә карагыз: анда төрле-төрле призмалар сурәтләнгән.



Рәс. 12.34

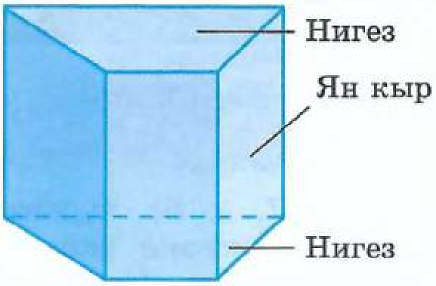
Призманың кырларын *ян кырларга* һәм *нигезгә* аералар. Призманың нигезе – параллель яссылыкларда яткан ике тигез күппочмак, ян кырлары турыпочмаклыклар була.

Призмага нигезе буенча исем бирәләр. Мәсәлән, 12.35 нче рәсемдә сурәтләнгән призманы, нигезе дүртпочмак булганлыктан, дүртпочмаклы призма диләр.

Дүртпочмаклы призмаларның берсе сезгә яхшы таныш: ул — параллелепипед (рәс. 12.36). Барлык кырлары турыпочмаклыклар булганлыктан, аны күбрәк турыпочмаклы параллелепипед дип атыйлар.

Призмаларны, замоклар, манаралар, чиркәүләр төзегәндә, архитекторлар еш кына кулланганнар. Фотога карагыз. Анда Выборг шәһәрендә урнашкан рыцарь замогының манарасы сурәтләнгән. Манараның аскы өлеше — куб, ә урта өлеше — нәкъ шундый үлчәмдәге кубтан «кисеп ясалган» сигезпочмаклы призма.

Выборгтагы замок, XIII г.



Рәс. 12.35

Рәс. 12.36

Бал корты кәрәзе

Ләкин иң оста төзүче — табигать үзе. Сезең бал корты кәрәзен күргәнегез булса, аның һәр кәрәз күзәнәге алтыпочмаклы призмадан торганлыгына игътибар иткәнегез бардыр. Бу очраклы хәл түгел. Математиклар исбатлавынча, мондый корылма бик отышлы һәм бик чыдам була икән. Бал кортлары моңа «үз акыллары» белән «ирешкәннәр» бит.

- 12.34 нче рәсемдәге призмаларның исемнәрен әйтегез.
- Призма формасындагы предметларны табыгыз.

A

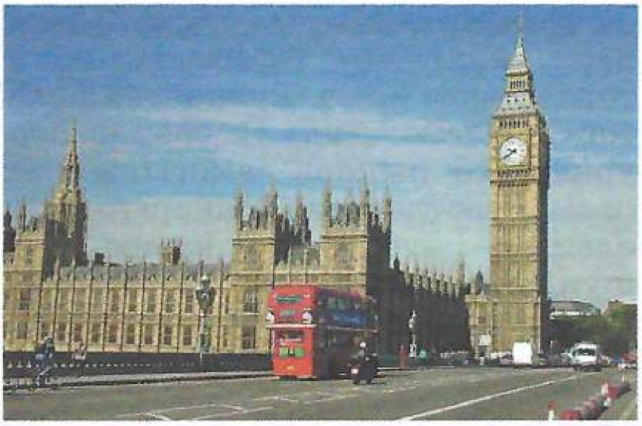
1041 **Күзәтәбез** а) Бишпочмаклы призманың ян кабыргалары; барлык кабыргалары ничә? Аның ян кырлары; барлык кырлары ничә? Бу призманың ничә түбәсе бар?
б) Шул ук сорауларга алтыпочмаклы призма өчен җавап бирегез.

1042 а) Барлык кабыргалары да 10 см га тигез булган өчпочмаклы призманың;
б) ян кабыргалары 8 см, ә барлык нигез кабыргалары 5 см га тигез булган бишпочмаклы призманың каркаслы моделен ясау өчен, күпме металлчыбык кирәк булачак?

1043 **Мәгълүмат эзлибез** а) Әдәбияттан яки Интернеттан Мәскәү Кремле манараларының сурәтләрен табыгыз һәм формаларын тасвирлагыз.

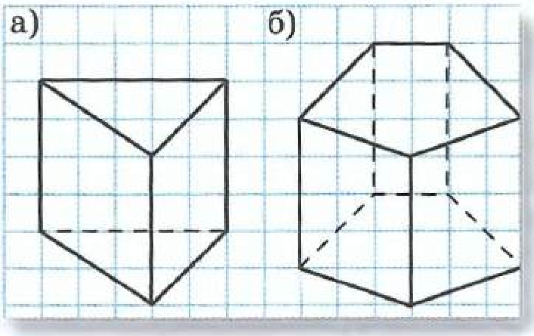
б) Фотографияләрдә сурәтләнгән манараларның формаларын тасвирлагыз.

Сөембикә манарасы, Казан

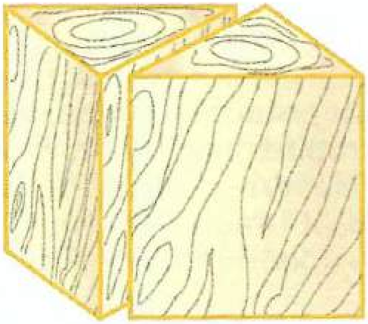


Елизавета манарасы, Бөекбритания, Лондон

1044 Призманы дәфтәрегезгә күчереп ясагыз (рәс. 12.37, *а*, *б*). Күренә торган ян кырларын — бер төскә, күренә торган нигезне икенче төскә буягыз.



Рәс. 12.37



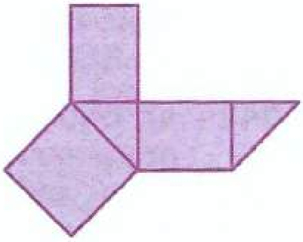
Рәс. 12.38

1045 а) Кубны 12.38 нче рәсемдә күрсәтелгәнчә кискәннәр. Нинди күпкырлыклар килеп чыккан?

б) Бишпочмаклы призма рәсемен ясагыз (мәсәлән, 12.37, *б* рәсемендәгечә). Аны өчпочмаклы призмаларга ничек итеп кисеп булуын күрсәтегез.

1046 12.39 нчы рәсемдә нигезе тигезьянлы турыпочмаклы өчпочмак булган призманың җәелмәсе сурәтләнгән. Һәр кисемтәне, 5 тапкыр зурайтып, җәелмәне каты кәгазьгә күчерегез. Килеп чыккан җәелмәдән призма ябыштырыгыз.

Күрсәтмә. Җәелмәне ябыштыру өчен, кәгазь тасмалары калдырырга онытмагыз.



Рәс. 12.39

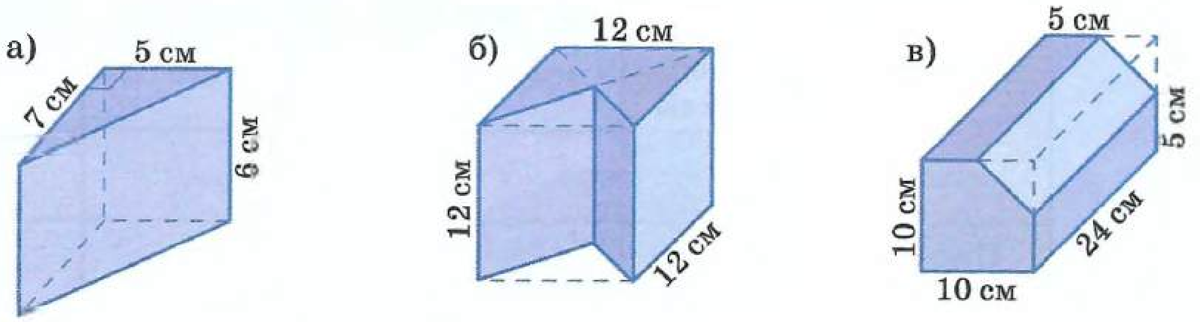
Б

1047 Закончалык эзлибез а) Җидепочмаклы призманың; б) унпочмаклы призманың; в) n — почмаклы призманың ничә түбәсе, кабыргасы, кыры бар?

1048 Анализ ясыйбыз а) Призманың 2000 түбәсе бар. Бу призманың һәр нигезендә ничә түбә бар? Призманың исемен әйтегез. 2001 түбәле призма була аламы?
б) Призманың 33 кабыргасы бар. Бу нинди призма? 100 кабыргалы призма була аламы?
в) Призманың 22 кыры бар. Бу нинди призма? 23 кырлы призма була аламы?
г) Призманың түбәләре һәм кабыргалары саны суммасы 25 кә тигез. Бу нинди призма?

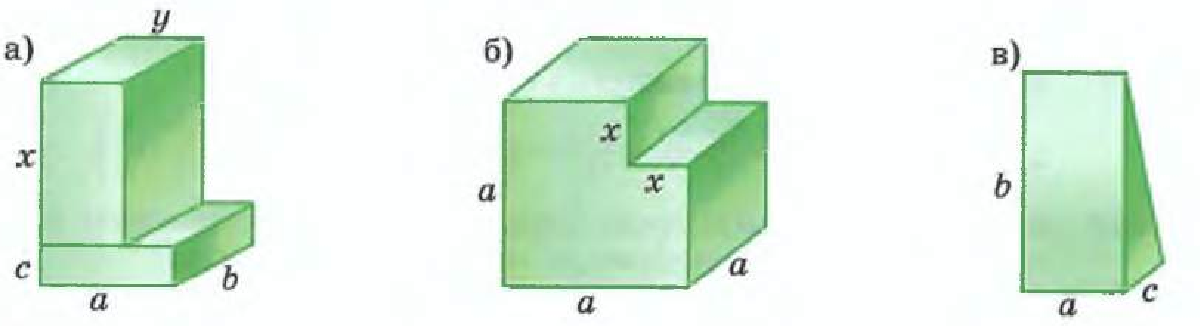
1049 Фикер йөртәбез Күпкырлыкның пирамида яки призма икәне билгеле. Әгәр аның: а) 13 түбәсе; б) 15 кабыргасы булса, бу нинди күпкырлык булыр?

1050 Күпкырлыкның күләмен табыгыз (рәс. 12.40, *а–в*).



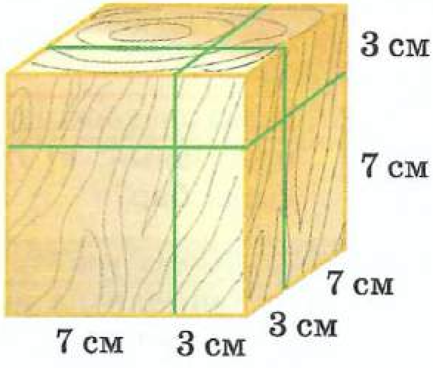
Рәс. 12.40

1051 Символлар белән эшлибез Күпкырлыкның күләме V ны исәпләү формуласын языгыз (рәс. 12.41, *а–в*).



Рәс. 12.41

1052 Параллелепипедның нигезе — квадрат. Параллелепипедның ян кабыргасы a см га, ә нигезенең кабыргасы b см га тигез. Параллелепипедның каркасын ясау өчен кирәкле металлчыбыкның озынлыгы l ны исәпләү формуласын языгыз.



Рәс. 12.42

1053 **Күзәтәбез һәм анализлыйбыз** 10 см кабыргалы кубны, 12.42 нче рәсемдә күрсәтелгәнчә, кырларына параллель булган өч яссылык белән кисәннәр. Кубны ничә өлешкә кисәннәр? Килеп чыккан иң зур һәм иң кечкенә өлешләрнең күләмен табыгыз.

1054 **Тикшерәбез** Күпкырлыкта В — түбәләр саны, Р — кабыргалар саны һәм Г — кырлар саны булсын. В − Р + Г санын бөек математик Леонард Эйлер исеме белән *Эйлер характеристикасы* дип атыйлар. Таблицадагы барлык күпкырлыклар өчен бу санның 2 гә тигез, ягъни В − Р + Г = 2 булуын тикшерегез.

Күпкырлык		Түбәләр саны (В)	Кабыргалар саны (Р)	Кырлар саны (Г)	В − Р + Г
Призма	өчпочмаклы				
	дүртпочмаклы				
Пирамида	бишпочмаклы				
	сигезпочмаклы				

К

1055 Дәрәҗәнең кыйммәтен исәпләгез: а) $(-0{,}1)^5$; б) $(-0{,}8)^3$; в) $\left(-\frac{2}{5}\right)^4$.

1056 Аңлатмаларның кыйммәтен чагыштырыгыз:

а) $-5\cdot(-0{,}8)$ һәм $8\cdot 0{,}5$; б) $\frac{1}{5}-\frac{1}{4}$ һәм $\frac{1}{5}:\left(-\frac{1}{4}\right)$.

1057 Бер порция туңдырманың массасы 70 г га, майлылыгы 8 % ка тигез. Бер порция туңдырмада ничә грамм май бар?

1058 Дисконт карта буенча 3 % ташлама ясала. Кухня гарнитурын сатып алганда ясалган ташлама 360 с. тәшкил иткән. Ташлама ясалганчы, гарнитурның бәясе күпме торган?

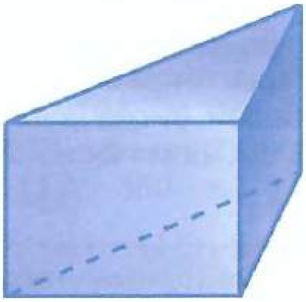
Сез нәрсәгә өйрәндегез

Мәҗбүри белем күнекмәләре

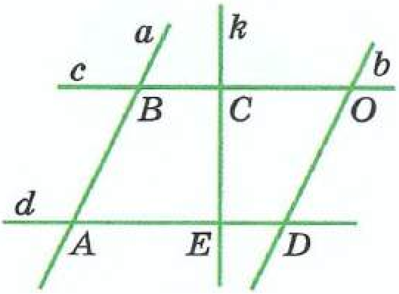
а) Призмаларны; б) параллелограммнарны сызымнарда, рәсемнәрдә таный, тирә-юньнән таба алам.

1. Рәсемнәрнең кайсында манара призма формасында?

2. Рәсемдә сурәтләнгән призманың исемен әйтегез.



3. Рәсемдә $a \parallel b$, $c \parallel d$, $k \perp b$. Дүртпочмакларның кайсы параллелограмм була:
1) $ABCE$; 2) $CODE$; 3) $ABOD$?



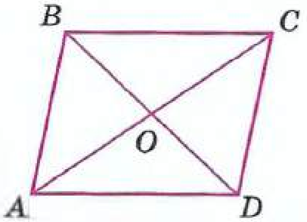
Параллелограммнарның төрләрен; параллелограммнарның үзлекләрен беләм.

4. Бирелгән дүртпочмакларның кайсылары параллелограмм түгел?

1) Квадрат. 2) Турыпочмаклык. 3) Ромб. 4) Трапеция.

5. Нәрсә зуррак: яклары 3 см һәм 5 см булган параллелограмм периметрымы, әллә ягы 4 см булган ромбның периметрымы?

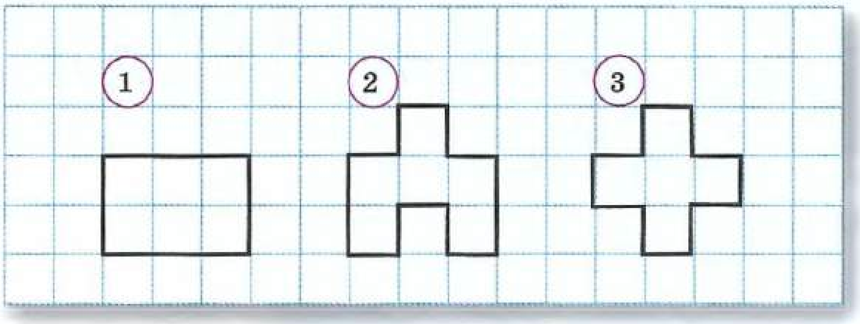
6. *ABCD* — параллелограмм. Раслауларның кайсы дөрес түгел?



1) $AB \parallel CD$.
2) $\triangle ABO = \triangle COD$.
3) *AC* — параллелограммның симметрия күчәре.
4) $\angle ABC = \angle ADC$.

Нинди фигураларны тигез зурлыктагы фигуралар дип аталганын беләм.

7. Бирелгән фигураларның кайсылары тигез зурлыкта?

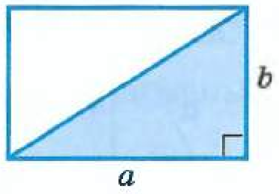


8. Турыпочмаклыкның яклары бирелгән. Ягы 8 см булган квадрат кайсы турыпочмаклык белән тигез зурлыкта?

1) 4 см һәм 8 см. 2) 8 см һәм 2 см. 3) 4 см һәм 16 см. 4) 5 см һәм 3 см.

Турыпочмаклы өчпочмакның мәйданын таба алам; параллелограммны турыпочмаклыкка үзгәртеп, аның мәйданын таба беләм.

9. Әгәр $a = 12$ см, $b = 8$ см булса, өчпочмакның мәйданы күпмегә тигез?



10. Яклары 3 см һәм 6 см булган турыпочмаклыкны диагонале буенча кискәннәр. Килеп чыккан һәр өчпочмакның мәйданы күпмегә тигез?

11. Параллелограммны яклары 5 см һәм 4,2 см булган турыпочмаклыкка үзгәрткәннәр. Параллелограммның мәйданы күпмегә тигез?

Тагын башка биремнәрне дә үти алам (берничә номерны күрсәтегез).

Җаваплар

1 нче бүлек

10. а) $\frac{3}{2}$; б) $\frac{4}{3}$. **17.** ж) $1\frac{17}{100}$; з) $\frac{1}{18}$; и) $\frac{1}{36}$; к) $1\frac{3}{20}$. **24.** а) $\frac{21}{32}$; б) $\frac{16}{17}$; в) $\frac{1}{9}$; г) $2\frac{5}{8}$; д) $\frac{1}{7}$; е) $\frac{5}{17}$. **25.** а) 45; б) $1\frac{1}{45}$; в) $9\frac{1}{4}$; г) $\frac{3}{5}$. **26.** а) $\frac{1}{8}$; б) $\frac{1}{12}$. **27.** б) $13\frac{3}{5}$ дм. **30.** в) $11\frac{4}{7}$; г) $12\frac{3}{8}$. **31.** а) $1\frac{1}{2}$; б) $6\frac{1}{70}$. **32.** 6 көндә. **33.** 28 сәгтә. **46.** д) $\frac{7}{1000}$; е) $\frac{1}{2}$. **50.** а) 0; б) $2\frac{2}{5}$; в) $\frac{7}{11}$. **51.** а) $\frac{3}{40}$; б) $\frac{5}{21}$; в) $\frac{8}{33}$. **52.** а) 3; б) $2\frac{1}{11}$; в) $4\frac{2}{3}$; г) $3\frac{2}{3}$. **59.** а) 1 м 50 см; б) 4 сәг. **61.** а) 72 см; б) 16 м. **62.** а) 48 л; б) 450 кг. **63.** Җавап 3. **68.** а) 84 мин һәм 42 мин; б) 1 сәг 10 мин ка. **72.** а) 18 бит; б) 30 фатир. **74.** а) 96 бит; б) 120 сум. **75.** а) 180 бит; б) 14 кг; барлык уңышның $\frac{1}{7}$ өлеше. **79.** а) $1\frac{1}{2}$ тапкырга; б) $3\frac{2}{3}$ тапкырга. **80.** $\frac{3}{7}$; $2\frac{1}{3}$ тапкырга. **81.** а) $\frac{1}{18}$; б) $3\frac{2}{3}$; в) $2\frac{1}{2}$; г) $1\frac{1}{12}$. **82.** а) Барлыгы 6 вариант; б) барлыгы 9 ысул. **83.** 18 см; 26 см. **103.** а) 15 000 кеше; б) 400 с. **104.** а) 30 мең китап һәм 4 мең китап; б) 63 м һәм 108 м. **107.** б) 1) 248 кешегә; 2) 868 укучы. **108.** а) 151 200 с.; б) 240 с. га, 176 с. га. **112.** 360 с. **113.** 60 км. **116.** 2 тапкырга. **117.** а) 3 тапкырга; б) 50 % ка. **118.** 4 тапкырга; 640 данә. **121.** $\frac{9}{80}$. **122.** б) 750 с. **123.** а) Барлыгы 9 сан; б) барлыгы 6 сан. **128.** в) 60 кеше. **129.** г) 20 000 берәмлек. **134.** 320 укучы. **135.** а) Барлыгы 12 сан; б) барлыгы 9 сан. **136.** Ике өске өлеш: 225 $см^3$ һәм 450 $см^3$, ике аскы өлеш: 900 $см^3$ һәм 1800 $см^3$.

2 нче бүлек

137. а) $\angle 2 = \angle 4 = 151^\circ$, $\angle 3 = \angle 1 = 29^\circ$. **142.** 1, 3, 4 нче раслаулар дөрес, 2 нче раслау дөрес түгел. **143.** Ике почмак 106°лы һәм ике почмак 74°лы. **147.** а) $4\frac{1}{3}$; б) $2\frac{29}{30}$; в) $3\frac{1}{3}$; г) 5. **148.** 15 %. **149.** 1200 $м^3$. **155.** *AB* һәм *CD*, *BC* һәм *AD*, *AC* һәм *BD*. **157.** 1—3 нче раслаулар дөрес; $\angle 6 = \angle 5 = \angle 1 = 45^\circ$; $\angle 7 = \angle 3 = 180^\circ - \angle 1 = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$; $\angle 8 = \angle 4 = 180^\circ - \angle 1 = 135^\circ$. **162.** а) $1\frac{1}{3}$; б) $1\frac{7}{36}$. **163.** 187 үсемлек. **164.** 19 200 с. **172.** а) 2 см яки 8 см.

175. *CD* һәм *BD* кисемтәләрен кисеп үтә. **178.** а) 8; б) $\frac{4}{5}$. **179.** 200 мл чия һәм 100 мл лимон согы. **180.** 200 с.

3 нче бүлек

189. а) 0,02; 0,05; 0,14; 0,17; б) 2,31; 2,36; 2,43; 2,47. **190.** а) 3,47; б) 40,4; в) 20,301; г) 0,555; д) 0,1101; е) 0,06606. **193.** 1) 3,2 ноктасында; 5 ноктасында. 2) 12 адымнан соң. 3) Юк. **194.** Барлыгы 18 унарлы вакланма язарга була: теләсә нинди ике цифрдан төзелгән 6 вакланма һәм өч цифрдан 12 вакланма (шуларның 6 сы өтердән соң бер тамга белән һәм 6 сы ике тамга белән). **195.** 1) $\frac{2}{3}$ мин, $\frac{1}{4}$ мин; 2) 5 мин, 45 мин, 50 мин. **198.** в) 0,01; 0,001; 0,00001. **202.** Дөрес булмаган тигезлекләр: 1), 4), 5). **205.** б) 0,001; 0,000001; 0,000000001. **210.** 840 с. һәм 360 с. **213.** а) 0,125; 0,375; 0,625; 0,875; б) 0,005; 0,015; 0,105; в) 0,008; 0,032; 0,088. **215.** а) 0,3; б) 0,6; в) 0,07; г) 0,2; д) 0,25; е) 0,75; ж) 0,4; з) 0,45; и) 2,6; к) 1,08. **216.** $\frac{6}{24}$, $\frac{14}{35}$, $\frac{36}{48}$. **218.** а) 1,2 сәг; б) 2,5 сәг; в) 10,75 сәг; г) $1\frac{2}{3}$ сәг; д) $3\frac{5}{6}$ сәг; е) 2,8 сәг. **221.** а) $1\frac{1}{6}$; б) $\frac{1}{5}$; в) $\frac{3}{10}$; г) $1\frac{2}{5}$; д) 0,03; е) 15. **222.** Икенче тапкыр; 32 сумга. **231.** а) Кимиләр; б) кимиләр; в) арталар. **233.** а) $\frac{1}{3} < 0,5$; б) $\frac{1}{7} < 0,4$; в) $0,75 < \frac{4}{5}$; г) $0,25 = \frac{1}{4}$; д) $\frac{4}{9} > 0,4$; е) $\frac{1}{25} > 0,03$. **235.** а) Әйе; әйе; юк; б) әйе; әйе; әйе; в) 4; 3. **236.** а) 9; б) 0; в) 8; 9; г) 0; 1; 2. **237.** а) $0,7 < \frac{37}{50} < \frac{3}{4}$; б) $0,125 < 0,13 < \frac{29}{200}$. **238.** а) 3, 0 һәм 1 саннарын сызып ташларга мөмкин. б) 7, 4, 8, 5 һәм 2 саннарын сызып ташларга мөмкин. **239.** *Күрсәтмә.* а) Ике очракны карагыз: 1) соңгы ике цифры — нульләр. 2) Соңгы цифрларының берсе булса да нуль түгел. б) Вакланмаларның ахырында нуль булган һәм булмаган очракларны карап китегез. **240.** 255 с.; 1870 с. **241.** 90–120 с. **242.** а) 0,006; б) 0,028; в) 0,045. **243.** а) 0,5 кг; 0,75 кг; 0,4 кг; 0,625 кг; б) $\frac{1}{5}$ кг; $\frac{3}{5}$ кг; $\frac{1}{4}$ кг; $\frac{3}{8}$ кг.

4 нче бүлек

246. е) 15,403; ж) 124,834; з) 16,34; и) 2,209. **248.** в) 0,28; г) 2,31; д) 0,091; е) 0,8. **250.** г) 0,14; д) 5,29; е) 89,15; ж) 2,955; з) 15,09; и) 1,5. **251.** в) 27,96; г) 39,08. **253.** а) 30,457; б) 8,497; в) 52,38; г) 17,252. **255.** в) $\frac{1}{3}$; г) $\frac{11}{15}$; д) $1\frac{7}{15}$; е) $\frac{7}{30}$. **256.** в) 2,11; г) 0,17; д) 1,31; е) 1,03. **257.** а) 12 кг; б) 2,8 кг. **259.** а) 8 кг һәм 10,5 кг; б) 6 л һәм 9,4 л. **267.** 1,3 км. **268.** 8 га (га). **269.** 20,5 г, 9,4 г һәм 15,7 г. **272.** а) 66 кг; б) 125 газета; в) 0,4. **275.** б) 40 700; д) 10 200 000; и) 785 000 000. **279.** в) 356 мл; 12 мл; 1250 мл; 100 мл; 800 мл. **280.** в) 2,56 л; 0,35 л;

0,0028 л; 0,00005 л. **288.** а) 4 кг 200 г; б) 2 км 650 м. **290.** в) 9,68; г) 22,4; д) 4; е) 6. **293.** б) 15,9; д) 6,283; з) 10,414; и) 0,329; к) 0,10315; л) 0,0556; м) 0,0246. **297.** г) 154,33; д) 45,3; е) 33. **300.** а) 1,15 км; б) 1,5 км. **302.** г) $\frac{5}{6}$; д) 1,5. **303.** а) 1,632; б) 12,096; в) 158; г) 4,96; д) 43,86; е) 4,169. **304.** а) 2,31; б) 0,09; в) 1,28; г) 2,56; д) 6; е) 4. **305.** 1) 3,15 млн с.; 2) 0,9 млн с.; з) 0,45 млн с. **306.** а) 10,5 м; б) 1,5 сәг. **307.** а) 0,35 км; б) 7 км, 8 км, 5 км. **308.** а) 0,1078; б) 0,579; в) 100,98; г) 0,00216; д) 0,00528; е) 0,099. **310.** а) 11,401; б) 21,94; в) 9,12; г) 6,21. **311.** 7,3 км. **312.** 6 мин. **313.** 0,2 дм. **315.** б) 36; г) 7,6. **321.** б) 34,1; д) 30,6; ж) 1,23; з) 2,45. **322.** б) 0,92; д) 0,51; ж) 0,011; з) 0,023. **323.** б) 5,315; д) 0,92; ж) 1,225; з) 11,125. **324.** д) 122,5; е) 0,48; ж) 37,5; з) 35,4. **327.** а) 450 г; б) 2 м 70 см. **328.** б) Барлыгы 6,75 л. **329.** б) 3200; г) 2450; д) 0,49; е) 232; ж) 2,24; з) 250. **330.** в) 1,2; г) 210; д) 7,068; е) 0,525; ж) 2,05; з) 20,3; и) 142,3; к) 277,5; л) 0,016; м) 240. **331.** а) 20 адым; б) 8 таблетка. **333.** а) 9 кисәк; б) 10 шешә. **335.** а) 2,152; б) 0; в) 0,55; г) 0,4. **336.** а) 40,18; б) 2,46; в) 27,6; г) 5,2. **337.** а) 12 рейс; б) 7 сөлге. **338.** б) 0,5 кг һәм 0,8 кг. **339.** а) 1,05 кг; б) 2,5 кг. **341.** а) 30,286; б) 3,9; в) 49,6; г) 1,23. **342.** а) 3,8; б) 0,32; в) 17,5; г) 1,01. **343.** 450 г. **344.** 2,5 км/сәг һәм 4 км/сәг. **345.** 2,97 кг һәм 4,29 кг. **346.** 8 м^2; 9,6 м^2 һәм 2,4 м^2. **347.** 432 плитка. **348.** 2 м. **349.** 0,2 га. **350.** 40 км. **352.** а) 1,5; б) $\frac{2}{3}$. **355.** б) $\frac{1}{6}$; г) 10,5; ж) $1\frac{2}{3}$. **356.** а) $3\frac{1}{3}$; б) 4,9; в) $\frac{5}{9}$; г) $\frac{5}{9}$; д) 1,4; е) $41\frac{2}{3}$. **358.** а) 303 банка; б) 8 итәк. **360.** а) 62,5 км/сәг; б) 0,25 сәг эчендә, ягъни 15 мин та. **361.** а) 16 км/сәг һәм 16,5 км/сәг; б) 62,5 км/сәг. **362.** а) 31; б) 2; в) $\frac{5}{7}$; г) 0,06. **363.** а) $\frac{5}{6}$; б) 5; в) $1\frac{3}{4}$; г) 10. **364.** а) 1,5; б) $\frac{7}{12}$; в) 2,37. **365.** а) 1; б) 0,25; в) 0,02; г) $\frac{1}{15}$. **372.** а) ≈ 31 г; б) ≈ 454 г. **377.** ≈ 70 м^2. **380.** г) 0,6; 0,57; 0,571. **381.** а) 23,33; б) 0,31; в) 2,33; г) 1,67. **383.** а) 0,233 км; б) 1,833 км. **387.** 90 перәнник. **388.** а) 0,006; б) 0,575. **390.** 3) 13,5 км, 9 км; 2,5 сәг тән соң. **391.** 75 км/сәг. **393.** 10 км, 15 км; 2,5 сәг тән соң. **394.** 60 км/сәг һәм 50 км/сәг. **395.** 55 км/сәг һәм 15 км/сәг. **396.** а) 4,25 сәг; б) 0,5 сәг кә. **397.** а) 150 км; б) 42 км. **398.** 2) 2,4 мин ка. **399.** 13,5 км. **400.** 600 м. **401.** 3,5 сәг тән соң һәм 5,5 сәг тән соң. **402.** 2 сәг тән соң һәм 3 сәг тән соң. **403.** 3 км/сәг һәм 18 км/сәг.

5 нче бүлек

410. 12 см. **412.** *k* турысы әйләнә үзәге аша үткән вакытта. **413.** Чиксез күп; бирелгән турыга параллель һәм аннан 3 см ераклыкта урнашкан ике турыда. **414.** *M* ноктасы аша бирелгән турыга перпендикуляр турыда. **417.** 1) 22,1; 2) 85,6; 3) 10,6. **418.** 1) Тиеш түгел, чөнки сатып алган

әйберләрнең массасы 5 кг нан азрак. 2) Кызыл төстәгесе — 200 г., зәңгәре — 800 г, кәрәне — 300 г. **425.** 50 мм. **426.** а) 4; б) 3; в) 2; г) 1; д)—е) берсе дә түгел. **427.** а) 1,5; б) $\frac{1}{7}$. **428.** в) 1,9; г) $\frac{1}{3}$. **429.** Өлгерәләр. **430.** Икенче көнне 1,5 тапкырга. Артык шарт – 3 т . **434.** 2) а) Мөмкин түгел; б) мөмкин; в) мөмкин түгел. **438.** Яклары 2, 5, 6 см һәм 3, 5, 6 см булган ике өчпочмак. **439.** а) 4,8; б) $\frac{15}{17}$. **440.** 0,8. **441.** 8,4 м. **442.** 0,4 сәг. **445.** *в* рәсеме. **448.** Кабыргасы 8 см булган куб. **449.** 64 шар; 8 шар. **450.** 2) 65 мм; 195 мм. **451.** 10 төш. **455.** а) 16; б) 0,6. **456.** 60 кг. **457.** Велосипедчы; 15 мин ка.

6 нчы бүлек

469. а) 4; б) $\frac{1}{7}$; в) 0,7; г) 12,5. **470.** а) $\frac{1}{60}$; в) 4,5. **474.** а) Булатның нәтиҗәсе; б) икенче банкада. **475.** а) 1 : 1 000 000; б) 1 : 2500. **476.** 1) 15 м; 120 м; 2) 2 см; 35 см; ярамый, чөнки ул 0,5 мм га тигез булырга тиеш. **477.** б) 5 : 3; в) 5 : 2. **482.** 0,4 сәг кә. **483.** 15 см. **485.** а) 4,02; б) 8,51. **486.** 250 г гөлҗимеш һәм 350 г дуләнә. **487.** 7 см. **488.** 6,3 см. **490.** а) 102 дәрес һәм 68 дәрес; б) 40 мин һәм 50 мин. **491.** а) 1 кг 200 г; б) 880 г. **496.** $\frac{5}{9}$ — малайлар; $\frac{4}{9}$ — кызлар. **497.** Җавап 2. **499.** а) 28,8 $м^2$; б) 12,8 $м^2$. **500.** 44 акбур кисәге. **501.** 10 карандаш һәм 18 карандаш. **502.** 30, 35 һәм 10 яшь. **503.** 50 сары чыпчык, 40 тузбаш елан һәм 20 керпе. **504.** а) $\frac{2}{3}$; б) 0,25. **505.** а) 63 алтынчы сыйныф укучысы; б) 3,6 шар т; 10,8 т калган. **510.** а) 22 л; б) 204 м. **512.** 12 тапкыр, 27 тапкыр, 3 тапкыр, 15 тапкыр. **514.** а) Эстония, 1,3 тапкыр; б) АКШ, 2,1 тапкыр. **518.** а) 5450 с.; б) 1265 с. **519.** а) 138 с.; б) 17 с. **522.** 220 с. **523.** 36 кыз һәм 44 малай. **524.** 20 748 белешмәлек. **526.** а) 200 лампочка; б) 300 укучы. **529.** а) 400; б) 0,3. **530.** Беренче очракта. **532.** 3 нче рәсемендә . **541.** а) 52 % һәм 48 %; б) 23 %; 77 %. **542.** а) 60 %; б) 10 %. **543.** а) 108 %; б) 120 %. **544.** а) 3 % ка; б) 12 % ка. **545.** а) 20 % ка; б) 4 % ка. **550.** а) 80 % — какао һәм 20 % — шикәр; б) тимер 89 %, аккургаш 5 %, цинк 6 %. **551.** а) 20 % ка; б) 25 % ка. **552.** б) «Авиация» — 30 %, «Автомобильләр» – 70 %. **554.** 1) 1095 шәһәр. 2) Кечкенә шәһәрләр — 70 %, уртача зурлыктагылары — 14 %, зурлары — 12 %, иң зурлары — 2 %, миллионер-шәһәрләр — 1 %. **555.** а) 8 кисәк; б) 7 кисәк. **557.** 25 см; 8,4 м.

7 нче бүлек

560. а), б) Юк. **569.** а) Берне; б) икене. **570.** 4 тапкыр бөкләргә. **572.** 0,412. **573.** Өченче участокта. **574.** Бәрәңге; $2\frac{2}{9}$ тапкыр. **575.** 91 %. **577.** а), б) — дөрес түгел; в), г) — дөрес. **582.** 3) 120°. **583.** Алты. **584.** 3, 4, 5, 6, 9, 10, *n*. **585.** 1 һәм 4. **588.** Өчпочмакларның өченче түбәләре бу өчпочмакларның симметрия күчәрендә ята. **592.** Тугыз. **593.** 4,68.

594. 4,5 м. **595.** Алманың массасы 0,405 г, грушаның массасы 0,22 г. **596.** а) 900; б) 1440. **603.** ① фигурасы — симметрия үзәге, ② фигурасы — симметрия күчәрләре. **604.** 1), 2) — дөрес. **611.** а), б) — дөрес. **612.** Бирелгән нокта һәм фигураның симметрия үзәге аша туры үткәрергә. **613.** Беренче шакмакны өстәлнең симметрия үзәгенә куярга кирәк, ә һәр алдагы йөрешләрдә шакмакны икенче уенчы куйган шакмакка карата симметрия үзәге итеп куярга. **614.** а) $3\frac{1}{3}$; б) 0,5. **615.** 2,1 км; 3 км. **616.** $42\frac{2}{3}$ м һәм $21\frac{1}{3}$ м. **617.** 3,5 тапкырга; артык шарт — 18 укучы.

8 нче бүлек

621. а) $7a$; $5c$; $6a+2c$; $ax+cy$. **625.** $n(n+1)$; $n+(n+1)$. **626.** в) $(n-2)\times$ $\times(n-1)\,n\,(n+1)\,(n+2)$. **631.** 60 %. **632.** 24 с. **633.** г) $\frac{2}{3}$; 1; 6; $6\frac{2}{3}$. **634.** в) 0; г) $\frac{7}{12}$. **638.** 10; 20; 25. **644.** 1) $0{,}1x+7$ с.; 2) $(0{,}1x+7)n$ с.; 3) $0{,}1xm+(0{,}1x+7)n$ с. **646.** $a-cn$ с. **647.** Мәктәп укучыларының 75 %ы; 20 %ы; 5 %ы. **648.** 6 нчы сыйныф укучыларының 75 %ы. **651.** а) $2a+4x$. **652.** 1) 36 $дм^2$. **655.** 3) $c=P-a-b$ яки $c=P-(a+b)$. **658.** 1) $c=100n+20$. **659.** 1) $T=0{,}13C$. 2) 1040 с.; 1625 с. **660.** а) $P=2x+2y$ яки $P=2(x+y)$; б) $P=2x+2y+2a$ яки $P=2(x+y+a)$. **661.** 2) $a=\frac{P-2b}{2}$ яки $a=\frac{P}{2}-b$. **662.** 2) $a=\frac{V}{bc}$. **663.** $L=2x+2y-5{,}5$ яки $L=2(x+y)-5{,}5$; 154,5 м. **664.** 1) $P=25a-25c$ яки $P=25(a-c)$. **667.** 210 с. **669.** б) ≈ 47 см; ≈ 31 м. **671.** б) ≈ 113 $см^3$; ≈ 4 $м^3$. **673.** ≈ 40 мең км. **676.** 1) а) 15,7 см; б) 1,6 см; в) 6,3 см. 2) а) 39,3 $см^2$; б) 0,8 $см^2$; в) 9,4 $см^2$. **677.** 260 м; 4460 $м^2$. **679.** ≈ 344 $см^2$. **683.** 2 тапкырга. 100 % ка. **684.** 450 с. **689.** б) $10(x+15)=200$, биредә x — билгесез сан; 5. **691.** а) $2x+6=30$, биредә x — баштагы бәясе; 12 с. **692.** а) 8; б) 7,5. **693.** в) $a=5{,}9$; г) $b=8{,}5$. **694.** в) $x=15$; г) $x=4$. **695.** а) 150 $м^2$ һәм 50 $м^2$; б) 12 см һәм 24 см. **696.** б) 37 һәм 22. **699.** а) $3x-x=8$, биредә x – Камиләнең яше; б) $(x+1)+(x+5)=20$, биредә x – Сәлимәнең яше. **700.** а) $2x-7=x+3$, биредә x – икенче бактагы бензин күләме; б) $3x-30=x+30$, x – икенче балалар бакчасындагы балалар саны. **701.** 630 дөрес җавап. **702.** 300 с. **703.** 600 укучы.

9 нчы бүлек

719. а) 1; б) –2; в) –8; г) 5; д) 3; е) –3. **720.** а) 6; б) 3,5; в) 5. **730.** а) –7, –6, –5, –4, –3, –2, –1; б) –11, –10; в) –4, –5, –6, –7, –8, –9, –10; г) –16, –17, –18, –19, –20, –21, –22, –23, –24. **734.** а) 7; б) 14; в) 39; г) 109. **736.** 12 кг. **737.** 220 г. **738.**) Бер була, ике — юк. **743.** а) 9; б) –5; в) –19; г) –47. **747.** а) –15; б) –7; в) –26; г) –100; д) 60; е) 0; ж) –50; з) –16. **749.** а) –5; б) –3; в) –20; г) –39; д) 8; е) –15. **750.** а) 8; б) –9. **751.** а) –3; б) 6. **752.** а) –15; 0; 17; 35; 50; 70; б) 1; 0; –5; 2. **753.** а) 11; б) –11; в) 4; г) 2; д) 30; е) 10. **754.** а) –15; б) –25; в) 56; г) –51. **755.** а) 0; б) 2210;

в) −555. **765.** а) −75; б) −556; в) −106; г) 292; д) −662; е) −211. **766.** а) 11; б) 30; в) 31; г) −29. **767.** а) −20; б) −8; в) −2; г) 0; д) −6; е) −21. **768.** а) −4; 8; б) −5; 0; в) −3; г) 10. **771.** а) −6; б) −14; в) −4; г) −4; д) 6; е) −47. **772.** а) 20; б) −7; в) −21; г) −100. **773.** а) 9; б) 0. **778.** а) 14 см; б) 23 см; в) 28 см; г) 19 см. **789.** −20, −30, 40. **790.** а) −1; б) 0; в) −1; г) −1; д) −7; е) −1; ж) 0; з) 1. **791.** а) −7; б) 2; в) −8; г) 5. **792.** а) 59; б) −91; в) 8; г) −1; д) 6; е) −3; ж) 1; з) 18; и) −2. **793.** а) 16; б) −8; в) 0; г) −6. **797.** а) −45; б) −405; в) −155. **798.** $S = ab - xy$; 19 $см^2$.

10 нчы бүлек

804. а) Чиксез; б) чикле; в) чиксез; г) чикле. **812.** $A \subset C$. **813.** 1) Мөмкин; $B \subset C$ һәм $C \subset B$ вариантлары мөмкин. 2) Мөмкин. **814.** 8 күплекчә. **815.** а) 140; б) 72. **817.** а) 8 см; б) 2 см. **822.** а) 6 саны — иң зур элемент; 18 һәм 24 саннарының иң зур уртак бүлүчесе; б) 12 саны — иң кечкенә элемент; 4 һәм 6 саннарының иң кечкенә уртак кабатлысы. **823.** а) 10 га кабатлы саннар күплеге; б) 5 цифрына тәмамланган натураль саннар күплеге; в) 4 кә кабатлы саннар күплеге; г) 3 кә кабатлы саннар күплеге. **826.** 1) $A \cap \varnothing = \varnothing$; $A \cup \varnothing = A$. 2) Тапкырлаганда һәм кушканда нульнең үзлеге: $a \cdot 0 = 0$; $a + 0 = a$. **827.** а) $A \subset (A \cup B)$; б) $(A \cap B) \subset A$. **830.** а) 20; б) −78. **831.** $A(-5)$, $C(1)$. **832.** а) 17 см һәм 3 см; б) 2 см һәм 8 см. **833.** 10 кеше. **834.** 4 малай; бу очракта да, икенчеләрендә дә 5 кеше шөгыльләнә. **835.** 71 гаиләдә. **837.** 7 кеше. **838.** Юк. **839.** а) 16; б) 20. **846.** 10 кисемтә. **847.** 1) 10; 2) 20. **848.** 1) 15; 2) 5. **849.** 1) 10 ысул белән; 2) 4 ысул белән; 3) 3 ысул белән. **850.** 16. **851.** 6 ысул белән. **853.** 8 ысул белән. **854.** 8. **855.** 12 сүзлек. **856.** 14. **859.** 3) а) 17 см; б) 16 см.

11 нче бүлек

881. $(t-5)^\circ$; -7°; $+3^\circ$; -13°. **883.** 10 ысул белән. **896.** а) 10; б) 45; в) 30; г) 12. **906.** а) Дөрес; б) дөрес түгел, $|0| = -|0|$. **907.** а) Дөрес; б) дөрес түгел. **909.** а) $x = 2$; б) $x = 7{,}5$. **911.** а) 20 см; б) 10 см; в) 16 см. **914.** а) −7,5; б) $-8\frac{1}{2}$. **917.** а) 6,6; б) $-2\frac{1}{2}$; в) 3. **921.** а) $3\frac{2}{5}$; б) 0,19; в) −20,4; г) $\frac{3}{4}$. **924.** а) −1,2; б) 2,4; в) −1; г) $-1\frac{3}{5}$. **925.** Артык чыгым — 1,9 с. **929.** а) 6; б) 210; в) $\frac{5}{9}$. **930.** а) −5; −21,2; −3; б) −30; −4,5; $-\frac{7}{8}$; в) −30; 11; −1,6; $1\frac{2}{3}$; г) 24; 0,8; −1,2. **931.** а) −2,5; б) $-\frac{1}{4}$; в) 37; г) $-\frac{1}{3}$. **933.** б) $-(-10)^2 > (-10)^3$; в) $-0{,}3 < -0{,}5^2$; г) $(-0{,}1)^4 > (-0{,}1)^3$. **936.** а) −1,5; б) −38; в) 41; г) 50; д) −15,3; е) 0. **940.** а) 4; б) −32; в) 2,4; г) 10,2.

941. а) $-1{,}5$; б) $-\frac{5}{9}$; в) $-9\frac{5}{6}$; г) $6\frac{1}{4}$. **942.** а) 5; б) $-2{,}5$; в) 2,1; г) -9. **943.** б) 18°. **944.** а) 1 кг 945 г; б) 1,5 л. **946.** а) $-1{,}9$; б) $-3{,}6$; в) $-14{,}8$; г) 1; д) $-4{,}4$; е) 6,13. **949.** а) 0,5; б) 4; в) -110; г) -4. **958.** 3) $-(12-14+5-10)=-12+14-5+10$. **962.** 6 ысул белән. **970.** а) 5,5; б) $\frac{1}{6}$; в) 7,9; г) $\frac{5}{8}$. **974.** 8 код. **992.** 1 цифрын — 21 тапкыр, 2 цифрын — 20 тапкыр, 0 цифрын — 11 тапкыр.

12 нче бүлек

1000. а) 30,2 см; б) 34 см. **1004.** 9 см, 60°. **1008.** 5 ромб и 9 параллелограмм. **1010.** 1) Квадратлар. **1011.** 3) Аларның суммасы 180° ка тигез. **1013.** а) 0,3; б) -70. **1015.** 142 млн кеше. **1016.** 12 мин тан соң. **1017.** 6 итәк. **1018.** 60 гөмбә. **1022.** а) 25 кв. бер. **1024.** 1) а) 3 и 4 см, 12 см^2; б) 4 һәм 5 см, 20 см^2; 2) $S=a\cdot h$. **1025.** 1) 14 см^2, 2) 4,5 см^2; 3) 7,5 кв. бер., 4) 8 кв. бер. **1026.** $S=\frac{1}{2}ab$; а) 6 см^2; б) 13,5 см^2. **1028.** 12 кв. бер. **1029.** 1) 20 кв. бер.; 2) 12 кв. бер.; 3) 20 кв. бер. **1030.** Дөрес. **1031.** 13,5 кв. бер. **1032.** а) 25 см^2; б) 6 см^2. **1033.** а) $-0{,}8$; б) 30. **1035.** а) $x=-8$; б) $x=2{,}2$. **1036.** $\frac{7}{8}$; 1,2; $\frac{1}{9}$. **1037.** 99. **1038.** Сумка массасы — 8 кг, чемодан массасы — 12 кг. **1039.** Мук җиләгендә — 5 г, нарат җиләгендә — 7 г. **1040.** $\frac{b}{a}\cdot 100$; 13,6°. **1041.** а) 5 ян кабырга, барлыгы — 15 кабырга; 5 ян кыр, барлыгы — 7 кыр; 10 түбә. **1042.** а) 90 см; б) 90 см. **1047.** в) $2n$ түбә, $3n$ кабырга, $n+2$ кыр. **1049.** а) 12-почмаклы пирамида; б) 5-почмаклы призма. **1050.** а) 105 см^3; б) 1296 см^3; в) 2100 см^3. **1051.** а) $V=xyb+acb$; б) $V=a^3-ax^2$; в) $V=\frac{1}{2}abc$. **1052.** $L=4a+8b$. **1053.** 8 кисәккә; 343 см^3; 27 см^3. **1057.** 5,6 г. **1058.** 12 000 с.

Атамалар күрсәткече

Абсциссалар күчәре 253
Ординаталар күчәре 253
Аңлатмада хәрефләрнең мөмкин булган кыйммәтләре 167
Әйләнәгә орынма 105
Бирелгән чагыштырмада бүлү 128
Вертикаль почмаклар 39
Гади вакланма 54
— унарлы вакланмага әйләндерү билгесе 63
Декарт координаталар системасы 254
Диаграмма 31
— түгәрәк 32
— баганалы 31
Ераклык
— ике нокта арасындагы 47
— параллель турылар арасындагы 48
— ноктадан яссылыкка кадәр 48
— ноктадан турыга кадәр 47
Кагыйдә
— унарлы вакланмаларны кушу 73
— алу 73
— тапкырлау 81
— бүлү 87
— гади вакланмаларны кушу 10
— алу 10
— тапкырлау 10
— бүлү 10
— рациональ саннарны кушу 238
— алу 239
— тапкырлау 239
— бүлү 240
— унарлы вакланмаларны түгәрәкләү 95
— чагыштыру 66
— процентка әйләндерү 137
Классификация 215
Конус 114
— түбәсе 115
— биеклеге 115
— нигезе 115
Концентрик әйләнәләр 109
Координаталар башлангычы 253
— күчәрләре 253
— ординаталар 253
— чиреге 253
— яссылыгы 253
Күзгедәгечә симметрия 146
Күплек 208
— чиксез 209
— чикле 209
— буш 210
— берләшмәсе 54
— кисешмәсе 213
— бөтен саннар 186
— рациональ саннар 228
— элементы 209
Күплекне классларга бүлү 214
Күплекчә 210
Мөмкин булган вариантларны сайлап алу 221
Ноктаның координаталары 253
Өчпочмак тигезсезлеге 112
Параллелограмм 260
— үзлекләре 261
Призма 270
— ян кырлары 270
— нигезе 270
Процент 23
— унарлы вакланмага әйләндерү 131
Ромб 261
Сан
— капма-каршы 185, 228
— тискәре 185, 228
— уңай 186, 228
Санлы аңлатмалар 166
Санның модуле 234

Саннар белән алмаштыру 166
Сайлап алу 221
Симметрик фигураларның үзлекләре 145
Сфера 115
Тигезләмә 179
— тамыры 180
Тигез зурлыктагы фигуралар 261
— төзелгән фигуралар 262
Төзек күппочмак 150
Турылар
— кисешүче 39
— параллель 43
— перпендикуляр 40
— чалышма 44
Түгәрәк җисемнәр 114
Унарлы вакланма 54
Үлчәүләрнең метрик системасы 59
Үзәк симметрияле фигуралар 156
Үзәктәш әйләнәләр 109
Фигураның симметрия үзәге 156
Фигуралар тигез зурлыклы 261
— тигез төзелгән 262
— үзәкле-симметрик 150
Формула
— әйләнә озынлыгы 175, 176
— өчпочмак периметры 170
— параллелепипед күләме 171
— шарның күләме 176
— турыпочмаклык периметры 170
— турыпочмаклык мәйданы 170
— түгәрәк мәйданы 176
— даими тизлекле юл озынлыгын исәпләү 171
Хәрефле аңлатма 162
— санлы кыйммәте 166
Цилиндр 114
— биеклеге 115
— нигезе 115
Чагыштырма 122
Шар 114
— зур әйләнәсе 114
— диаметры 116
— радиусы 116
— үзәге 116
Эйлер түгәрәкләре 218
Эллипс 116, 156

Эчтәлек

Кереш сүз 3

1 нче бүлек. Вакланмалар һәм процентлар

1.1. Вакланмалар турында нәрсә беләбез 5
1.2. Вакланмалар белән исәпләүләр 10
1.3. «Күпкатлы» вакланмалар 14
1.4. Вакланмага карата төп мәсьәләләр 17
1.5. Нәрсә ул процент 23
1.6. Баганалы һәм түгәрәк диаграммалар 31
Сез нәрсәгә өйрәндегез 37

2 нче бүлек. Яссылыкта һәм пространствода турылар

2.1. Кисешүче турылар 39
2.2. Параллель турылар 43
2.3. Ераклык 47
Сез нәрсәгә өйрәндегез 51

3 нче бүлек. Унарлы вакланмалар

3.1. Вакланмаларның унарлы язылышы 53
3.2. Унарлы вакланмалар һәм үлчәүләрнең метрик системасы 59
3.3. Гади вакланманы унарлыга күчерү 62
3.4. Унарлы вакланмаларны чагыштыру 65
Сез нәрсәгә өйрәндегез 70

4 нче бүлек. Унарлы вакланмалар белән гамәлләр

4.1. Унарлы вакланмаларны кушу һәм алу 72
4.2. Унарлы вакланманы 10, 100,1000 ... га тапкырлау һәм бүлү... . . 77
4.3. Унарлы вакланмаларны тапкырлау 81
4.4. Унарлы вакланмаларны бүлү 86
4.5. Унарлы вакланмаларны бүлү (дәвамы) 91
4.6. Унарлы вакланмаларны түгәрәкләү 94
4.7. Хәрәкәткә карата мәсьәләләр 99
Сез нәрсәгә өйрәндегез 103

5 нче бүлек. Әйләнә

5.1. Әйләнә һәм туры 105
5.2. Яссылыкта ике әйләнә 108
5.3. Өчпочмак төзү 111
5.4. Түгәрәк җисемнәр 114
Сез нәрсәгә өйрәндегез 120

6 нчы бүлек. Чагыштырмалар һәм процентлар

6.1. Нәрсә ул чагыштырма 122
6.2. Бирелгән чагыштырмада бүлү 128
6.3. Процентларга «төп» мәсьәлә 131
6.4. Чагыштырманы процентларда белдерү 136
Сез нәрсәгә өйрәндегез 143

7 нче бүлек. Симметрия

7.1. Күчәрле симметрия 144
7.2. Фигураның симметрия күчәре 149
7.3. Үзәкле симметрия 155
Сез нәрсәгә өйрәндегез 160

8 нче бүлек. Аңлатмалар, формулалар, тигезләмәләр

8.1. Математика теле турында 162
8.2. Хәрефле аңлатмалар һәм санлы алмаштырмалар 166
8.3. Формулалар. Формулалар буенча исәпләүләр 170
8.4. Әйләнә озынлыгы, түгәрәк мәйданы һәм шарның күләме формулалары 175
8.5. Нәрсә ул тигезләмә 179
Сез нәрсәгә өйрәндегез 183

9 нчы бүлек. Бөтен саннар

9.1. Нинди саннарны бөтен саннар дип атыйлар 185
9.2. Бөтен саннарны чагыштыру 190
9.3. Бөтен саннарны кушу 194
9.4. Бөтен саннарны алу 198
9.5. Бөтен саннарны тапкырлау һәм бүлү 202
Сез нәрсәгә өйрәндегез 207

10 нчы бүлек. Күплекләр. Комбинаторика

10.1. Күплек төшенчәсе 208
10.2. Күплекләр белән операцияләр 213
10.3. Эйлер түгәрәкләре ярдәмендә мәсьәләләр чишү 218
10.4. Комбинаторика мәсьәләләре 221
Сез нәрсәгә өйрәндегез 226

11 нче бүлек. Рациональ саннар

11.1. Нинди саннарны рациональ дип атыйлар 228
11.2. Рациональ саннарны чагыштыру. Санның модуле 233
11.3. Рациональ саннар белән гамәлләр 238
11.4. Координаталар нәрсә ул 249
11.5. Яссылыкта турыпочмаклы координаталар 253
Сез нәрсәгә өйрәндегез 258

12 нче бүлек. Күппочмаклар һәм күпкырлыклар

12.1. Параллелограмм 260
12.2. Мәйданнар 265
12.3. Призма 270
Сез нәрсәгә өйрәндегез 275

Җаваплар 277
Атамалар күрсәткече 284

Учебное издание

Дорофеев Георгий Владимирович
Шарыгин Игорь Фёдорович
Суворова Светлана Борисовна
Бунимович Евгений Абрамович
Кузнецова Людмила Викторовна
Минаева Светлана Станиславовна
Рослова Лариса Олеговна

МАТЕМАТИКА

6 класс

Учебник для общеобразовательных организаций
с обучением на татарском языке

Казань. Татарское книжное издательство. 2016

Перевод с русского на татарский язык

Уку-укыту басмасы

Дорофеев Георгий Владимирович
Шарыгин Игорь Фёдорович
Суворова Светлана Борисовна
Бунимович Евгений Абрамович
Кузнецова Людмила Викторовна
Минаева Светлана Станиславовна
Рослова Лариса Олеговна

МАТЕМАТИКА

6 сыйныф

Татар телендә гомуми белем бирү оешмалары өчен дәреслек

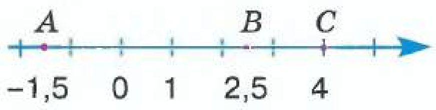
Мөхәррирләре *Г. С. Нуретдинова, Л. Х. Мөхәммәтҗанова*
Бизәлеш мөхәррире *Л. Р. Латыйпова*
Техник мөхәррирләре һәм компьютерда биткә салучылары
Г. С. Нуретдинова, Н. А. Казакова
Корректорлары *А. А. Дәүләтова, Х. Г. Фәйзрахманова,*
Г. Г. Мөхәммәтҗанова, З. В. Шәйхразиева

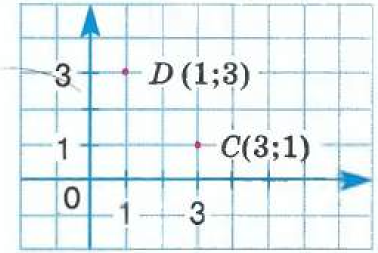
Оригинал-макеттан басарга кул куелды 20.06.2016.
Форматы $70 \times 90\,^1/_{16}$. Шартлы басма табагы 21,06.
Тиражы 3961 д. Заказ М-1542.

«Татарстан китап нәшрияты» ТР ДУП.
420066. Казан, Декабристлар урамы, 2.
Тел./факс: (843) 519-45-22.
http://www.tatkniga.ru
e-mail: info@tatkniga.ru

«ТАТМЕДИА» АҖ филиалы «Идел-Пресс» полиграфия-нәшрият комплексы.
420066. Казан, Декабристлар урамы, 2.

Координаталар

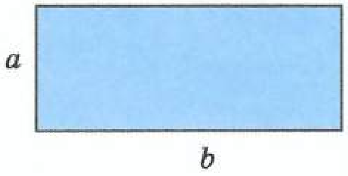




Формулалар

Турыпочмаклыкның периметры

$$P = 2(a + b)$$

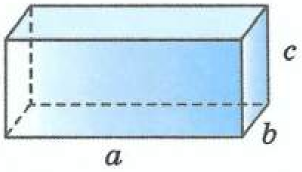


Турыпочмаклыкның мәйданы

$$S = ab$$

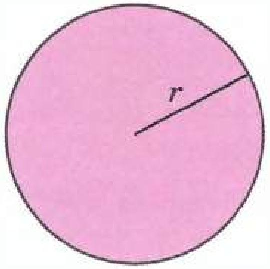
Турыпочмаклы параллелепипедның күләме

$$V = abc$$



Әйләнәнең озынлыгы

$$C = 2\pi r$$



Түгәрәкнең мәйданы

$$S = \pi r^2$$

Латин алфавиты

Басма хәрефләр	Язма хәрефләр	Хәрефләр исеме	Басма хәрефләр	Язма хәрефләр	Хәрефләр исеме
Aa	Aa	а	Nn	Nn	эн
Bb	Bb	бе	Oo	Oo	о
Cc	Cc	це	Pp	Pp	пе
Dd	Dd	де	Qq	Qq	ку
Ee	Ee	е	Rr	Rr	эр
Ff	Ff	эф	Ss	Ss	эс
Gg	Gg	ге	Tt	Tt	те
Hh	Hh	аш	Uu	Uu	у
Ii	Ii	и	Vv	Vv	ве
Jj	Jj	жи	Ww	Ww	дубль-ве
Kk	Kk	ка	Xx	Xx	икс
Ll	Ll	эль	Yy	Yy	игрек
Mm	Mm	эм	Zz	Zz	зет

Математик тамгалар

- $=$ тигез
- $\neq$ тигез түгел
- $\approx$ якынча тигез
- $>$ зуррак
- $<$ кечерәк
- % процент
- $\triangle$ өчпочмак
- $\angle$ почмак
- $\parallel$ параллель
- $\nparallel$ параллель түгел
- $\perp$ перпендикуляр
- $^\circ$ градус

9 785298 031950